Teoria da Computações - COS700 - 2019.1

Lista 1

Entrega: 26/03/2019

Introdução

1. Seja w uma palavra em um alfabeto Σ. Definimos o reflexo de w recursivamente da seguinte maneira: $\epsilon^R = \epsilon$ e se $w = \sigma x$ então $w^R = x^R\sigma$ onde $\sigma \in \Sigma$. Sejam L_1 e L_2 linguagens no alfabeto Σ. Determine as seguintes linguagens em função de ${L_1}^R$ e ${L_2}^R$.

(a) $(L_1.L_2)^R$;

(b) $(L_1 \cup L_2)^R$;

(c) $\overline{L_1}^R$;

(d) $(L_1^*)^R$.

2. Mostre, por indução em n, que se $L_0, \dots, L_n$ são linguagens no alfabeto Σ então $L_0.(L_1 \cup \cdots \cup L_n) = (L_0.L_1) \cup \cdots \cup (L_0.L_n)$.

Linguagens Regulares e Autômatos Finitos Determinísticos

3. Considere o autômato finito determinístico no alfabeto $\{a, b, c\}$, com estados $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, estado inicial q_0, estados finais $F = \{q_2\}$ e cuja função de transição é dada por:

δ	a	b	c
q_0	q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_2	q_4
q_2	q_4	q_2	q_1
q_3	q_1	q_2	q_3
q_4	q_3	q_2	q_0

(a) Esboce o diagrama de estados deste autômato.

(b) Descreva a computação deste autômato que tem início na configuração $(q_0, abccbaccaabb)$. Esta palavra é aceita pelo autômato?

(c) Descreva a computação deste autômato que tem início na configuração $(q_0, ccbbbaaaabbccba)$. Esta palavra é aceita pelo autômato?

(d) Descreva em português a linguagem aceita pelo autômato definido acima.

4. Invente autômatos finitos determinísticos que aceitem as seguintes linguagens sobre o alfabeto $\{0, 1\}$:

(a) o conjunto das palavras que acabam em 00;

(b) o conjunto das palavras com três 0s consecutivos;

(c) o conjunto das palavras em que cada 0 está entre dois 1s;

(d) o conjunto das palavras cujos quatro símbolos finais seja 1101;

(e) o conjunto dos palíndromos de comprimento igual a 6.

Expressões Regulares

5. Descreva em português o conjunto denotado por cada uma das expressões regulares abaixo:

(a) 1^*0;

(b) $1^*0(0)^*$;

(c) $111 \cup 001$;

(d) $(1 \cup 00)^*$;

(e) $(0(0)^*1)^*$;

(f) $(0 \cup 1)(0 \cup 1)^*00$.

6. Prove que: $((abb)^*(ba)^*(b \cup aa)) = (abb)^*((\epsilon \cup (b(ab)^*a))b \cup (ba)^*(aa))$.

Relação entre AFD's e Expressões Regulares

7. Para cada um dos autômatos determinísticos, no alfabeto $\{0, 1\}$, dados abaixo:

- esboce o diagram de estados;
- encontre os sorvedouros e os estados mortos;
- determine a expressão regular da linguagem aceita pelo autômato usando o algoritmo de substituição.

(a) Os estados são $\{q_1, \ldots, q_4\}$, e o estado inicial q_1, o conjunto de estados finais é $\{q_2\}$ e a função de transição é dada por:

δ	0	1
q_1	q_2	q_4
q_2	q_3	q_1
q_3	q_4	q_4
q_4	q_4	q_4

(b) Os estados são $\{q_1, \ldots, q_5\}$, e o estado inicial q_1, o conjunto de estados finais é $\{q_3, q_4\}$ e a função de transição é dada por:

δ	0	1
q_1	q_2	q_4
q_2	q_2	q_3
q_3	q_5	q_5
q_4	q_5	q_5
q_5	q_5	q_5

(c) Os estados são $\{q_1, \ldots, q_4\}$, e o estado inicial q_1, o conjunto de estados finais é $\{q_1\}$ e a função de transição é dada por:

δ	0	1
q_1	q_2	q_4
q_2	q_3	q_1
q_3	q_4	q_2
q_4	q_4	q_4

(d) Os estados são $\{q_1, \ldots, q_3\}$, e o estado inicial q_1, o conjunto de estados finais é $\{q_1\}$ e a função de transição é dada por:

δ	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_1	q_2

(e) Os estados são $\{q_1, \ldots, q_6\}$, e o estado inicial q_1, o conjunto de estados finais é $\{q_4\}$ e a função de transição é dada por:

δ	0	1
q_1	q_5	q_2
q_2	q_5	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_4
q_5	q_6	q_2
q_6	q_6	q_4

Autômatos Finitos Não-Determinísticos

8. Desenhe o diagrama de estados de cada um dos seguintes autômatos finitos não determinísticos e construa o autômato finito determinístico equivalente a cada um deles. Em cada caso o estado inicial é q_1.

(a) $F_1 = \{q_4\}$ e a função de transição é dada por:

Δ_1	a	b	c
q_1	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\{q_4\}$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

(b) $\Delta_2 = \Delta_1$ e $F_2 = \{q_1, q_2, q_3\}$;

(c) $F_3 = \{q_2\}$ e a função de transição é dada por:

Δ_3	a	b
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_3	$\{q_1, q_3\}$	$\emptyset$

9. Seja A um autômato finito determinístico com um único estado final. Considere o autômato finito não determinístico A' obtido invertendo os papéis dos estados incial e final e invertendo também a direção de cada seta no digrama de estado. Descreva $L(A')$ em termos de $L(A)$.

10. Mostre que todo AFND pode ser convertido em outro equivalente que possui apenas um único estado final.

Operações com Autômatos Finitos e Linguagens Regulares

11. Determine AFND e converta em AFD que aceitem as linguagens cujas expressões regulares são dadas abaixo:

(a) $(10 \cup 001 \cup 010)^*$;

(b) $(1 \cup 0)^*00101$;

(c) $((0.0) \cup (0.0.0))^*$.

12. Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Seja $L_1 \subset \Sigma^*$ a linguagem que consiste das palavras onde há pelo menos duas ocorrências de 0 e $L_2 \subset \Sigma^*$ a linguagem que consiste das palavras onde há pelo menos uma ocorrência de 1.

(a) Construa expressões regulares para L_1 e L_2;

(b) A partir das expressões regulares, construa AFND's que aceitem L_1 e L_2;

(c) Construa $L_1 \cup L_2$, $L_1.L_2$, ${L_1}^*$ e ${L_2}^*$.

13. Explique por que o raciocínio da inversão de estados finais e não finais para a obtenção de um autômato que aceite o complemento da linguagem aceita pelo autômato original pode não funcionar quando estamos utilizando AFND.