Teoria dos Grafos
Aula 3

Aula passada

- Exemplos
- Definições
- Algumas propriedades

Aula de hoje

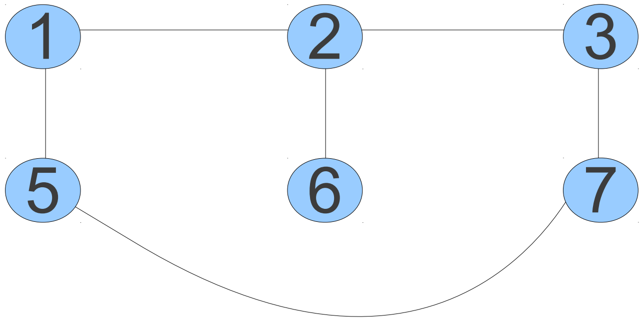
- Representando grafos
- Matriz e lista

Grafo

- Grafo G=(V, E)
  - V = conjunto de vértices (inteiros)
  - E = conjunto de arestas (pares não-ordenados)

Representação matemática de grafos

- Exemplo
  - V = {1, 2, 3, 5, 6, 7},
  - E = {(1,2), (1,5), (2,3), (2,6), (3,7), (5,7)}



Como representar no computador?

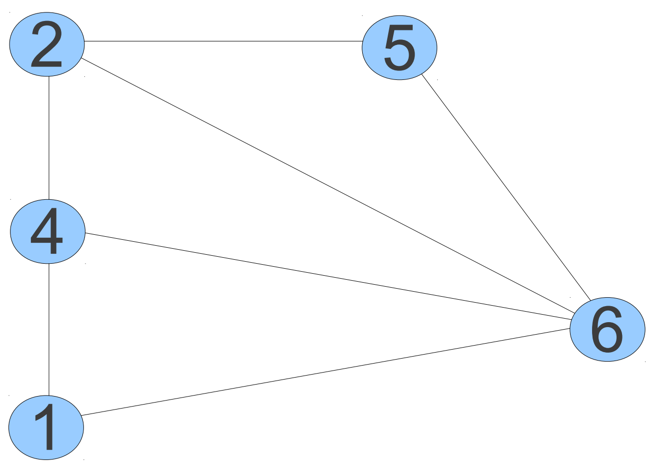
Grafo

- Exemplo
  - V = {1, 2, 4, 5, 6},
  - E = {(1,4), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6), (4,6), (5,6)}

Como representar no computador?

Grafo

- Exemplo
  - V = {1, 6, 5, 2, 4},
  - E = {(6,5), (4,6), (2,6), (2,5), (2,4), (1,6), (1,4)}



Como representar no computador?

Representando Grafos

- Como representar grafos no computador?

Estrutura de dados

- Duas estruturas fundamentais
  - matriz
  - lista
- Qual é a estrutura mais adequada (ou mais eficiente)?

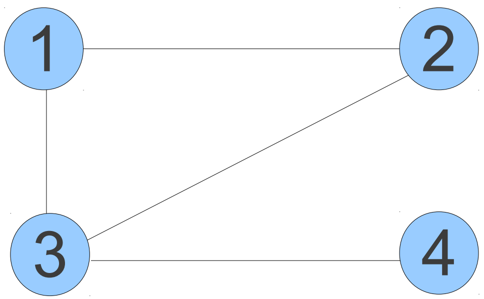
Depende do algoritmo!

Representação via Matriz

- Como representar utilizando matrizes?
- **Idéia:** associar vértices à linhas e colunas da matriz
  - elemento da matriz indica se há aresta
- **Matriz de adjacência**
- Matriz *n* x *n* (*n* é número de vértices)
  - a_{ij} = 1 , se existe aresta entre vértices *i* e *j*
  - a_{ij} = 0 , caso contrário.

Matriz de Adjacência

- Exemplo



	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	1	0
3	1	1	0	1
4	0	0	1	0

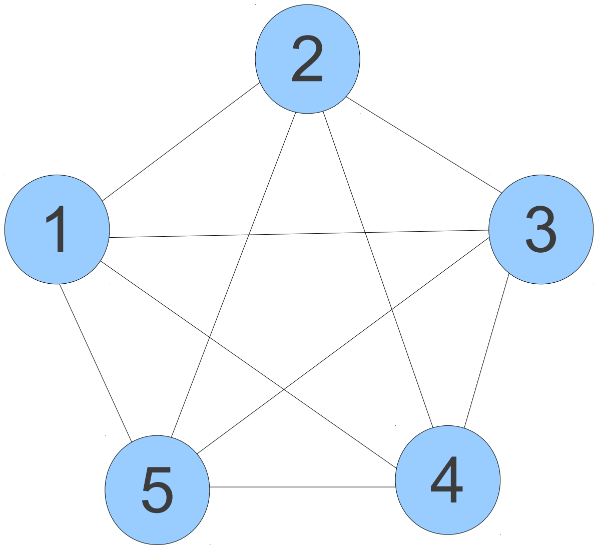
	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	0
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	1	0
4	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	0

?

