Lista 3 de Complexidade de Algoritmos - 2018.03

Data de entrega: 24/10/2018

Definição. *Dizemos que um subgrafo C de um grafo G é um* clique *em G, se para todos $x, y \in V(G)$, temos $xy \in E(G)$; dizemos que um conjunto $I \subseteq V(G)$ é* independente *se para todos $x, y \in V(G)$, temos $xy \notin E(G)$; e dizemos que um conjunto $S \subseteq V(G)$ é uma* cobertura por vértices *de G, se para toda aresta $xy \in E(G)$, temos $x \in S$ ou $y \in S$.*

Considere então os seguintes problemas.

Clique máxima

1 **Problema**: MAXCLIQUE
Dados: um grafo G
Objetivo: encontrar um maior clique $C \subseteq V(G)$ em G.

1' **Problema**: k-CLIQUE
Dados: um grafo G, e um inteiro k
Objetivo: decidir se há clique $C \subseteq V(G)$ em G tal que $|V(C)| \geq k$.

Conjunto Independente Máximo

2 **Problema**: MAXSTABLESET
Dados: um grafo G
Objetivo: encontrar um maior conjunto *independente* em G.

2' **Problema**: k-STABLESET
Dados: um grafo G, e um inteiro k
Objetivo: decidir se há conjunto independente de vértice $I \subseteq V(G)$ em G tal que $|I| \geq k$.

Cobertura Mínima por Vértices

3 **Problema**: MINVERTEXCOVER
Dados: um grafo G
Objetivo: encontrar uma menor *cobertura por vértices* $S \subseteq V(G)$ em G.

3' **Problema**: k-VERTEXCOVER
Dados: um grafo G, e um inteiro k
Objetivo: decidir se há cobertura por vértices $S \subseteq V(G)$ tal que $|S| \leq k$.

Exercício 1. *Escolha um dentre os problemas 1, 2, e 3. Mostre que dada solução S, existe solução ótima S' tal que $S' = (S \setminus A) \cup B$ para algum $A \subseteq S$ e $B \subseteq V(G) \setminus A$. Crie um algoritmo que explora essa propriedade, e encontre um limitante inferior não tão trivial para a sua complexidade.*

Exercício 2. *Escolha i em $\{1, 2, 3\}$, considere o par de problemas i, i', e mostre que:*

1. *podemos resolver i' com uma única execução de um algoritmo que resolva i.*
2. *podemos resolver i com um número polinomial (no tamanho de uma instância) de execuções de um algoritmo que resolva i'.*

Exercício 3. *Suponha que exista um algoritmo eficiente $A_{1'}$ para resolver o problema $1'$. Construa algoritmos eficientes para resolver os problemas $2'$ e $3'$.*