

REGRAS DE DEDUÇÃO NATURAL

ϕ_1
⋮
 ϕ_m

} PREMISSAS

ψ_1

ψ_s

ψ^*

CONCLUSÃO DESEJADA

Justificativa (REGRA UTILIZADA PARA OBTEN ψ_i A PARTIR DE algumas fórmulas OBTIDAS ANTERIORMENTE

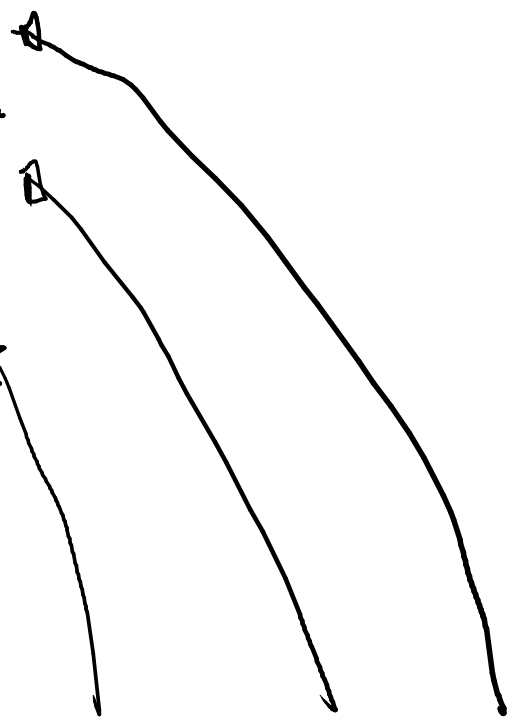
Justificativa (REGRA UTILIZADA PARA OBTEN ψ_i A PARTIR DE algumas fórmulas OBTIDAS ANTERIORMENTE

⋮
Justificativa (REGRA UTILIZADA PARA OBTEN ψ_i A PARTIR DE algumas fórmulas OBTIDAS ANTERIORMENTE

Justificativa (REGRA UTILIZADA PARA OBTEN ψ_i A PARTIR DE algumas fórmulas OBTIDAS ANTERIORMENTE

JUSTIFICATIVA (REGRA UTILIZADA PARA OBTEN ψ_i A PARTIR DE algumas fórmulas OBTIDAS ANTERIORMENTE

$\psi_1, \psi_2, \dots, \psi$



REGRAS DE DEDUÇÃO NATURAL

Simbolos lógicos

CONJUNÇÃO

\wedge -INTRODUÇÃO: Conclui $\phi \wedge \psi$ se já sabemos ϕ e ψ

\wedge

\vee

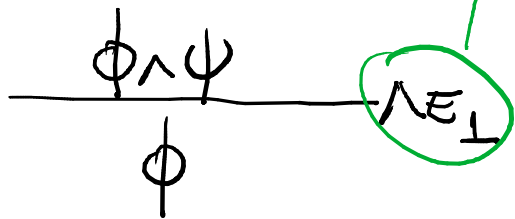
\rightarrow

\leftrightarrow



CÓDIFICAÇÃO DA REGRA

\wedge -ELIMINAÇÃO: Conclui ϕ e ψ se já sabemos $\phi \wedge \psi$



EX: PROVE QUE $p \wedge q, r \vdash q \wedge r$

PREMISSA : $p \wedge q$
 r

CONCLUSÃO : $q \wedge r$

ÍNDICE	FÓRMULAS	JUSTIFICATIVOS	
1	$p \wedge q$	PREMISSA	ELIMINAÇÃO DO \wedge APLICADO NA FÓRMULA 1 EXTRAINDO O SEGUNDO ARGUMENTO
2	r	PREMISSA	
3	q	$\wedge E_2$ 1	
	$p \wedge q$	$\wedge I$ 2,3	$\frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge E_2$
	$q \wedge r$	3,2	$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge I$

$$\frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge E_1$$

Ex: Prove QUE $(p \wedge q) \wedge r, s \wedge t \vdash q \wedge s$

1	$(p \wedge q) \wedge r$	PREM.
2	$s \wedge t$	PREM.
3	$p \wedge q$	$\wedge E_1$ 1
4	q	$\wedge E_2$ 3
5	s	$\wedge E_1$ 2
6	$q \wedge s$	$\wedge I$ 4,5

NEGAÇÃO DUPLA

EX: NÃO É VERDADE QUE NÃO ESTÁ CHOVENDO = ESTÁ CHOVENDO

$$\frac{\neg\neg\phi}{\phi} \quad \text{ne}$$

$$\frac{\phi}{\neg\neg\phi} \quad \text{ni}$$

EX: $P, \neg\neg(q \wedge r) \vdash (\neg\neg P) \wedge r$

1	P	PREMISSA
2	$\neg\neg(q \wedge r)$	PREMISSA
3	$q \wedge r$	$\neg\neg e$ 2
4	r	$\wedge e_2$ 3
5	$\neg\neg P$	$\neg\neg i$ 1
6	$(\neg\neg P) \wedge r$	$\wedge i$ 5,4

IMPLICAÇÃO

EX: $P = \text{CHOVE}$

$P \rightarrow q = \text{SE CHOVE, ENTÃO FICA MOLHADO}$

DADO ϕ E $\phi \rightarrow \psi$, TEMOS ψ

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow e$$

SÍMBOLOS LÓGICOS

\wedge CONJUNÇÃO

\vee DISJUNÇÃO

\neg NEGAÇÃO

\rightarrow IMPLICAÇÃO

(MODUS PONENS)

EX: PROVE QUE $P, P \rightarrow q, P \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash q$

EX: Prove que $P, P \rightarrow q, P \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash r$

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow e$$

1	P	PREM
2	$P \rightarrow q$	PREM
3	$P \rightarrow (q \rightarrow r)$	PREM
4	q	$\rightarrow e$ 1, 2
5	$q \rightarrow r$	$\rightarrow e$ 1, 3
6	r	$\rightarrow e$ 4, 5

EX: SE CHOVER, A RUA FICA MOLHADA. A RUA ESTÁ SECA.

$P \rightarrow q$

$\neg q$

Logo, NÃO CHOVER
 $\neg P$

$P =$ CHOVER

$q =$ A ESTÁ MOLHADA

$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \neg \psi}{\neg \phi}$ M.T.

MODUS
TOLLENS

EX: $P \rightarrow (q \rightarrow r), P, \neg r \vdash \neg q$

1	$P \rightarrow (q \rightarrow r)$	PREMISSA
2	P	
3	$\neg r$	
4	$q \rightarrow r$	$\rightarrow e$ 2, 1
5	$\neg q$	M.T. 4, 3

$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi}$

EX: SE VOCÊ É FRANCÊS, ENTÃO VOCÊ É EUROPEU

É VERDADE (NO MUNDO REAL), MAS

NÃO DEPENDE DE VOCÊ SER OU NÃO FRANCÊS

SUPosição : ELEMENTO FORMAL

• M.T. DIZ QUE $P \rightarrow q, \neg q \vdash \neg P$

• UMA OUTRA FÓRMULA $P \rightarrow q \vdash (\neg q \rightarrow \neg P)$

1	$P \rightarrow q$	PREMISSA
2	$\neg q$	SUPosição
3	$\neg P$	M.T. 1, 2
4	$\neg q \rightarrow \neg P$	$\rightarrow i, 2, 3$