Representação via Matriz

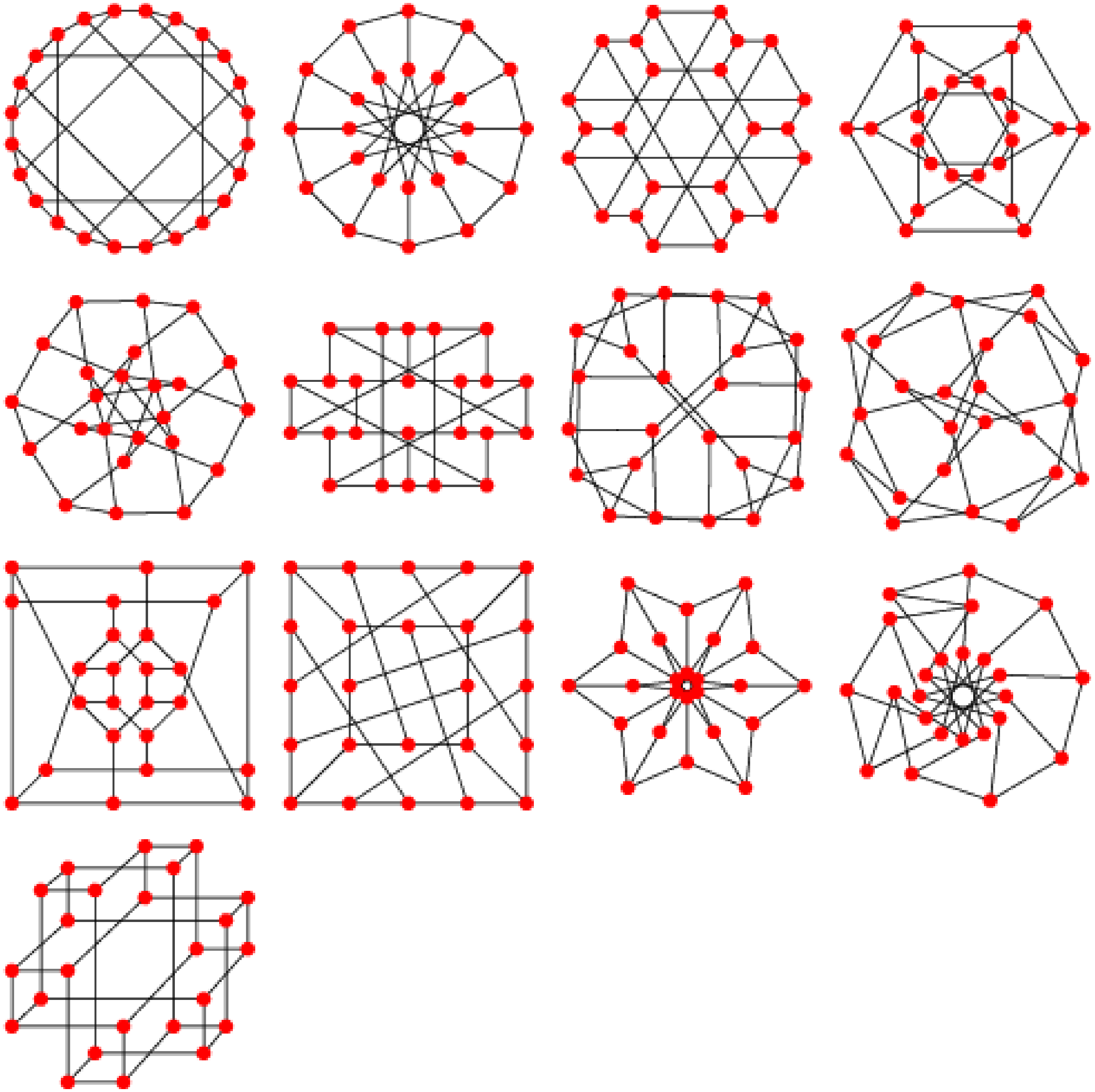
- **Matriz de adjacência**
- como fica a matriz de adjacência de um grafo completo?

