LEMA: SE UM AUTÔMATO DE PILHA RECONHECE UMA LINGUAGEM, ENTÃO A LINGUAGEM É LLC.

PROVA: INICIALMENTE MODIFICAREMOS NOSSO AUTÔMATO PARA QUE TENHA AS SEGUINTES PROPRIEDADES

1) POSSUI UM ÚNICO ESTADO FINAL
2) A PILHA SÓ FICA VAZIA NO FINAL
3) CADA TRANSIÇÃO OU COLOCA ALGO NA PILHA OU REMOVE, MAS NÃO AMBOS

→ 1 E 2 SÃO OBTIDOS AO ADICIONARMOS DOIS NOVOS ESTADOS: INICIAL E FINAL, SUAS TRANSIÇÕES, E UM SÍMBOLO QUE INDICA O FINAL DA PILHA

→ 3 É OBTIDO AO "DIVIDIRMOS" CADA TRANSIÇÃO EM DUAS, COM UM ESTADO INTERMEDIÁRIO

$$p \xrightarrow{(a,X,Y)} q \quad \rightsquigarrow \quad p \xrightarrow{(a,X,\varepsilon)} \bigcirc \xrightarrow{(\varepsilon,\varepsilon,Y)} q$$

PARA CADA PAR DE ESTADOS p, q, CRIAMOS UMA VARIÁVEL A_{pq} QUE GERA TODAS AS PALAVRAS QUE LEVAM p A q INICIANDO COM A PILHA VAZIA E ACABANDO COM A PILHA VAZIA.

→ A PRIMEIRA OPERAÇÃO NA PILHA É DE INCLUIR X

→ A ÚLTIMA É REMOVER Y

HÁ DUAS POSSIBILIDADES:

1) O SÍMBOLO REMOVIDO É IGUAL AO PRIMEIRO
   REGRA: $A_{pq} \to a A_{rs} b$, ONDE a É O SÍMBOLO LIDO AO INCLUIR X, E b É O SÍMBOLO LIDO AO REMOVERMOS X
2) O SÍMBOLO REMOVIDO É DIFERENTE DO PRIMEIRO
   ↳ NESTE CASO, O PRIMEIRO É REMOVIDO EM ALGUM MOMENTO ANTERIOR.
   → REGRA: $A_{pq} \to A_{pr} A_{rq}$, ONDE r É O ESTADO ONDE X É REMOVIDO

<u>FORMALMENTE</u>: SEJA $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, q_0, \{q_f\})$.

AS VARIÁVEIS DE G SÃO $\{A_{p,q} : p,q \in Q\}$

A variável inicial é $A_{q_0 q_f}$

<u>REGRAS</u>:

1) $p,q,r,s \in Q$, $u \in \Gamma$, $a,b \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$.

SE $(r,u) \in \Delta(p\ a\ \varepsilon)$ E $(q,\varepsilon) \in \Delta(s,b,u)$

ADICIONE

$$A_{pq} \to a A_{rs} b$$

2) $p,q,r \in Q$, ADICIONE $A_{pq} \to A_{pr} A_{rs}$

3) PARA CADA $p \in Q$, ADICIONE $A_{pp} \to \varepsilon$

<u>AE</u>: SE A_{pq} GERA x, ENTÃO x leva p A q COM PILHA VAZIA

INDUÇÃO NO NÚMERO DE PASSOS DA DERIVAÇÃO: ✓

SE HÁ APENAS UM PASSO: $A_{pp} \to \varepsilon$

SE HÁ MAIS DE UM PASSO: $A_{pq} \Rightarrow^* x$

TEMOS $A_{pq} \Rightarrow a A_{rs} b$ OU $A_{pq} \Rightarrow A_{pr} A_{rq}$

$x = a x' b$ $\qquad\qquad$ $x = x' y$

G possui $(r,u) \in \Delta\ p\ a\ \varepsilon$ E $(q,\varepsilon) \in \Delta\ s,b,u$

AF: SE x LEVA P DE p A q COM PILHA VAZIA, ENTÃO A_{pq} GERA x

SE A COMPUTAÇÃO TEM ZERO PASSOS: P NÃO LÊ NADA, ENTÃO $x = \varepsilon$
PELA CONSTRUÇÃO TEMOS $A_{pp} \to \varepsilon$

SUPONHA QUE A COMPUTAÇÃO TEM $k+1$ PASSOS
DAS DUAS UMA: OU A PILHA ESTÁ VAZIA SÓ NO COMEÇO E NO FINAL
OU ESVAZIA NUM ESTADO r

1) O SIMBOLO u QUE ENTRA NA PILHA NO COMEÇO É O MESMO QUE SAI NO FINAL. SEJA $x = ayb$, E r O ESTADO DEPOIS DE p, s O ESTADO ANTES DE q.

ENTÃO $(r, u) \in \Delta(p, a, \varepsilon)$ E $(q, \varepsilon) \in \Delta(s, b, u)$
LOGO $A_{pq} \to a A_{rs} b$ ESTÁ EM G.

ALÉM DISSO y LEVA P DE r A s COM PILHA VAZIA.
POR INDUÇÃO $A_{rs} \Rightarrow^* y$, LOGO $A_{pq} \Rightarrow^* x$

2) A PORÇÃO DA COMPUTAÇÃO DE p A r E DE r A q TÊM NO MÁXIMO r PASSOS. SUPONHA $x = yz$ ONDE y É LIDA ATÉ r E z LIDA ATÉ q.
POR INDUÇÃO $A_{pr} \Rightarrow^* y$ E $A_{rs} \Rightarrow^* z$. LOGO $A_{pq} \Rightarrow^* x$