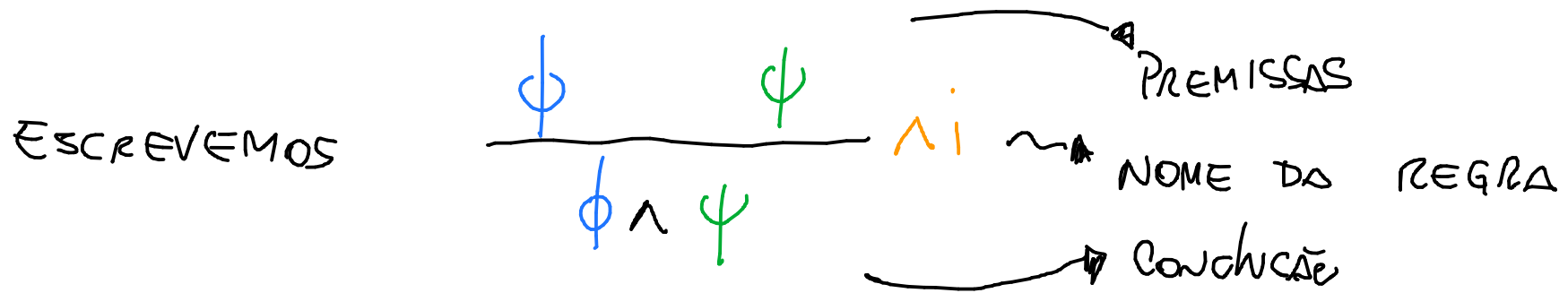


REGRAS DE DEDUÇÃO NATURAL

\neg \wedge \vee \rightarrow
 $\wedge i$ $\wedge e$ $\vee i$ $\vee e$ $\rightarrow i$ $\rightarrow e$

• CONJUNÇÃO (\wedge)

\wedge - INTRODUÇÃO ($\wedge i$): NOS PERMITE CONCLUIR $\phi \wedge \psi$,
SE JÁ CONCLUIMOS ϕ E ψ SEPARADAMENTE



\wedge - ELIMINAÇÃO ($\wedge e$): NOS PERMITE CONCLUIR ϕ E ψ
SE JÁ CONCLUIMOS $\phi \wedge \psi$ ANTERIORMENTE

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge e_1$$

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge e_2$$

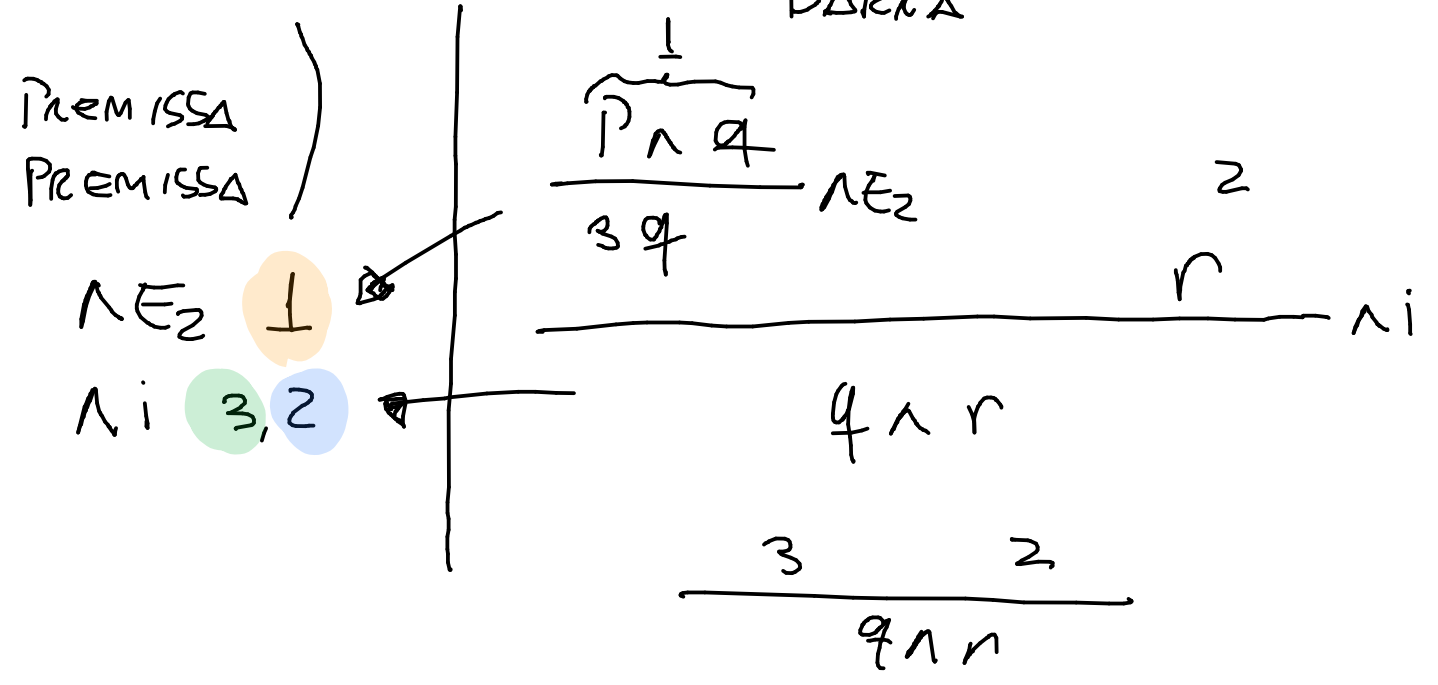
EX: PROVE QUE $P \wedge q, r \vdash q \wedge r$

