GRAM. LIVRE DE CONTEXTO

$V \quad T$

REGRAS

$X \longrightarrow w$

$w \in L(G) \subseteq T^*$

DERIVAÇÃO

$S \Rightarrow w_1 \Rightarrow w_2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow w \in T^*$

ÁRVORE DE ANÁLISE SINTÁTICA

COLHEITA

EQUIVALENTE

AMBIGUIDADE

EX: $L = \{0^n 1^n : n \in \mathbb{N}\}$

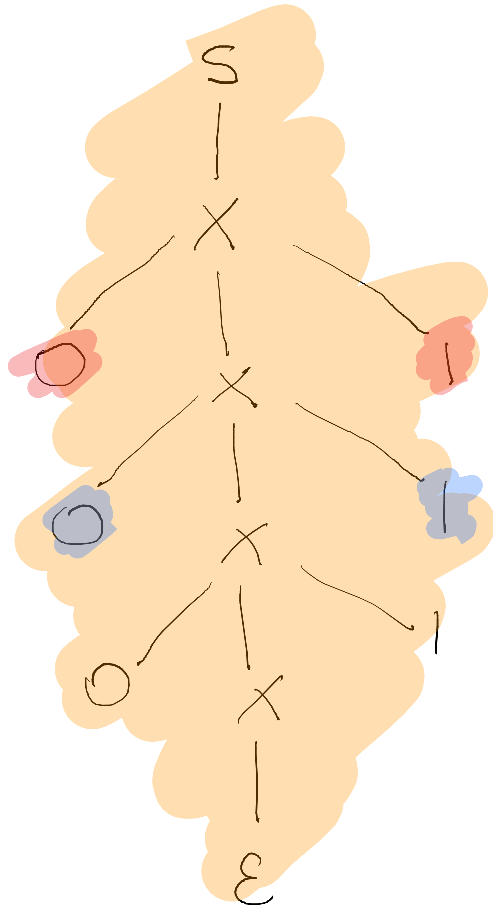
$V = \{S, X\}$

$T = \{0, 1\}$

$S \to X$

$X \to 0X1 \mid \varepsilon$

$w = 000111$

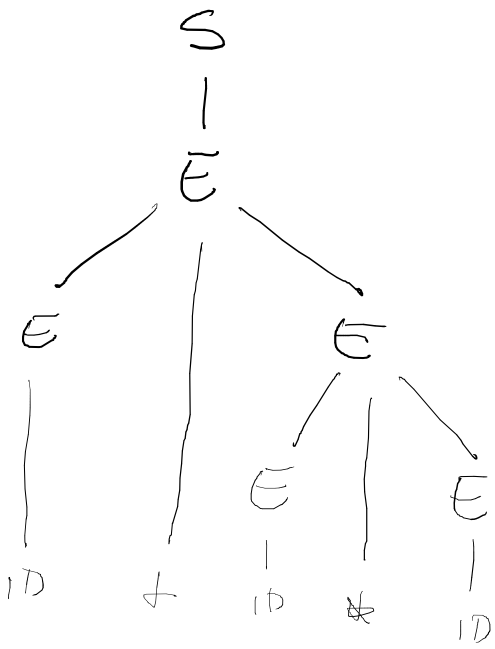


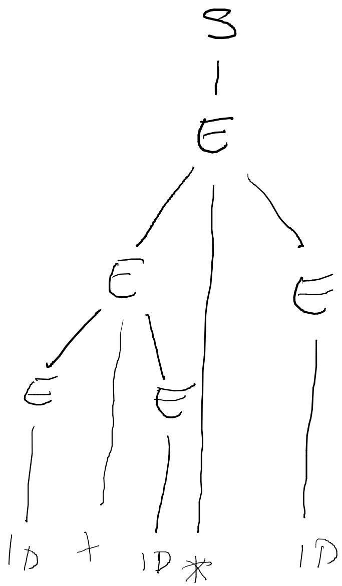
$S \Rightarrow X \Rightarrow 0X1 \Rightarrow 00X11 \Rightarrow 000X111 \Rightarrow 000111$

