

ASSOCIATIVIDADE

EXERCÍCIO: $P \vee (q \vee r) \vdash (P \vee q) \vee r$

Ex: $(P \vee q) \vee r \vdash P \vee (q \vee r)$

$$\frac{\phi}{\phi \vee \psi} \text{vi}_L$$

1	$(P \vee q) \vee r$	PREMISSA Δ
2	$P \vee q$	SUPosição c
3	P	SUPosição
4	$P \vee (q \vee r)$	$\vee I$ a
5	q	SUPosição
6	$q \vee r$	$\vee I$
7	$P \vee (q \vee r)$	$\vee I$ b
8	$P \vee (q \vee r)$	$\vee E$ 2, 3-4, 5-7
9	r	SUPosição d
10	$q \vee r$	$\vee I$
11	$P \vee (q \vee r)$	$\vee I$
12	$P \vee (q \vee r)$	$\vee E$ 1, 2-8, 9-11

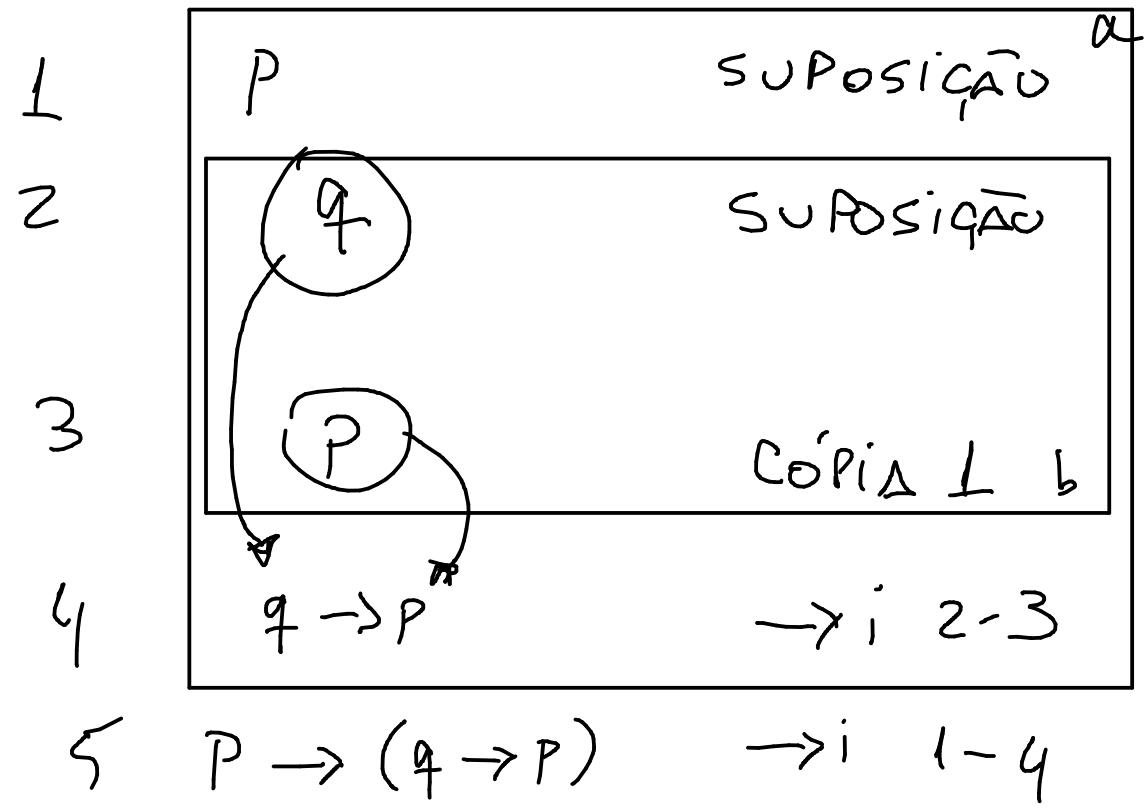
2, 3-4, 5-7

EX: DISTRIBUTIVI DADE

$$P \wedge (q \vee r) \vdash (P \wedge q) \vee (P \wedge r)$$

1	$P \wedge (q \vee r)$	PREMISSA
2	P	$\wedge E_1 \quad 1$
3	$q \vee r$	$\wedge E_2 \quad 1$
4	q	SUPosição ^a
5	$P \wedge q$	$\wedge I \quad 2, 4$
6	$(P \wedge q) \vee (P \wedge r)$	$\vee I_1 \quad 5$
7	r	SUPosição ^b
8	$P \wedge r$	$\wedge I \quad 2, 7$
9	$(P \wedge q) \vee (P \wedge r)$	$\vee I_2 \quad 8$
10	$(P \wedge q) \vee (P \wedge r)$	$\vee E \quad 3, 4-6, 7-9$

ex: $\vdash P \rightarrow (q \rightarrow P)$



REGRAS DA NEGAÇÃO

EX: $\phi \wedge \neg \phi$

\perp
(
SÉGUE
QUE

ESTÁ CHOVENDO E NÃO ESTÁ CHOVENDO. \perp

ESTÁ CHOVENDO OU A LUA É FEITA DE QUEIJO

COMO NÃO ESTÁ CHOVENDO, ENTÃO A LUA É FEITA DE QUEIJO

DEF: UMA **CONTRADIÇÃO** É UMA EXPRESSÃO DA FORMA $\phi \wedge \neg \phi$
 $\perp \rightsquigarrow \neg \top$

$$\frac{\perp}{\phi} \quad \perp E$$

$$\frac{\phi \quad \neg \phi}{\perp} \quad \neg E$$

EX: $(\neg P) \vee q \vdash P \rightarrow q$

$$\frac{\perp}{\phi} \text{LE}$$

$$\frac{\phi \quad \neg\phi}{\perp} \text{NE}$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

