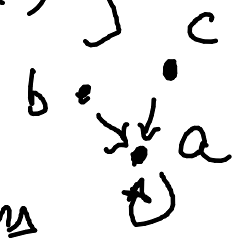
EX: $\mathcal{F} = \{Alma\}$, $\mathcal{P} = \{ama\}$: Alma é constante, ama é predicado binário

O modelo $\mathcal{M}$: $A = \{a, b, c\}$

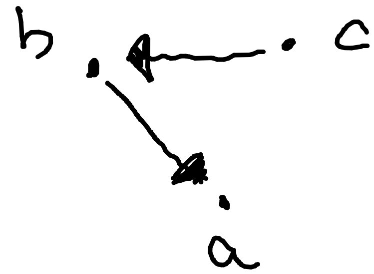
$Alma^{\mathcal{M}} = a$, $ama^{\mathcal{M}} = \{(a,a), (b,a), (c,a)\}$



$\mathcal{M}$ satisfaz : "Nenhum dos amantes dos amantes de Alma ama Alma"

$$\forall x \forall y \left(ama(\underset{a}{x}, \underset{a}{alma}) \wedge ama(\underset{b}{y}, \underset{a}{x}) \longrightarrow \neg ama(\underset{b}{y}, \underset{a}{alma}) \right)$$

$\mathcal{M}$ não satisfaz a fórmula : coloque $x \xrightarrow{l[x \to a][y \to b]} a$ e $y \to b$



Mas se $ama^{\mathcal{M}} = \{(b,a), (c,b)\}$, então a fórmula é satisfeita.

VINCULAÇÃO SEMÂNTICA

→ EM LÓGICA PROPOSICIONAL A VINCULAÇÃO SEMÂNTICA

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \models \psi$$

VALE SSE SEMPRE QUE TODOS $\phi_1, \ldots, \phi_n$ SÃO AVALIADOS EM T, A FÓRMULA ψ É AVALIADA EM T.

→ COMO DEFINIMOS ESTA NOÇÃO DE CONSIDERANDO QUE $\mathcal{M} \models_l \psi$ É INDEXADA COM UM AMBIENTE?

DEF: SEJA Γ UM CONJUNTO DE FÓRMULAS (POSSIVELMENTE INFINITO) EM LÓGICA DE PREDICADOS, E SEJA ψ UMA FÓRMULA EM LÓGICA DE PREDICADOS

1. $\Gamma \vDash \psi$ VALE SE PARA TODOS OS MODELOS $\mathcal{M}$ E AMBIENTES l, SEMPRE QUE $\mathcal{M} \vDash_l \phi$ PARA TODO $\phi \in \Gamma$, TEMOS TAMBÉM $\mathcal{M} \vDash_l \psi$.

2. ψ É SATISFAZÍVEL SE HÁ UM MODELO $\mathcal{M}$ E UM AMBIENTE l T.Q. $\mathcal{M} \vDash_l \psi$ VALE.

3. ψ É VÁLIDA SE $\mathcal{M} \vDash_l \psi$ VALE PARA TODO MODELO $\mathcal{M}$ E AMBIENTE l PARA OS QUAIS PODEMOS CHECAR ψ.

4. Γ É CONSISTENTE OU SATISFAZÍVEL SE EXISTE UM MODELO $\mathcal{M}$ E AMBIENTE l T.Q. $\mathcal{M} \vDash_l \phi$ PARA TODO $\phi \in \Gamma$.

→ NOTE QUE USAMOS $\models$ PARA MUITAS COISAS:

$$\mathcal{M} \models_l \phi \quad \text{e} \quad \Gamma \models \psi$$

→ CHECAR COMPUTACIONALMENTE $\mathcal{M} \models \phi$ É UM PROBLEMA QUANDO O UNIVERSO A DE $\mathcal{M}$ É INFINITO.

→ CHECAR $\mathcal{M} \models_l \forall x\, \psi$ CONSISTE EM CHECAR $\mathcal{M} \models_{l[x \to a]} \psi$ PARA TODOS OS VALORES DE a.

→ CHECAR $\Gamma \models \psi$ CONSISTE EM CHECAR TODOS OS MODELOS COM ESTRUTURA ADEQUADA (SÍMBOLOS E ARIDADES)

→ ÀS VEZES É POSSÍVEL ARGUMENTAR QUE UMA VINCULAÇÃO SEMÂNTICA VALE INDEPENDENTEMENTE DO MODELO

EX: $\forall x\,(P(x) \to Q(x)) \models \forall x P(x) \to \forall x Q(x)$

SEJA M UM MODELO SATISFAZENDO $M \models \forall x\,(P(x) \to Q(x))$

PELA DEFINIÇÃO DE $M \models \psi_1 \to \psi_2$, SE EXISTE UM ELEMENTO DE M QUE NÃO SATISFAZ P, NÃO HÁ QUE FAZER: VALE $M \not\models \forall x P(x)$ E PORTANTO $M \models \forall x P(x) \to \forall x Q(x)$

ENTÃO PODEMOS SUPOR QUE TODO ELEMENTO DE M SATISFAZ P. COMO $M \models \forall x\,(P(x) \to Q(x))$, TODO ELEMENTO DE M SATISFAZ Q.

A RECÍPROCA É VERDADEIRA?

EX: $(\forall x\, P(x)) \rightarrow (\forall x\, Q(x)) \models \forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x))$

NÃO.

COM UNIVERSO A'

SUPONHA QUE $\mathcal{M}' \models \forall x\, P(x) \rightarrow \forall x\, Q(x)$.

ISSO DIZ QUE SE $P^{\mathcal{M}'}$ É A' ENTÃO $Q^{\mathcal{M}'}$ É A'

ENTRETANTO SE $P^{\mathcal{M}'}$ NÃO É A', A PREMISSA NÃO DIZ NADA.

PODEMOS CONSTRUIR UM CONTRAEXEMPLO

$A' = \{a, b\}$, $P^{\mathcal{M}'} = \{a\}$, $Q^{\mathcal{M}'} = \{b\}$

TEMOS QUE $\mathcal{M}' \models \forall x\, P(x) \rightarrow \forall x\, Q(x)$ VALE, MAS

$\mathcal{M}' \models \forall x\,(P(x) \rightarrow Q(x))$ NÃO VALE

SEMÂNTICA DA IGUALDADE

→ A IGUALDADE É UM PREDICADO ESPECIAL

SE M É UM MODELO COM UNIVERSO $A = \{a_1, a_2, \ldots\}$

TEMOS QUE FIXAR QUE $=^M$ É O CONJUNTO

$$\{(a_1, a_1), (a_2, a_2), \ldots\}$$

INDECIBILIDADE DA LÓGICA DE PREDICADOS

- Em lógica proposicional podemos (teoricamente) decidir se vale $\models \phi$: se ϕ possui n átomos proposicionais sua tabela verdade possui 2^n linhas. A coluna de ϕ possui apenas T sse $\models \phi$ vale.

- Em lógica de predicados isso não é possível

- O problema de determinar se uma fórmula de lógica de predicados vale é conhecido como um **problema de decisão**