EX: ID + ID * ID

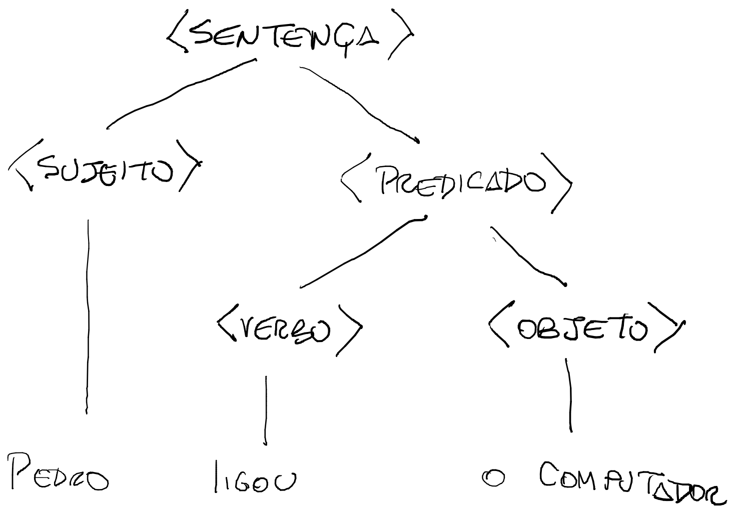
$S \to E$

$E \to E + E \mid E * E \mid ID$





ÁRVORE DE ANÁLISE SINTÁTICA



→ DIAGRAMAR UMA LINGUAGEM

→ GRAMÁTICOS GERAM FRASES COM A SINTAXE CORRE

→ ANALISAR A ESTRUTURA DE UMA FRASE E DETERMINAR SEU SIGNIFICADO.

EX: $\underbrace{\text{PEDRO}}_{\text{SUJEITO}}\ \underbrace{\underbrace{\text{LIGOU}}_{\text{VERBO}}\ \underbrace{\text{O COMPUTADOR}}_{\text{OBJETO}}}_{\text{PREDICADO}}$

CADA BIFURCAÇÃO CORRESPONDE A UMA REGRA DA GRAMÁTICA

<SENTENÇA> → <SUJEITO> <PREDICADO>

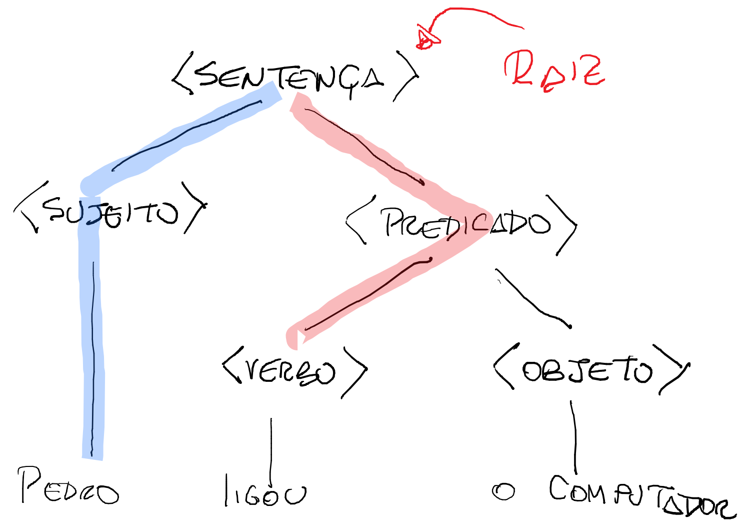
<PREDICADO> → <VERBO> <OBJETO>

<SUJEITO> → PEDRO

<VERBO> → LIGOU

<OBJETO> → O COMPUTADOR

- Árvore é grafo sem ciclo
  - ↳ orientados, sem setas, "de cima p/ baixo"



- Há um único vértice especial chamado de raiz
- Os sucessores de um vértice são totalmente ordenados "da esquerda p/ direita"
  - ↳ Porque queremos ler/escrever da esquerda p/ direita

DEF: Para cada vértice v' da árvore há um único caminho que liga v' à raiz.
Seja v ≠ v' um vértice deste caminho
- v é ascendente de v' (ex: <predicado> e <sentença> são asc. de verbo)
- v' é descendente de v.
- Se v e v' estão separados por uma aresta, v é o pai de v' e v' é filho de v
- Filhos do mesmo pai são irmãos
- Vértices sem filhos são folhas
- Vértice que não é folha é interno

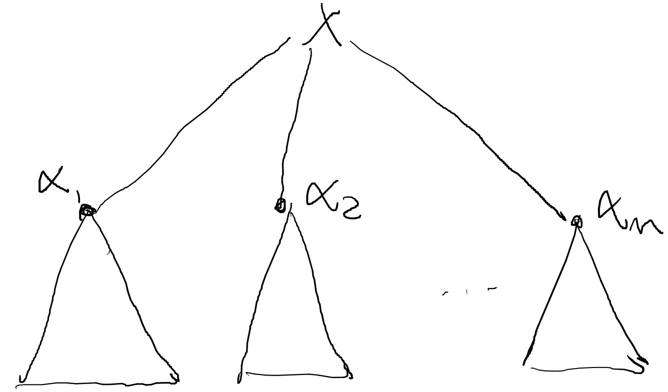
NOTE QUE A ORDENAÇÃO ENTRE IRMÃOS PODE SER ESTENDIDA PARA UMA ORDENÃO DAS FOLHAS.

