EX: $\mathcal{F} = \{e, \cdot\}$ E $\mathcal{P} = \{\leqslant\}$, EM QUE e É 0-ÁRIO, $\cdot$ É 2-ÁRIO E $\leqslant$ É UM PREDICADO 2-ÁRIO.

(INFIXA)
$a \cdot b$ $\quad \cdot(a, b)$

A É O CONJUNTO DAS PALAVRAS QUE PODEM SER ESCRITAS COM O ALFABETO $\{0, 1\}$, INCLUSIVE A PALAVRA VAZIA ϵ.

EX: 0, 00, 11, 01, 000001, ϵ

→ A INTERPRETAÇÃO $e^{\mathcal{M}}$ DE e É ϵ

→ A INTERPRETAÇÃO $\cdot^{\mathcal{M}}$ DE $\cdot$ É CONCATENAÇÃO DE PALAVRAS

EX: $010 \cdot^{\mathcal{M}} 110$ É 010110, $\epsilon \cdot^{\mathcal{M}} 001$ É 001

→ A INTERPRETAÇÃO $\leqslant^{\mathcal{M}}$ DE $\leqslant$ É UMA ORDENAÇÃO DE PREFIXO.

DIZEMOS QUE s_1 É PREFIXO DE s_2 SE EXISTE PALAVRA s_3 TAL QUE $s_1 \cdot^{\mathcal{M}} s_3$ É s_2. EX: 010 É PREFIXO DE 010110

$\leqslant^{\mathcal{M}}$ É O CONJUNTO $\{(s_1, s_2) : s_1 \text{ É PREFIXO DE } s_2\}$

CHECAMOS ALGUMAS FÓRMULAS

1. $\forall x((x \preccurlyeq x \cdot e) \wedge (x \cdot e \preccurlyeq x))$ DIZ QUE TODA PALAVRA É PREFIXO DE SI MESMA CONCATENADA COM e, E QUE A RECÍPROCA TAMBÉM VALE.

   → CLARAMENTE VÁLIDO EM NOSSO MODELO

2. $\exists y \forall x (y \preccurlyeq x)$ DIZ QUE EXISTE PALAVRA QUE É PREFIXO DE TODA OUTRA PALAVRA.

   → ISSO É VÁLIDO POR CAUSA DO ϵ

3. $\forall x \exists y (y \preccurlyeq x)$ DIZ QUE TODA PALAVRA TEM UM PREFIXO.

   → ISSO VALE PORQUE $\epsilon \preccurlyeq^{M} x$, MAS TAMBÉM $x \preccurlyeq^{M} x$

4. $\forall x \forall y \forall z ((x \preccurlyeq y) \rightarrow (x \cdot z \preccurlyeq y \cdot z))$ DIZ QUE SE s_1 É PREFIXO DE s_2 ENTÃO $s_1 \cdot s$ É PREFIXO DE $s_2 \cdot s$ PARA TODO s.

   → ISSO NÃO VALE: $01 \preccurlyeq 011$ $\quad 01 \cdot 0 \not\preccurlyeq 011 \cdot 0$

010110
01011
0101
010
01
0
ϵ

5. $\neg \exists x \forall y \, ((x \preceq y) \to (y \preceq x))$ DIZ QUE NÃO EXISTE PALAVRA s_1 TAL QUE SEMPRE QUE s_1 É PREFIXO DE s, É O CASO DE s SER PREFIXO DE s_1.

→ ISSO TAMBÉM VALE EM $\mathcal{M}$.

PROBLEMA TÉCNICO: SE a É UM VALOR CONCRETO DO MODELO E x É UMA VARIÁVEL LIVRE DE ϕ, A SUBSTITUIÇÃO $\phi[^a/_x]$ ELA É BEM INTENCIONADA, MAS É MAL FORMADA.

DEF: DENOTAMOS POR VAR O CONJUNTO DE VARIÁVEIS.

DEF: Uma TABELA DE PESQUISA (look-up table) OU AMBIENTE PARA UM UNIVERSO A DE VALORES CONCRETOS É UMA FUNÇÃO

$$\ell : VAR \longrightarrow A$$

DEF: DADO UM AMBIENTE $\ell : VAR \longrightarrow A$, DENOTAMOS POR $\ell[x \to a]$ O AMBIENTE $\ell' : VAR \longrightarrow A$ T.q. $\ell'(x) = a$ E $\ell'(y) = \ell(y)$ PARA TODO y DIFERENTE DE x.

DEF: DADO UM MODELO $\mathcal{M}$ PARA O PAR $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ E UM AMBIENTE l.

DEFINIMOS A RELAÇÃO DE SATISFAÇÃO $\mathcal{M} \vDash_l \phi$ PARA CADA FÓRMULA ϕ SOBRE O PAR $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ E AMBIENTE l POR INDUÇÃO ESTRUTURAL EM ϕ. SE $\mathcal{M} \vDash_l \phi$ VALE, DIZEMOS QUE ϕ É COMPUTADA EM T NO MODELO $\mathcal{M}$ COM RESPEITO A l.

