

## Lista 2 de Complexidade de Algoritmos - 2023/3 (COS841/MAB704)

Professores: Celina Miraglia, Fábio Botler e Franklin Marquezino

Monitores: Diego Amaro, Guilherme Bridi e Oscar Martins

Data de entrega: 10/11/2023

**Observação.** A resolução de cada questão deve ser iniciada em uma nova folha de papel. Além disso, antes do início de cada questão, deve-se incluir o número da questão e o nome completo do aluno.

Para resolver as questões abaixo considere as seguintes definições:

- Um subgrafo  $C$  de um grafo  $G$  é um **clique** em  $G$ , se para todo par de vértices  $x, y \in V(C)$ , temos  $xy \in E(G)$ ;
- Um conjunto  $I \subseteq V(G)$  é **independente** se para todo par de vértices  $x, y \in I$ , temos  $xy \notin E(G)$ ;
- Um conjunto  $S \subseteq V(G)$  é uma **cobertura por vértices** de  $G$ , se para toda aresta  $xy \in E(G)$ , temos  $x \in S$  ou  $y \in S$ .

Considere então os seguintes problemas:

### Clique Máxima

I **Problema:** MAXCLIQUE

**Dados:** um grafo  $G$

**Objetivo:** encontrar um maior clique  $C \subseteq V(G)$  em  $G$ .

I' **Problema:**  $k$ -CLIQUE

**Dados:** um grafo  $G$  e um inteiro  $k$

**Objetivo:** decidir se há clique  $C \subseteq V(G)$  em  $G$  tal que  $|V(C)| \geq k$ .

### Independente Máximo

II **Problema:** MAXSTABLESET

**Dados:** um grafo  $G$

**Objetivo:** encontrar um maior conjunto independente em  $G$ .

II' **Problema:**  $k$ -STABLESET

**Dados:** um grafo  $G$  e um inteiro  $k$

**Objetivo:** decidir se há conjunto independente de vértice  $I \subseteq V(G)$  tal que  $|I| \geq k$ .

### Cobertura Mínima por Vértices

III **Problema:** MINVERTEXCOVER

**Dados:** um grafo  $G$

**Objetivo:** encontrar uma menor cobertura por vértices  $S \subseteq V(G)$  em  $G$ .

III' **Problema:**  $k$ -VERTEXCOVER

**Dados:** um grafo  $G$  e um inteiro  $k$

**Objetivo:** decidir se há cobertura por vértices  $S \subseteq V(G)$  tal que  $|S| \leq k$ .

1. Escolha  $i$  em  $\{I, II, III\}$ , considere o par de problemas  $i, i'$  e mostre que:

- Podemos resolver  $i'$  com uma única execução de um algoritmo que resolva  $i$ .
- Podemos resolver  $i$  com um número polinomial (no tamanho de uma instância) de execuções de um algoritmo que resolva  $i'$ .

2. Suponha que exista um algoritmo eficiente  $A_{I'}$  para resolver o problema  $I'$ . Construa algoritmos eficientes para resolver os problemas  $II'$  e  $III'$ .

3. Mostre que o problema  $I'$  é  $\mathcal{NP}$ -completo.