<u>DEF</u>: DADA GRAMÁTICA G, DEFINIMOS ÁRVORES DE ANÁLISE SINTÁTICA DE FORMA RECURSIVA.

<u>BÁSICAS</u>: $\sigma \in T$, $X \in V$, E $X \to \varepsilon$ É UMA REGRA

SÃO ÁRVORES GRAMATICAIS

<u>REGRA DE COMBINAÇÃO</u>: SEJA $T_1, \ldots, T_m$ ÁRVORES GRAMATICAIS COM RAÍZES $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$, E SEJA $X \to \alpha_1 \cdots \alpha_m$ UMA REGRA DE G, ENTÃO:



É UMA ÁRVORE GRAMATICAL

OBS: SE $\mathcal{T}$ POSSUI UM VÉRTICE ROTULADO POR $X \in V$,
PODEMOS SUBSTITUIR TODA PARTE DE $\mathcal{T}$ DESCENDETE
DE X POR OUTRA ÁRVORE COM RAIZ X.

OBS: OS ÚNICOS VÉRTICES ROTULADOS POR $T \cup \{\varepsilon\}$
SÃO AS FOLHAS.

- SE $v \in V(\mathcal{T})$ É ROTULADO POR X E SEUS FILHOS SÃO $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ (EM ORDEM), ENTÃO $X \to \alpha_1 \cdots \alpha_m$ É UMA REGRA

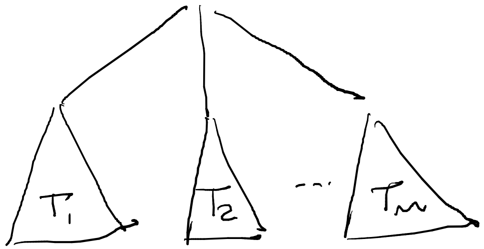
  ↳ A REGRA ASSOCIADA A v

Colheita

- Como transformar uma árvore em uma palavra?

Na colheita de uma árvore T, denotamos por $c(T)$

Básicas: $c(\bullet^{\sigma}) = \sigma$, $c\begin{pmatrix} X \\ | \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \varepsilon$

Combinação: se $T =$ 

então $c(T) = c(T_1) \cdots c(T_m)$

- Como as folhas estão totalmente ordenadas não há ambiguidade na colheita

Def: Se $w \in L(G)$, então uma árvore de derivação para w é uma árvore com raiz S cuja colheita é w

DEF: UMA ÁRVORE GRAMATICAL COM RAIZ X, É DITA UMA X-ÁRVORE.

DEF: SE $w \in L(G)$, ENTÃO UMA ÁRVORE DE DERIVAÇÃO PARA w É UMA S-ÁRVORE CUJA COLHEITA É w

DEF: SEJA $w \in (T \cup V)^*$, $w = \alpha_1 \cdots \alpha_m$

UMA w-FLORESTA $\mathcal{F}$ É UMA SEQUÊNCIA ORDENADA DE ÁRVORES $T_1, \ldots, T_m$, ONDE T_i É UMA α_i-ÁRVORE

A COLHEITA DE $\mathcal{F}$ É $c(\mathcal{F}) = c(T_1) \cdots c(T_m)$

- COMO OBTER UMA DERIVAÇÃO (MAIS À ESQ) A PARTIR UMA ÁRVORE?