$\neg P \vee q$	PREMISSA Δ
$\neg P$	SUPOSIÇÃO b
P	SUPOSIÇÃO
\perp	$\neg E$ 3, 2
q	LE 4 a
$P \rightarrow q$	$\rightarrow i$ 3, 5
q	SUPOSIÇÃO d
P	SUPOSIÇÃO
q	CÓPIA Δ 7 c
$P \rightarrow q$	$\rightarrow i$ 8-9

$P \rightarrow q$

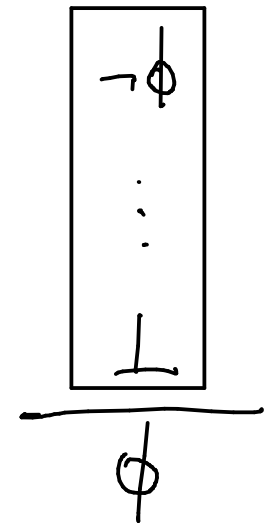
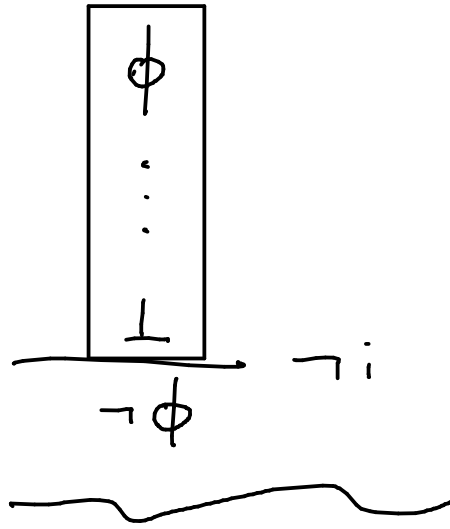
$\vee E$ 1, 2-6, 7-10



INTRODUÇÃO DA NEGAÇÃO

- SE FIZERMOS UMA SUPosição QUE CHEGA A UMA CONTRADIÇÃO ENTÃO A SUPosição NÃO PODE SER VERDADE

PROVA POR CONTRADIÇÃO



EX: $P \rightarrow q, P \rightarrow \neg q \vdash \neg P$

1 $P \rightarrow q$ PREMISSA

2 $P \rightarrow \neg q$ PREMISSA

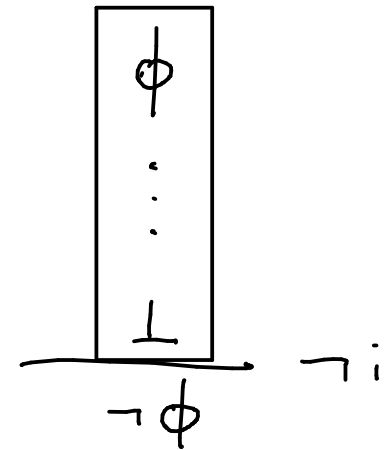
3 P SUPosição

4 q $\rightarrow E$ 1, 3

5 $\neg q$ $\rightarrow E$ 2, 3

6 \perp $\neg E$ 4, 5

7 $\neg P$ $\neg i$ 3-6



REGRAS DERIVADAS

MODUS TOLLENS: $\phi \rightarrow \psi, \neg \psi \vdash \neg \phi$

1	$\phi \rightarrow \psi$	PREMISSA
2	$\neg \psi$	PREMISSA
3	ϕ	SUPosição
4	ψ	$\rightarrow \text{E } 1, 3$
5	\perp	$\neg \text{E } 4, 2$
6	$\neg \phi$	$\neg \text{I } 3-5$

Lei do Terceiro Excluído

(TERTIUM NON DATUR)

$$\vdash \phi \vee \neg \phi$$

$$\frac{\quad}{\phi \vee \neg \phi} \text{LTE}$$

$$\frac{\perp}{\phi} \text{LE}$$

$$\frac{\psi \neg \psi}{\perp} \neg E$$

1	$\neg (\phi \vee \neg \phi)$	SUPosição a
2	ϕ	SUPosição b
3	$\phi \vee \neg \phi$	$\vee I_1$ 2
4	\perp	$\neg E$ 3, 1
5	$\neg \phi$	$\neg I$ 2-4
6	$\phi \vee \neg \phi$	$\vee I_2$ 5
7	\perp	$\neg E$ 6, 1
8	$\neg \neg (\phi \vee \neg \phi)$	$\neg I$ 1-7
9	$\phi \vee \neg \phi$	$\neg \neg E$ 8

$$\frac{\psi \rightarrow \phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\boxed{\phi \leftrightarrow \psi}} \leftrightarrow i$$

$$\frac{\phi \leftrightarrow \psi}{\psi \rightarrow \phi} \leftrightarrow \varepsilon_1$$