

# Lista 3 - Lógica Matemática - 2022.1

COS351/COS230

Data de entrega: 28 de junho de 2022

1. Desenhe a árvore de parse da fórmula  $(2 - s(x)) + (y * x)$  considerando que  $-$ ,  $+$ ,  $*$  são utilizados de forma infix:
  
2. Seja  $\phi$  a seguinte fórmula  $\exists x(P(y, z) \wedge (\forall y(\neg Q(y, x) \vee P(y, z))))$  onde P e Q são símbolos de predicado com aridade 2.
  - a) Desenhe a árvore de parse de  $\phi$
  - b) Identifique as variáveis livres e limitadas nas folhas de a)
  - c) Existem variáveis em  $\phi$  que possuem ocorrências tanto livres quanto limitadas ?
  - d) Considere os termos  $w$ ,  $f(x)$ ,  $g(y, z)$  que são uma variável, uma função de aridade 1 e um função de aridade 2, respectivamente
    - i) Compute  $\phi[w/x]$ ,  $\phi[f(x)/y]$ ,  $\phi[g(y, z)/z]$
    - ii) Quais entre  $w$ ,  $f(x)$ ,  $g(y, z)$  são livres para  $x$  em  $\phi$ ?
    - iii) Quais entre  $w$ ,  $f(x)$ ,  $g(y, z)$  são livres para  $y$  em  $\phi$ ?

3. Prove a validade do seguintes sequentes onde  $P$  e  $Q$  possuem aridade 1 e  $S$  tem aridade 0:

- a)  $S \rightarrow \exists x Q(x) \vdash \exists x (S \rightarrow Q(x))$
- b)  $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \vdash \forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$
- c)  $\forall x \neg P(x) \vdash \neg \exists x P(x)$

4. Prove a validade dos seguintes sequentes por dedução natural:

- a)  $\forall x P(a, x, x), \forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow P(f(x), y, f(z))) \vdash \exists z P(f(a), z, f(f(a)))$
- b)  $\forall x \forall y \forall z (S(x, y) \wedge S(y, z) \rightarrow S(x, z)), \forall x \neg S(x, x) \vdash \forall x \forall y (S(x, y) \rightarrow \neg S(y, x))$
- c)  $\forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x))), \neg \exists x (P(x) \wedge R(x)) \vdash \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$
- d)  $\exists x (P(x) \wedge Q(x)), \forall y (P(y) \rightarrow R(y)) \vdash \exists x (R(x) \wedge Q(x))$