

# Teoria dos Grafos - COS 242 2012/2

## Sétima Lista de Exercícios

ATENÇÃO! Para ajudar no treinamento para as provas faça as listas de forma que todas as respostas estejam devidamente comentadas.

**Questão 1:** Considere o problema da mochila (*knapsack problem*). Descreva (em pseudo-código) um algoritmo guloso de complexidade polinomial para o problema. Dica: determine uma regra gulosa promissora para a obtenção da solução ótima. Construa um contra-exemplo mostrando que seu algoritmo guloso nem sempre produz a solução ótima.

**Questão 2:** Considere o problema da mochila (*knapsack problem*). Dado a matriz  $M$  construída pelo algoritmo apresentado em aula que utiliza programação dinâmica, onde  $M[i, w] = OPT(i, w)$ , descreva um algoritmo (em pseudo-código) que imprime os elementos que constituem a solução ótima.

**Questão 3:** Considere o algoritmo de Floyd-Warshall apresentado em aula. Mostre a execução passo-a-passo do algoritmo no grafo ilustrado abaixo. Em particular, indique a matriz de distâncias depois de cada passo mais externo do algoritmo, começando com a matriz inicial.

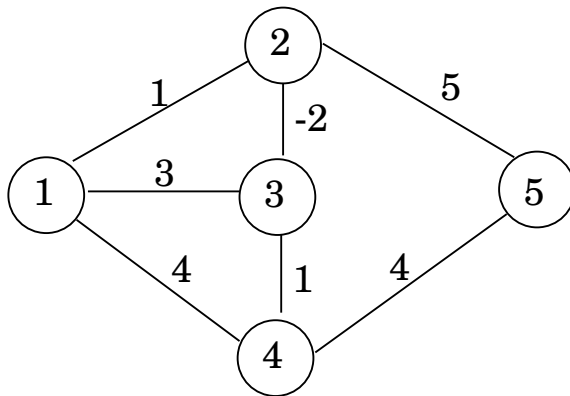


Figura 1: Um grafo com pesos.

**Questão 4:** Considere o algoritmo de Floyd-Warshall apresentado em aula. Mostre como o pseudo-código do algoritmo pode ser modificado para que o mesmo detecte a presença de ciclos negativos no grafo. Repare que neste caso o caminho mínimo não está definido e o algoritmo deve informar isto.

**Questão 5:** Considere o algoritmo de Floyd-Warshall apresentado em aula. Modifique o pseudo-código do algoritmo para que o mesmo obtenha também o caminho mínimo (sequência de vértices) entre dois vértices  $i$  e  $j$  quaisquer. Repare que você deve criar e manter uma estrutura de dados auxiliar para obter esta informação.

**Questão 6:** Vimos duas melhorias práticas para o algoritmo de Bellman-Ford apresentado em aula. Uma para reduzir a quantidade de memória e outra para a reduzir o tempo de execução do algoritmo. Descreva o algoritmo (em pseudo-código) de forma que estas duas melhorias estejam implementadas.

**Questão 7:** Considere o problema de detectar um ciclo negativo em um grafo direcionado com pesos. Lembrando que um ciclo negativo é um ciclo no grafo tal que a soma dos pesos das arestas do ciclo é menor do que zero. Mostre como podemos utilizar o algoritmo de Bellman-Ford para detectar a presença de um ciclo negativo de forma eficiente. Dica: modifique o grafo!

**Questão 8:** Descreva um algoritmo (em pseudo-código) para cada um dos problemas abaixo. Analise com cuidado a complexidade do seu algoritmo, indicando se o mesmo é polinomial ou pseudo-polinomial.

1. Determinar se um número  $n$  é primo.
2. Determinar a mediana de um conjunto de  $n$  números.
3. Obter o  $n$ -ésimo número da série Fibonacci.
4. Determinar se um determinado número  $n$  é múltiplo de 2, 4, 6 e 8.