ALG. CONSTRÓI UMA DERIVAÇÃO A PARTIR DE UMA ÁRVORE GRAMATICAL

ENTRADA: UMA X-ÁRVORE $\mathcal{T}$, ONDE $X \in V$

SAÍDA: DERIVAÇÃO MAIS À ESQ. DA $C(\mathcal{T})$

ETAPA 1: INICIALIZE $\hat{\mathcal{F}}$ COM $\mathcal{T}$

ETAPA 2: SE $\hat{\mathcal{F}}$ É UMA w-FLORESTA, IMPRIMA w

PARE SE TODAS AS ÁRVORES EM $\hat{\mathcal{F}}$ SÃO TERMINAIS

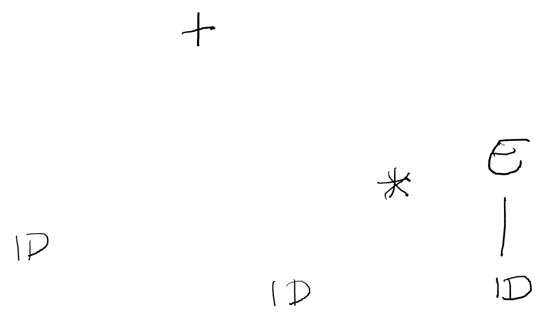
ETAPA 3: SEJA v A RAIZ DA ÁRVORE MAIS À ESQ. DE $\hat{\mathcal{F}}$

QUE É ROTULADA POR UMA VARIÁVEL.

FAÇA $\hat{\mathcal{F}} = \hat{\mathcal{F}} \setminus v$ E VOLTE P/ ETAPA 2.

EX:

$\hat{\mathcal{F}} =$



$E \Rightarrow \underline{E} + E \Rightarrow ID + \underline{E} \Rightarrow ID + \underline{E} * E$

$\Rightarrow ID + ID * \underline{E} \Rightarrow ID + ID * ID$

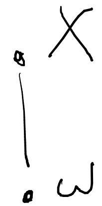
EQUIVALÊNCIA

PROPOSIÇÃO: SEJA $X \in V$. SE EXISTE DERIVAÇÃO

$X \Rightarrow^* w$, ENTÃO w É A COLHEITA

DE UMA X-ÁRVORE.

PROVA: INDUÇÃO NO NÚMERO DE PASSOS p DA DERIVAÇÃO

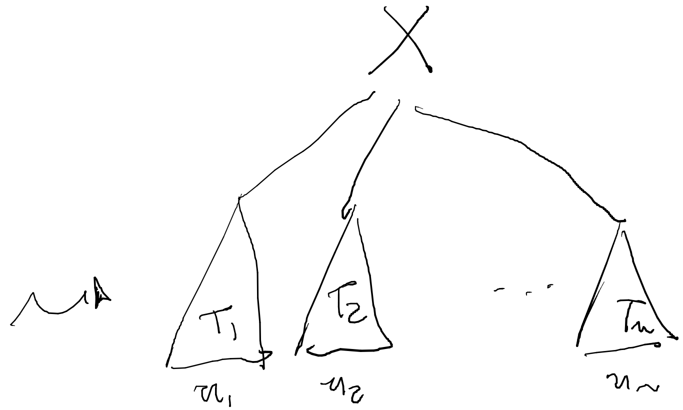


BASE: $p=1$ ENTÃO $X \Rightarrow w$ E $w \in T^*$

PASSO DE INDUÇÃO: $X \overset{p+1}{\Rightarrow} V_1 \cdots V_m$ ONDE $V_i \in T \cup V$

E $X \Rightarrow V_1 \cdots V_m$ É UMA REGRA

A DERIVAÇÃO CONTINUA COM $\underset{p}{V_i \Rightarrow^* u_i}$



ONDE $u_1 \cdots u_m = w$

EXISTEM ÁRVORES $T_1 \cdots T_m$ ONDE T_i É UMA V_i-ÁRVORE

E $C(T_i) = u_i$

TEO: SEJA G UMA LCC E $w \in L(G)$. ENTÃO

1) EXISTE ÁRVORE DE DERIVAÇÃO CUJA COLHEITA É w

2) CADA ÁRVORE DE DERIVAÇÃO CUJA COLHEITA É w CORRESPONDE A UMA DERIVAÇÃO MAIS À ESQ. (E MAIS À DIREITA) DE w

AMBIGUIDADE:

EX: A SEGUIR VEIO UMA MÃE COM UMA CRIANÇA EMPURRANDO UM CARRINHO.

PERGUNTA: QUEM ESTÁ EMPURRANDO O CARRINHO?

DEF: A GRAMÁTICA G É AMBÍGUA SE EXISTE PALAVRA $w \in L(G)$ QUE ADMITE DUAS ÁRVORES DE DERIVAÇÃO DISTINTAS.

GOSTARÍAMOS DE ELIMINAR AMBIGUIDADE

EX: $G''_{EXP} =$

$$S \rightarrow E$$

$$E \rightarrow (E)R \mid VR$$

$$R \rightarrow +E \mid *R \mid \varepsilon$$

$$V \rightarrow ID$$

$$E \rightarrow (E)R$$

$u \; (\; u$