

4. Método Guloso

1. Dê uma descrição do algoritmo guloso para coloração de vértices, com entrada G e σ (uma ordenação de $V(G)$), que tem complexidade $O(n + m)$.

(\star) Dê um exemplo de um grafo com número cromático igual a k , em que o algoritmo guloso de coloração encontra uma coloração com pelo menos $k+1$ cores, quando aplicado a sequência de vértices ordenados por grau (decrescente). Observe que k é um valor genérico, você não pode escolher o valor de k previamente.

2. Mostre que em pelo menos uma das $n!$ permutações dos vértices do grafo G , o algoritmo guloso de coloração de vértices encontra uma coloração com o número cromático de G .

Considere o seguinte algoritmo para coloração de vértices: considere cada uma das $n!$ ordenações possíveis de $V(G)$ e, para cada uma delas, aplique o algoritmo guloso de coloração de vértices. Faça a sua descrição, prove sua corretude e analise a sua complexidade.

3. Mostre, usando o algoritmo guloso de coloração de vértices, que $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$, onde $\Delta(G)$ é o maior grau dos vértices de G , para todo grafo G .

4. Considere cada uma das seguintes estratégias para o problema da SELEÇÃO DE ATIVIDADES. Elas funcionam? *A cada passo, escolha entre as atividades compatíveis com as já selecionadas,*

(a) *a atividade que é incompatível com o menor número de atividades analisado inicialmente. Ou seja, pré-compute com quantas outras atividades cada atividade é compatível e as ordene por este valor.*

(b) *a última atividade a começar.*

(c) *a atividade que é incompatível com o menor número de atividades ainda não analisadas.*

5. A seguinte estratégia dá um algoritmo para o problema ÁRVORE GERADORA MÍNIMA: a cada passo, retire do grafo a aresta de maior peso entre as que não desconectam o grafo corrente (ou equivalentemente, que pertence a algum ciclo). Esta correto?

6. Dê um algoritmo de complexidade $O(m \log n)$ que encontra uma árvore geradora de peso máximo.

7. Considerando que existem moedas de 1, 5, 10, 25, 50 e 100 unidades monetárias, dê um algoritmo que ao considerar uma quantidade de dinheiro T (o troco) determina este valor com a menor quantidade de moedas.

Mostre que se as moedas são de 1, 15 e 20 unidades monetárias, então a estratégia gulosa de escolher a de maior valor primeiro pode não produzir uma solução ótima.

8. Dada uma lista de n tarefas que precisam ser feitas, onde cada uma tem um horário t_i para ficar pronta que, se ficar pronta antes daquele horário, ela dá um bônus b_i , decida em qual ordem elas podem ser realizadas de forma a obter um bônus total máximo. Considere que cada uma delas pode ser feita em tempo unitário e não mais do que uma pode ser feita de cada vez.

Por exemplo: se $n = 4$ com $t_1 = 4$ e $b_1 = 20$, $t_2 = 1$ e $b_2 = 10$, $t_3 = 1$ e $b_3 = 40$, $t_4 = 1$ e $b_4 = 30$, temos a ordem 3124 dando um bônus de 60, que é o melhor possível. Observe que a ordem 1234 daria um bônus de 20 e a ordem 4321 um bônus de 50.

Qual é o maior bônus para: $n = 5$ com $t_1 = 2$ e $b_1 = 30$, $t_2 = 1$ e $b_2 = 19$, $t_3 = 2$ e $b_3 = 27$, $t_4 = 1$ e $b_4 = 25$, $t_5 = 3$ e $b_5 = 15$? com quais ordens?

(\star) Dê uma estratégia gulosa para este problema e prove que ela está correta.