PREMISSAS $P \wedge q$
 r

PREENCHER

CONCLUSÃO $q \wedge r$

1 $P \wedge q$
 2 r
 3 q
 4 $q \wedge r$



EX: $P \wedge Q \vdash Q \wedge P$

COMUTATIVIDADE

$\vdash ((P \wedge Q) \rightarrow (Q \wedge P))$

1 $P \wedge Q$ Premissa

2 P $\wedge E_1$ 1

3 Q $\wedge E_2$ 1

4 $Q \wedge P$ $\wedge I$ 3, 2

EX: Prove que

$(P \wedge Q) \wedge R, S \wedge T \vdash Q \wedge S$

1 $(P \wedge Q) \wedge R$ Premissa

2 $S \wedge T$ Premissa

3 $(P \wedge Q)$ $\wedge E_1$ 1

4 Q $\wedge E_2$ 3

5 S $\wedge E_1$ 2

6 $Q \wedge S$ $\wedge I$ 4, 5

NEGACÃO DUPLA

$$P, \neg(q \wedge \neg r) \vdash$$

EX: NÃO É VERDADE QUE NÃO ESTÁ CHOVENDO

\Rightarrow ESTÁ CHOVENDO

$$\neg\neg\phi = \phi$$

REGRAS: $\frac{\neg\neg\phi}{\phi} \neg\neg E$

$$\frac{\phi}{\neg\neg\phi} \neg\neg I$$

EX: $P, \neg\neg(q \wedge r) \vdash (\neg\neg p) \wedge r$

1 P
2 $\neg\neg(q \wedge r)$
3 $\neg\neg p$
4 $q \wedge r$
5 r
6 $(\neg\neg p) \wedge r$

PREMISSA
PREMISSA
 $\neg\neg I$ 1
 $\neg\neg E$ 2
 $\wedge E_2$ 4
 $\wedge I$ 3, 5

IMPLICAÇÃO

NA REMOÇÃO DA IMPLICAÇÃO

EX: $P = \text{CHOVE}$

$P \rightarrow q = \text{SE CHOVE, A RUA FICA MOLHADA}$

]} GOSTARIA DE CONCLUIR
QUE A RUA ESTÁ MOLHADA

NA UNAS DAS REGRAS MAIS CONHECIDAS

NA DADO ϕ E SABENDO QUE ϕ IMPLICA EM ψ , TEMOS ψ

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow E$$

(MODUS PONENS)

EX: PROVE QUE $P, P \rightarrow q, P \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash r$

$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow E$

1 P
2 $P \rightarrow q$
3 $P \rightarrow (q \rightarrow r)$
4 q
5 $q \rightarrow r$
6 r

PREMISSA

PREMISSA

PREMISSA

$\rightarrow E$ 1, 2

$\rightarrow E$ 1, 3

$\rightarrow E$ 4, 5

MODUS TOLLENS : MODUS TOLLENS

EX: $P \rightarrow Q$ = SE CHOVER, A RUA FICA MOLHADA } GOSTARÍAMOS
 $\neg Q$ = A RUA NÃO ESTÁ MOLHADA } DE CONCLUIR QUE
 NÃO CHOVE

MA SE $P \rightarrow Q$ E P , ENTÃO Q (MODUS PONENS)

MAS SE $P \rightarrow Q$ E $\neg Q$, ENTÃO Q E $\neg Q$ (PREMISSA)
 SUPONHA P (M.T.)
 ABSURDO

MA SE $P \rightarrow Q$ E $\neg Q$, ENTÃO $\neg P$

$\frac{P \rightarrow Q \quad \neg Q}{\neg P}$ M.T.

M.T. 7, 3

Ex: $p \rightarrow (q \rightarrow r), p, \neg r \vdash \neg q$

1 $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

2 p

3 $\neg r$

4 $q \rightarrow r$

5 $\neg q$

PREMISSAS

$\rightarrow E$ 2, 1

M.T 4, 3

$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow E$

$\frac{q \rightarrow r \quad \neg r}{\neg q} M.T.$
4 3
 $\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg \psi}{\neg \phi} M.T.$
5 5 $\neg q$