→ PODEMOS CODIFICAR SENTENÇAS MAIS COMPLEXAS POR MEIO DE COMPOSIÇÃO

p : GANHEI NA LOTERIA NA SEMANA PASSADA

q : COMPREI UM BILHETE NA LOTERIA

r : GANHEI O SORTEIO NA SEMANA PASSADA

$p = -5$

$q = 7$

$p + q$

REGRAS DE COMPOSIÇÃO

$\neg$: A NEGAÇÃO DE p, DENOTADA POR $\neg p$, EXPRESSA

\NEG

NÃO GANHEI NA LOTERIA NA SEMANA PASSADA

OU

NÃO É VERDADE QUE GANHEI NA LOTERIA NA SEMANA PASSADA

$\vee$: A DISJUNÇÃO DE P E r, DENOTADA POR $p \vee r$, EXPRESSA QUE PELO MENOS UM DELES É VERDADE : ↳ $\cup$ +

\VEE

GANHEI NA LOTERIA NA PASSADA OU GANHEI O SORTEIO DA SEM. PASSADA.

OBS: OU LÓGICO X OU EXCLUSIVO

$\wedge$: A CONJUNÇÃO DE P E r, DENOTADA POR $p \wedge r$, EXPRESSA QUE AMBOS SÃO VERDADE : ↳ $\cap$ •

GANHEI NA LOTERIA NA PASSADA E GANHEI O SORTEIO DA SEM. PASSADA.

→ : A IMPLICAÇÃO ENTRE p E q, DENOTA POR $p \to q$ SUGERE QUE q É UMA IMPLICAÇÃO LÓGICA DE p

\RIGHTARROW

SE GANHEI NA LOTERIA NA PASSADA,
ENTÃO GANHEI O SORTEIO DA SEM. PASSADA

EX: SE x É COMPOSTO, ENTÃO x É O PRODUTO DE DOIS NÚMEROS

SE x É O PRODUTO DE DOIS NÚMEROS, ENTÃO x É COMPOSTO

$x = 7 = 7 \cdot 1$

$\underline{\underline{p}} \to \underline{\underline{q}}$ —— SUFICIENTE

X X

$q \to p$ NECESSÁRIO

→ VAMOS USAR AS REGRAS DE COMPOSIÇÃO REPETIDAMENTE

EX: $p \land q \rightarrow \neg r \lor q$ SIGNIFICA

SE p E q, ENTÃO NÃO r OU q

→ HÁ AMBIGUIDADE. TAMBÉM PODE SIGNIFICAR

→ PRECISAMOS DOS PARÊNTESES

$(p \land q) \rightarrow ((\neg r) \lor q)$

$(p \land (q \rightarrow \neg r)) \lor q$

$p \land ((q \rightarrow \neg r) \lor q)$

CONVENÇÃO: $\neg$ SE APLICA AO MAIS PRÓXIMO

$\lor$ E $\land$

$\rightarrow$: SE ASSOCIA À DIREITA

$p \lor (q \land r)$

$p \rightarrow q \rightarrow r$ $\quad$ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$(p \wedge q) \to ((\neg r) \vee q)$

SE (p E q), ENTÃO ((NÃO r) OU q)

(SE q, ENTÃO NÃO r), r

$(p \wedge (q \to \neg r)) \vee q$

$\neg q$

(P E (SE q, ENTÃO (NÃO r))) OU q

$p \wedge ((q \to \neg r) \vee q)$

(SE CHOVE, ENTÃO NÃO SAIO DE CASA) OU (ME MOLHO)

CHOVE

VERDADE

P E ((SE q, ENTÃO NÃO r) OU q S)

r

$p \vee q \wedge r \rightsquigarrow p \vee (q \wedge r)$

Dedução natural

→ Queremos propor regras de prova que nos permitam inferir fórmulas a partir de outras fórmulas,

→ Inferir conclusões a partir de um conjunto de premissas

- Suponha que possuímos um conjunto $\phi_1, \ldots, \phi_n$ de fórmulas chamadas premissas e uma outra fórmula ψ, que chamamos de conclusão

- Aplicamos regras às premissas, obtendo novas fórmulas
- Aplicamos regras às novas fórmulas repetidamente, esperando obter a conclusão.

- SUPONHA QUE POSSUÍMOS UM CONJUNTO $\phi_1, \ldots, \phi_n$ DE FÓRMULAS CHAMADAS PREMISSAS E UMA OUTRA FÓRMULA ψ, QUE CHAMAMOS DE CONCLUSÃO

(SE p E NÃO q, ENTÃO r), (NÃO r), (p). LOGO q

- APLICAMOS REGRAS ÀS PREMISSAS, OBTENDO NOVAS FÓRMULAS
- APLICAMOS REGRAS ÀS NOVAS FÓRMULAS REPETIDAMENTE, ESPERANDO OBTER A CONCLUSÃO.

\VDASH

DENOTAMOS POR $\phi_1, \ldots, \phi_n \vdash \psi$ UM SEQUENTE

DIZEMOS QUE UM SE VÁLIDO SE EXISTE UMA PROVA PARA ELE

EX: DA INTRODUÇÃO

PORTANTO

logo

$$(p \land (\neg q)) \to r, \neg r, p \vdash q$$

DENOTAMOS POR $\phi_1, \ldots, \phi_n \vdash \psi$ UM SEQUENTE

DIZEMOS QUE UM SE VÁLIDO SE EXISTE UMA PROVA PARA ELE

EX: DA INTRODUÇÃO

PORTANTO

logo

$$(p \land (\neg q)) \to r, \neg r, p \vdash q$$

→ TEMOS QUE TER CUIDADO PARA QUE NOSSAS REGRAS NÃO PROVEM PADRÕES INVÁLIDOS COMO

$$p, \underline{q} \vdash p \land \underline{\underline{\neg q}}$$