

3. Aplicações e Propriedades da Busca em Grafos e Digrafos

1. Decida se cada uma das seguintes ideias está certa ou errada, argumentando apropriadamente:
 - (a) Um grafo conexo G é uma árvore se e somente se qualquer busca em profundidade efetuada em G não produz aresta fronde.
 - (b) Um digrafo G é acíclico se e somente se qualquer busca em profundidade efetuada em G não produz aresta de retorno.
 - (c) Um grafo G é fortemente conexo se e somente se toda busca em profundidade em G gera somente uma árvore de busca.
 - (d) Para determinar uma orientação topológica em um digrafo acíclico D basta fazer uma busca em profundidade em D e listar os seus vértices em ordem decrescente de valor de PS .
 - (e) Para determinar se um grafo não direcionado tem um triângulo basta fazer uma busca em profundidade e verificar se existe alguma fronde com $PE(u) < PE(v)$ e tal que $\pi(\pi(v)) = u$.
2. Formular uma descrição do algoritmo geral do busca em um grafo direcionado para classificar as arestas conforme a busca. Construa tanto uma identificação para cada aresta, quanto os três conjuntos R , C , A , de forma que cada um deles contenha a aresta do seu determinado tipo: Retorno, Cruzamento e Avanço.
3. Uma aresta e em um grafo não direcionado é uma *ponte* se $G - e$ tem mais componentes conexos que G . Dê um algoritmo linear no tamanho do grafo que encontra todas as suas pontes. Observe que se uv é ponte, então u e v são articulações.
4. Uma aresta uv em um digrafo G é *implícita por transitividade* se existe um caminho de u até v em G que não contém uv .

(Ex. 4.20 Jayme) Decida se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa:
Uma aresta uv é implícita por transitividade se e somente se uv é de avanço em toda busca em profundidade em G .
5. $(\star)^1$ Descreva um algoritmo para obter uma árvore geradora enraizada de um grafo não direcionado G , com altura mínima.
6. (Cormen) Como o número de componentes fortemente conexos de um grafo pode mudar se uma aresta é adicionada ao digrafo?

¹Exercícios marcados com \star são extras e a primeira resolução completamente correta recebe os pontos extras.