K_5



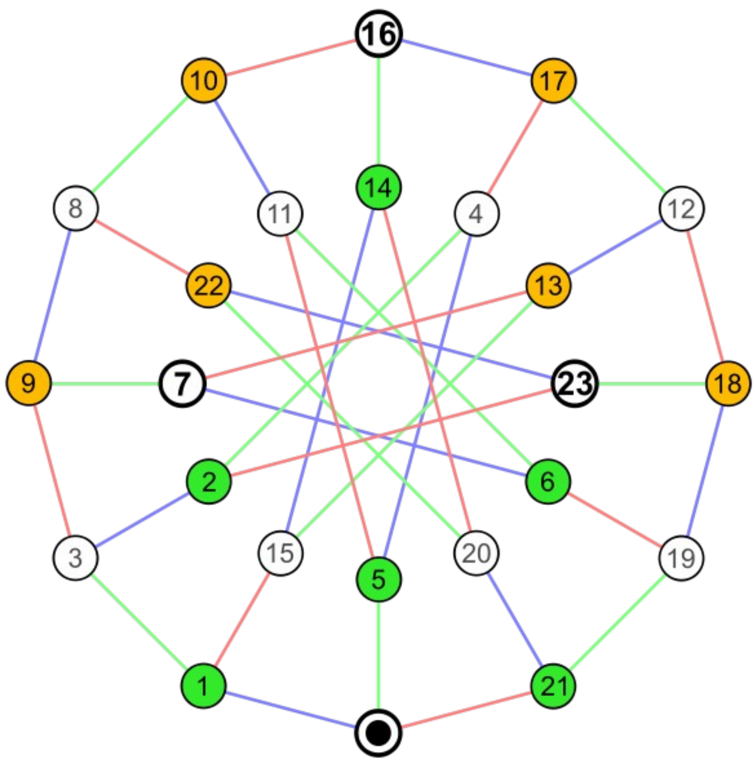
Representação via Matriz

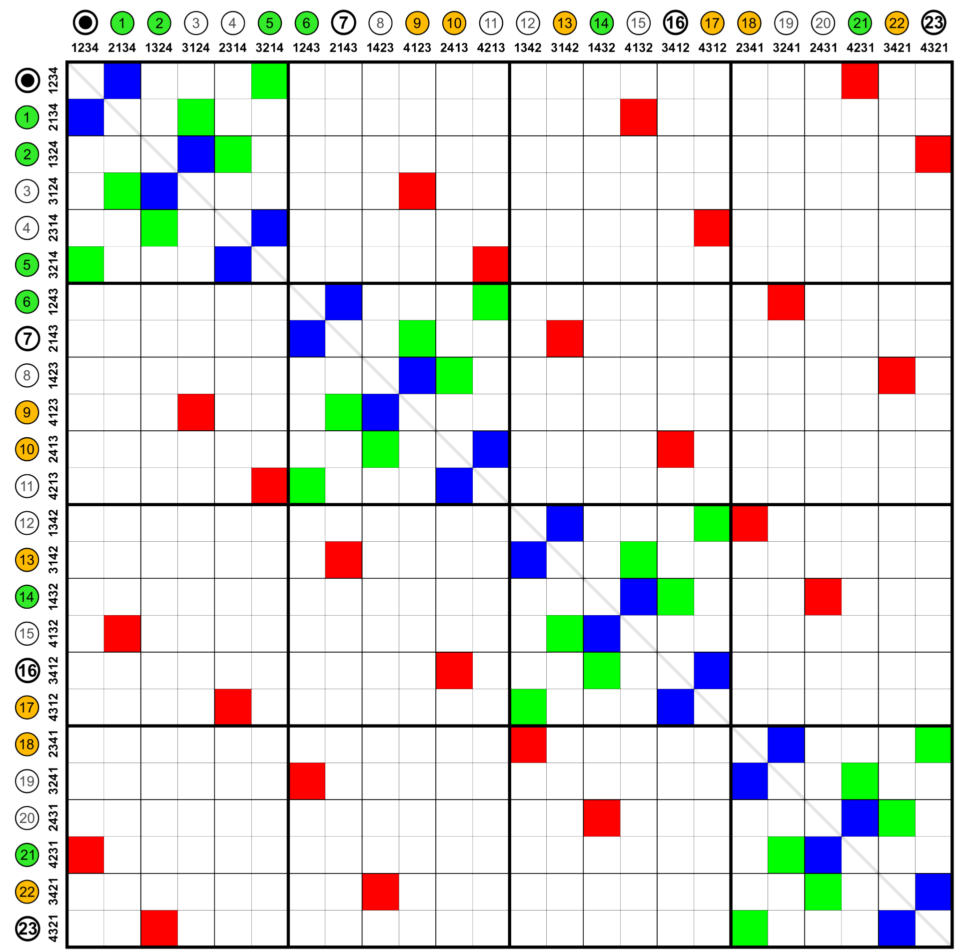
- **Grafo de Nauru**



Representação via Matriz

- **Grafo de Nauru**





Figueiredo – 2011

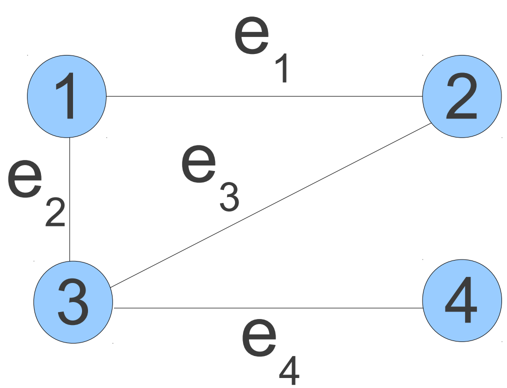
Matriz de Incidência

- **Idéia:** associar vértices às linhas e arestas às colunas
  - elemento da matriz indica se aresta incide sobre o vértice

