MÁQUINA DE TURING

→ TEORIA DA COMPUTABILIDADE
  ↳ ESTUDA O QUE PODE SER RESOLVIDO ALGORITMICAMENTE
    → DECIDÍVEIS
    ↳ INDECIDÍVEIS

→ TEORIA DA COMPLEXIDADE
  ↳ EFICIÊNCIA DE TAIS ALGORITMOS
    → TRATÁVEIS
    ↳ INTRATÁVEIS

PROBLEMA DE PARADA

ELEMENTOS DE UMA MÁQUINA DE TURING

1) UMA FITA INFINITA À DIREITA

- CADA CASA PODE CONTER UM SÍMBOLO OU ESTAR EM BRANCO → ⊔
- A "PRIMEIRA" CASA POSSUI ▷ E NÃO PODE SER MODIFICADA
  - ▷ → MARCA O FINAL
- SÓ UM NÚMERO FINITO DE CASAS ESTÁ PREENCHIDO

2) UM CABEÇOTE

- SEMPRE SOBRE UMA CASA
- PODE LER E ESCREVER (OPERAÇÕES DE LEITURA E ESCRITA)
- PODE SE MOVER P/ ESQUERDA OU DIREITA EXCETO SE ESTIVER SOBRE ▷

3) UM CONJUNTO FINITO DE ESTADOS

A TRANSIÇÃO:

DADO O ESTADO ATUAL E O SÍMBOLO LIDO, A MÁQUINA MUDA DE ESTADO E EXECUTA UMA AÇÃO NA FITA.

AÇÕES:

1) MOVER O CABEÇOTE P/ ESQ;
2) MOVER O CABEÇOTE P/ DIR;
3) MANTER O CABEÇOTE E ESCREVER UM NOVO SÍMBOLO NA CASA ATUAL

DEF: UMA MÁQUINA DE TURING DETERMINÍSTICA É UMA 6-TUPLA $(\Sigma_0, \Sigma, Q, q_0, F, \delta)$ T.Q.

- Σ_0 ALFABETO DE ENTRADA
- Σ ALFABETO DA FITA
- Q ESTADOS
- $q_0 \in Q$ ESTADO INICIAL
- $F \subseteq Q$ CONJ. DE ESTADOS FINAIS
- $\delta : (Q - F) \times \Sigma \to Q \times ((\Sigma - \{\triangleright\}) \cup \{\leftarrow, \rightarrow\})$

A MÁQUINA PARA SSE QUANDO ALCANÇA ESTADO FINAL

⇝ A MÁQUINA PODE NUNCA PARAR

⇝ RESTRIÇÕES EM δ QUANDO LEMOS $\triangleright$:

SE $q \in Q - F$ $\quad \delta(q, \triangleright) = (q', \rightarrow)$

⇝ CADA CASA DA FITA NÃO PODE CONTER MAIS DO QUE UM SÍMBOLO

RESTRIÇÕES A Σ_1 E Σ_0

⇝ NÃO SÃO INDEPENDENTES

1) $\triangleright \notin \Sigma_0$
2) $\Sigma \cup \{\triangleright, \sqcup\} \subseteq \Sigma$
3) $\leftarrow, \rightarrow \notin \Sigma$

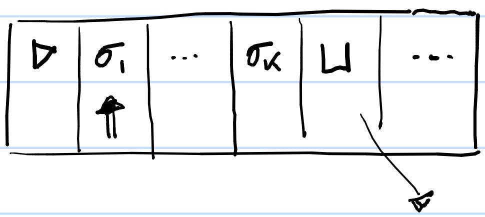
A MÁQUINA COMEÇA A COMPUTAÇÃO NO ESTADO q_0
A FITA INICIA COM $\triangleright$ NA CASA MAIS À ESQ.
E APENAS COM SÍMBOLOS DE Σ_0 OU $\sqcup$ NO RESTO.

UM NÚMERO FINITO DE

⇝ PRECISAMOS EXPLICAR EM QUAL CASA O CABEÇOTE COMEÇA

⇝ EM GERAL COMEÇA À DIREITA DE $\triangleright$

CONFIGURAÇÃO



EQUIV $\quad w = \triangleright \underline{\sigma_1} \sigma_2 \cdots \sigma_k \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{SÍMBOLOS EM BRANCO}}$

• UMA COMPUTAÇÃO É UMA SEQUÊNCIA DE PARES (q, w), ONDE $q \in Q$ E $w \in \Sigma^*$ É UMA DESCRIÇÃO COMO ACIMA.

⇝ O ESTADO NO PRIMEIRO PAR É SEMPRE q_0
⇝ PODE APARECER NO MÁXIMO UM ESTADO FINAL, SEMPRE NO ÚLTIMO PAR.

