

Data de publicação: 14/04/2021

DATA DE ENTREGA: 21/04/2021

Questão 1.(2.5 pontos)

Considere dois algoritmos aproximativos A e B para um mesmo problema de otimização. Digamos que a razão de aproximação do algoritmo A é $8/5$ e a razão de aproximação do algoritmo B é 2 .

- a) Se, para uma instância I , o algoritmo A retorna uma solução viável $A(I) = S$, satisfazendo $val(S) = 160$, quais os limitantes inferior e superior mais justos que podemos inferir para $opt(I)$?
- b) É possível que o algoritmo B retorne, para a mesma instância I do item a), uma solução viável $B(I) = T$, satisfazendo $val(T) = 80$? E uma solução viável X , satisfazendo $val(X) = 320$, é possível?
- c) Sabendo agora que o algoritmo B retornou uma solução viável $B(I) = Y$, satisfazendo $val(Y) = 120$, para a mesma instância I do item a), para a qual obtivemos $A(I) = S$ satisfazendo $val(S) = 160$, o que podemos afirmar sobre $opt(I)$?

Questão 2.(2.5 pontos) Considere um problema P parametrizado onde a entrada é um grafo G junto com dois parâmetros inteiros k e d , e sabemos que d é no máximo k^2 . Cada afirmação a seguir é verdadeira ou é falsa? Justifique.

- a) Se P é um problema FPT quando é parametrizado por k , então P também é um problema FPT quando é parametrizado por d .
- b) Se P é um problema FPT quando é parametrizado por d , então P também é um problema FPT quando é parametrizado por k .

QUESTÃO 3:(2.5 pontos) Considere o algoritmo aproximativo apresentado em aula para o problema Escalonamento de Tarefas em Máquinas Idênticas, onde buscamos o escalonamento que minimiza o makespan. Consulte as notas de aula, página A1-5.

- a) Se considerarmos as tarefas em ordem não decrescente de tempos, $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$, vamos obter um algoritmo aproximativo com razão de aproximação menor do que 2?

- b) Considere a entrada com n tarefas e m máquinas, onde $n - 1 = m^2$ tarefas têm tempo unitário e uma tarefa tem tempo m . Considere as n possíveis ordens por tempo das n tarefas, isto é, a ordem onde t_1 é a tarefa de tempo m , a ordem onde t_2 é a tarefa de tempo m , e assim por diante, até a ordem onde t_n é a tarefa de tempo m . Para qual ordem por tempo das tarefas algoritmo aproximativo apresentado em aula retorna o melhor escalonamento? Para qual ordem o algoritmo aproximativo apresentado em aula retorna o pior escalonamento?

QUESTÃO 4:(2.5 pontos) Considere o problema **3-SAT** que vimos ao estudarmos problemas NP-Completo. Lembre-se que uma instância de **3-SAT** é uma expressão booleana na forma normal conjuntiva na qual cada cláusula possui exatamente três literais como abaixo

$$(x_0 \vee x_1 \vee \overline{x_4}) \wedge (x_4 \vee x_2 \vee x_0) \wedge (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_1}) \wedge (x_3 \vee \overline{x_2} \vee x_0)$$

- a) Fixada uma cláusula C qualquer, qual a probabilidade de satisfazermos C se escolhermos uma atribuição de suas variáveis aleatoriamente?
- b) Mostre que para cada instância de **3-SAT** existe uma atribuição de suas variáveis que satisfaz pelo menos $7/8$ das cláusulas.