LÓGICA DE PREDICADOS OU LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM

- LÓGICA PROPOSICIONAL
  1. TEORIA DA PROVA (CÁLCULO DE DEDUÇÃO NATURAL)
  2. SINTAXE (A NATUREZA "ARBÓREA" DAS FÓRMULAS)
  3. SEMÂNTICA (O QUE AS FÓRMULAS SIGNIFICAM)

– SENTENÇAS DECLARATIVAS: AFIRMAÇÕES SOBRE O MUNDO QUE PODEM SER DADAS EM UMA TABELA VERDADE.

– LIDAMOS COM COMPONENTES COMO "NÃO", "E", "OU", "SE ..., ENTÃO"

– HÁ MUITOS OUTROS COMPONENTES: "EXISTE", "TODO", "DENTRE", E "SÓ"

EX: TODO ESTUDANTE É MAIS NOVO DO QUE ALGUM PROFESSOR

- PODÍAMOS IDENTIFICAR TAL AFIRMAÇÃO POR UMA FÓRMULA ATÔMICA.
- ISSO IGNORA O SENTIDO DA FRASE, QUE LIDA COM "SER ESTUDANTE", "SER PROFESSOR", E "SER MAIS NOVO QUE"
- PODEMOS USAR

S (ANDY) PARA INDICAR QUE "ANDY É UM ESTUDANTE"

I (PAUL) PARA INDICAR QUE "PAUL É UM PROFESSOR"

Y(ANDY, PAUL) PARA INDICAR QUE "ANDY É MAIS NOVO QUE PAUL"

- S, I, Y SÃO PREDICADOS
- WIKIPEDIA

DEF: UM PREDICADO P EM X É UMA FUNÇÃO BOOLEANA

$$P : X \longrightarrow \{\text{VERDADEIRO}, \text{FALSO}\}$$

- NÃO QUEREMOS LISTAR TODAS AS INSTÂNCIAS DE PREDICADO

- PARA ISSO PRECISAMOS DE VARIÁVEIS

→ SÃO "GUARDADORAS DE LUGAR" PARA VALORES CONCRETOS

EX:

$S(x)$: x É UM ESTUDANTE

$I(x)$: x $\underbrace{\text{É UM PROFESSOR}}_{I}$

$Y(x,y)$: x $\underbrace{\text{É MAIS NOVO QUE}}_{Y}$ y

$Y(z,w)$: z $\underbrace{\text{É MAIS NOVO QUE}}_{Y}$ w

$P(x) = x^2 + 3x + 7$

- Isso ainda não é suficiente. Precisamos de **quantificadores**.

$S(x)$: x é um estudante
$I(x)$: x é um professor
$Y(x,y)$: x é mais novo que y

$\forall, \forall$: para todo

$\exists$: existe

$\nexists \quad \neg\exists$

→ Sempre vêm anexados a uma variável.

$Q_x F(x)$

$\forall x \qquad \exists z$

Ex: $\underset{\text{para todo } x}{\forall x} \overset{\text{vale}}{(} \underset{x \text{ é um estudante}}{S(x)} \rightarrow (\overset{\text{existe } y \text{ tal que}}{\exists y} (\underbrace{I(y) \wedge Y(x,y)}_{y \text{ é um professor}})))$

x é mais novo que y

se S(x), então

Para todo x, se x é estudante, então existe y tal que y é professor e x é mais novo que y.

- PREDICADOS PODEM TER VÁRIAS VARIÁVEIS
  - S E I SÃO PREDICADOS UNÁRIOS
  - Y É UM PREDICADO BINÁRIO

ARIDADE

ARITY

→ O NÚMERO DE VARIÁVEIS TEM QUE SER FINITO

$p \to q \equiv \neg p \vee q$

$\neg(p \to q) \equiv \neg(\neg p \vee q)$

$\equiv \neg\neg p \wedge \neg q$

$\equiv p \wedge \neg q$

EX: NEM TODO PÁSSARO PODE VOAR

$B(x)$: X É UM PÁSSARO

$F(x)$: X PODE VOAR

→ $\neg(\forall x\,(B(x) \to F(x))) \equiv \exists x\,(\neg(B(x) \to F(x)))$

→ NÃO É VERDADE QUE TODO QUE É PÁSSARO PODE VOAR

ALTERNATIVA $\exists x\,(B(x) \wedge \neg F(x))$

→ EXISTE ALGO QUE É PÁSSARO E NÃO PODE VOAR.

- VAMOS ESTENDER O CÁLCULO DE DEDUÇÃO NATURAL DE LÓGICA PROPOSICIONAL PARA LÓGICA DE PREDICADOS

- GENERALIZAR AS AVALIAÇÕES PARA UMA NOÇÃO ADEQUADA DE MODELO

- NÃO VAMOS PROVAR, MAS DE FATO DEDUÇÃO NATURAL PARA LÓGICA DE PREDICADOS É CORRETA E COMPLETA COM RESPEITO À IMPLICAÇÃO SEMÂNTICA.

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \vdash \psi \quad \text{SE E SOMENTE SE} \quad \phi_1, \ldots, \phi_n \vDash \psi$$

EX: NENHUM LIVRO É GASOSO. DICIONÁRIOS SÃO LIVROS. ENTÃO NENHUM DICIONÁRIO É GASOSO.

$B(x)$: x É UM LIVRO

$G(x)$: x É GASOSO

$D(x)$: x É UM DICIONÁRIO

⇝ QUEREMOS DESENVOLVER UMA TEORIA DA PROVA E SEMÂNTICA QUE NOS PERMITA CONCLUIR

$$\neg \exists x \left(B(x) \wedge G(x)\right), \forall x \left(D(x) \to B(x)\right) \vdash \neg \exists x \left(D(x) \wedge G(x)\right).$$

$$\neg \exists x \left(B(x) \wedge G(x)\right), \forall x \left(D(x) \to B(x)\right) \models \neg \exists x \left(D(x) \wedge G(x)\right).$$