PODEMOS TER

$$(q_0, w_0) \vdash (q_1, w_1) \vdash \cdots \vdash (q_t, w_t) \quad , \quad \underset{0 \leq i < t}{q_i \in Q - F} \quad , q_t \in F$$

OU

$$(q_0, w_0) \vdash (q_1, w_1) \vdash \cdots \vdash (q_t, w_t) \vdash \quad , \quad q_i \in Q - F \quad \forall i$$

<u>EX:</u> $M_1 = (\Sigma_0, \Sigma, Q, q_0, F, \delta)$

- $\Sigma_0 = \{a\}$
- $\Sigma = \{a, \triangleright, \sqcup\}$
- $Q = \{q_0, q_1, h\}$
- $F = \{h\}$
- δ :

δ	a	$\triangleright$	$\sqcup$
q_0	$(q_1, \sqcup)$	$(q_0, \rightarrow)$	$(h, \sqcup)$
q_1	(q_0, a)	$(q_1, \rightarrow)$	$(q_0, \rightarrow)$

SE $w_0 = \triangleright a a \sqcup a a a$

DEPENDE ONDE O CABEÇOTE COMEÇA

CASO 1: COMEÇA EM $\triangleright$

$$\begin{aligned}(q_0, \underline{\triangleright} a a \sqcup a a a) &\vdash (q_0, \triangleright \underline{a} a \sqcup a a a) \vdash \\ &\quad (q_1, \triangleright \underline{\sqcup} a \sqcup a a a) \vdash \\ &\quad (q_0, \triangleright \sqcup \underline{a} \sqcup a a a) \vdash \\ &\quad (q_1, \triangleright \sqcup \underline{\sqcup} \sqcup a a a) \vdash \\ &\quad (q_0, \triangleright \sqcup \sqcup \underline{\sqcup} a a a) \\ &\quad (h, \triangleright \sqcup \sqcup \underline{\sqcup} a a a) \vdash\end{aligned}$$

SE COMEÇAR NA SEGUNDA CASO: COMP. IGUAL S/ O PRIMEIRO PAR

NA TERCEIRA CASA

$$(q_0, \triangleright a \underline{a} \sqcup aaa) \vdash (q_1, \triangleright a \underline{\sqcup} \sqcup aaa) \vdash (q_0, \triangleright a \sqcup \underline{\sqcup} aaa)$$
$$\vdash (h, \triangleright a \sqcup \underline{\sqcup} aaa)$$

2) SE COMEÇA NA QUARTA CASA

$$(q_0, \triangleright aa \underline{\sqcup} aaa) \vdash (h, \triangleright aa \underline{\sqcup} aaa)$$

⇝ APAGA a E MOVE P/ DIREITA ATÉ ACHAR CASA EM BRANCO

⇝ SEMPRE PARA PORQUE FITA POSSUI FINITOS SÍMBOLOS OCUPADOS

Ex: $M_2 = (\Sigma_0, \Sigma_i, Q, q_0, F, \delta)$

$\Sigma_0 = \{a\}$
$\Sigma_i = \{a, \triangleright, \sqcup\}$
$Q = \{q_0, h\}$
$F = \{h\}$
δ :

δ	a	$\triangleright$	$\sqcup$
	$(q_0, \leftarrow)$	$(q_0, \rightarrow)$	$(h, \sqcup)$

• DEPENDE DA POS. INICIAL

1) SE ESTÁ SOBRE $\triangleright$ E $w = \triangleright aa \sqcup aaa$

$$(q_0, \underline{\triangleright} aa \sqcup aaa) \vdash (q_0, \triangleright \underline{a} a \sqcup aaa) \vdash (q_0, \underline{\triangleright} aa \sqcup aaa) \cdots$$
$$=$$

2) CASA 1 OU 2: IGUAL PORÉM MAIS LONGO.

3) QUARTA CASA

$$(q_0, \triangleright aa\underline{\sqcup}aaa) \vdash (h, \triangleright aa\underline{\sqcup}aaa)$$

ESSA MÁQUINA "REBOBINA" ATÉ PRIMEIRA CASA EM BRANCO

- PODEMOS USAR MÁQUINAS DE TURING COMO RECONHECIMENTO DE LINGUAGENS, DA MESMA FORMA COMO FIZEMOS COM AF E AP.

  ⟶ ESCREVEMOS A PALAVRA NAS PRIMEIRAS CASAS DA FITA E COLOCAMOS O CABEÇOTE NO PRIMEIRO SÍMBOLO DE $w = \sigma_1 \cdots \sigma_k$