- **Matriz de incidência**
- Matriz *n* x m (*n* vértices, m arestas)
  - a_{ij} = 1 , se vértice *i* incide sobre aresta *j*
  - a_{ij} = 0 , caso contrário.

Matriz de Incidência

- Exemplo



	e_1	e_2	e_3	e_4
1	1	1	0	0
2	1	0	1	0
3	0	1	1	1
4	0	0	0	1

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
1	1	1	0	0	0	1
2	1	0	1	1	1	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0	1

?

Desvantagem

- Desvantagem da representação matricial?
- Considere grafos grandes e esparços
  - *grande:* muitos vértices
  - *esparço*: relativamente poucas arestas
- Matriz formada principalmente de zeros!

Grande consumo de memória (desnecessário)!

- Como resolver este problema?

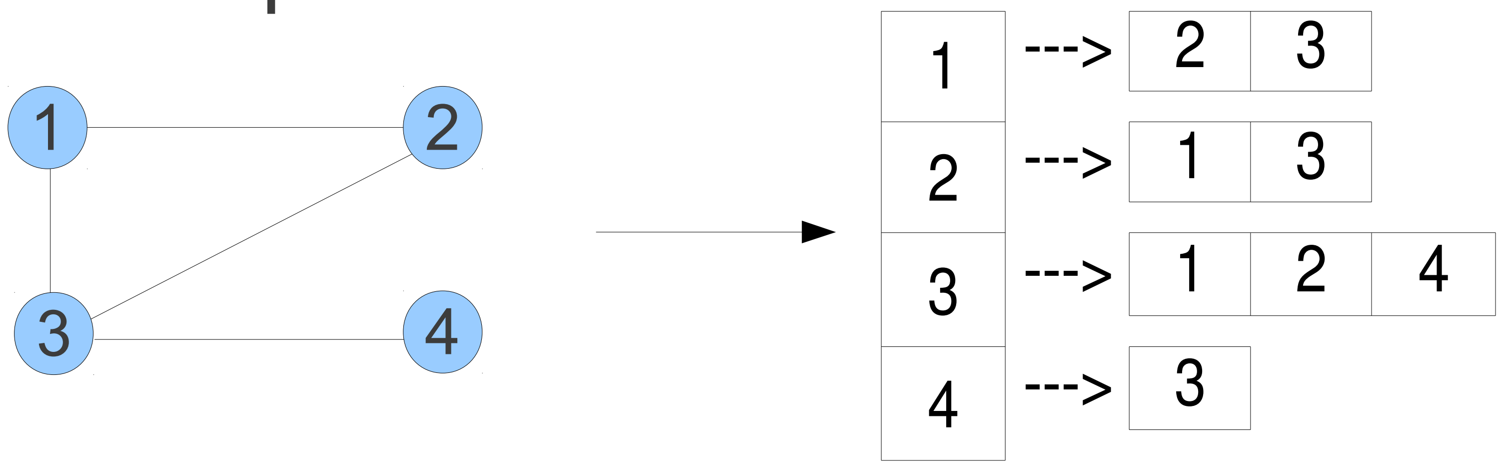
Representação via Listas

- **Idéia:** associar a cada vértice uma lista de vértices adjacentes

- **Lista de adjacência**
- Vértices associados a um vetor, dimensão *n* (número de vértices no grafo)
- Cada vértice possui uma lista de vértices adjacentes

Lista de Adjacência

- Exemplo



Desvantagem

- Desvantagem da representação com lista?
- Considere grafos onde vértices tem muitos vizinhos (mas bem menos do que n)
- Listas vão ser grandes (longas)
- Problema?

Tempo de acesso! Ex. descobrir se dois vértices são vizinhos

Vantagens/Desvantagens

Tempo de execução	Matriz	Lista
Inserir aresta?	O(1)	O(1)
Remover aresta?	O(1)	$O(g_{max})$
Testar adjacência (v_1 e v_2 são vizinhos)?	O(1)	$O(g_{max})$
Listar vizinhos de v?	O(n)	$O(g_{max})$

Melhor estrutura depende do algoritmo!