P: SE ϕ É DA FORMA $P(t_1, \ldots, t_n)$, INTERPRETA $t_1, \ldots, t_n$ EM A, SUBSTITUINDO TODAS AS VARIÁVEIS PELO SEU VALOR EM l.

DESTA FORMA OBTEMOS VALORES $a_1, \ldots, a_n \in A$, EM QUE CADA SÍMBOLO DE FUNÇÃO f É INTERPRETADO POR $f^{\mathcal{M}}$.

ENTÃO $\mathcal{M} \vDash_l P(t_1, \ldots, t_n)$ SE $(a_1, \ldots, a_n) \in P^{\mathcal{M}}$.

$\forall x$: A RELAÇÃO $\mathcal{M} \vDash_l \forall x \psi$ VALE SSE $\mathcal{M} \vDash_{l[x \to a]} \psi$ PARA TODO $a \in A$.

$\exists x$: A RELAÇÃO $\mathcal{M} \vDash_l \exists x \psi$ VALE SSE $\mathcal{M} \vDash_{l[x \to a]} \psi$ PARA ALGUM $a \in A$.

P : SE ϕ É DA FORMA $P(t_1, \dots, t_m)$, INTERPRETA $t_1, \dots, t_n$ EM A, SUBSTITUINDO TODAS AS VARIÁVEIS pelo seu valor em L.

DESTA FORMA OBTEMOS valores $a_1, \dots, a_m \in A$, EM QUE CADA SÍMBOLO DE FUNÇÃO f É INTERPRETADO POR f^M.

ENTÃO $M \models_L P(t_1, \dots, t_m)$ SE $(a_1, \dots, a_m) \in P^M$.

$\forall x$: A relação $M \models_L \forall x \psi$ vale sse $M \models_{L[x \to a]} \psi$ PARA TODO $a \in A$.

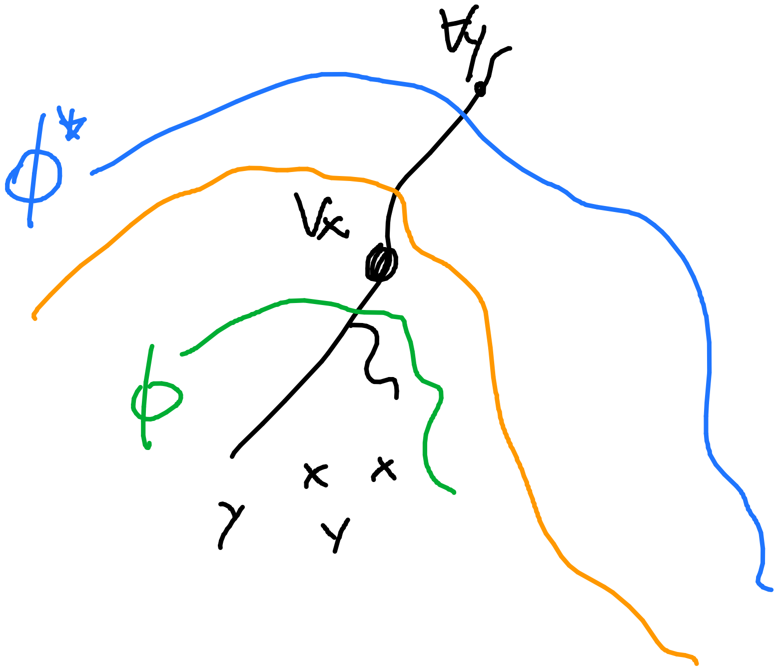
$\exists x$: A relação $M \models_L \exists x \psi$ vale sse $M \models_{L[x \to a]} \psi$ PARA ALGUM $a \in A$.

$\neg$: A relação $M \models_L \neg \psi$ vale sse $M \models_L \psi$ NÃO vale

$\vee$: A relação $M \models_L \psi_1 \vee \psi_2$ vale sse $M \models_L \psi_1$ vale OU $M \models_L \psi_2$ vale

$\wedge$: A relação $M \models_L \psi_1 \wedge \psi_2$ vale sse $M \models_L \psi_1$ vale E $M \models_L \psi_2$ vale

$\to$: A relação $M \models_L \psi_1 \to \psi_2$ vale sse $M \models_L \psi_2$ vale sempre que $M \models_L \psi_1$ vale


ϕ^*
V_y
V_x
ϕ
γ
x
x
y

→ ESCREVEMOS $M \nvDash_l \phi$ PARA DIZER QUE $M \vDash_l \phi$ NÃO VALE.

→ SE ϕ NÃO POSSUI VARIÁVEL LIVRE, DIZEMOS QUE ϕ É UMA SENTENÇA.

<u>OBS</u>: $M \vDash_l \phi$ VALE SSE $M \vDash_{l'} \phi$ SEMPRE QUE l E l' SÃO IDÊNTICOS EM TODAS AS VARIÁVEIS LIVRES DE ϕ

ISSO IMPLICA QUE SE ϕ É UMA SENTENÇA, ENTÃO A VALIDADE DE $M \vDash_l \phi$ É INDEPENDENTE DA ESCOLHA DE l.

→ NESTE CASO, ESCREVEMOS $M \vDash \phi$