

A MÁQUINA DE TURING UNIVERSAL $\rightsquigarrow \mathcal{U}$

- CAPAZ DE SIMULAR QUALQUER MÁQUINA DE TURING
- TEM QUE RECEBER O "PROGRAMA" DESSA MÁQUINA
- TEMOS QUE DESCREVER OS ALFABETOS, ESTADOS, E TRANSIÇÕES
- \mathcal{U} É UM MODELO DE COMPUTADOR PROGRAMÁVEL

OBS: HÁ VÁRIAS FORMAS DE DEFINIR \mathcal{U}

• ALF. DE ENTRADA $\Sigma_{\mathcal{U}} = \{0, 1, \sigma, \varphi, X, Y, z, \#, a, b\}$

• ALF. DA FITA $\Sigma_{\mathcal{U}} \cup \{\triangleright, \sqcup\}$

$$\Sigma_u = \{0, 1, \sigma, q, x, y, z, \#, a, b\}$$

• Queremos simular a máquina M .

↳ TRANSIÇÕES DE M SERÃO ENUMERADAS NA FITA DE U SEPARADAMENTE

↳ OS SÍMBOLOS DE M SERÃO REPRESENTADOS NO SISTEMA UNÁRIO.

↳ AS SETAS DE M SERÃO SÍMBOLOS DE M

↳ SÍMBOLOS INICIAM POR σ E ESTADOS POR q

• SUPONHA QUE M TEM m SÍMBOLOS E n ESTADOS

↳ RESERVAMOS $m+3$ CASAS P/ CADA SÍMBOLO : $\sigma 0^r 1$

↳ " $(m+1)$ CASAS P/ CADA ESTADO : $q 0^r 1^{m-r}$

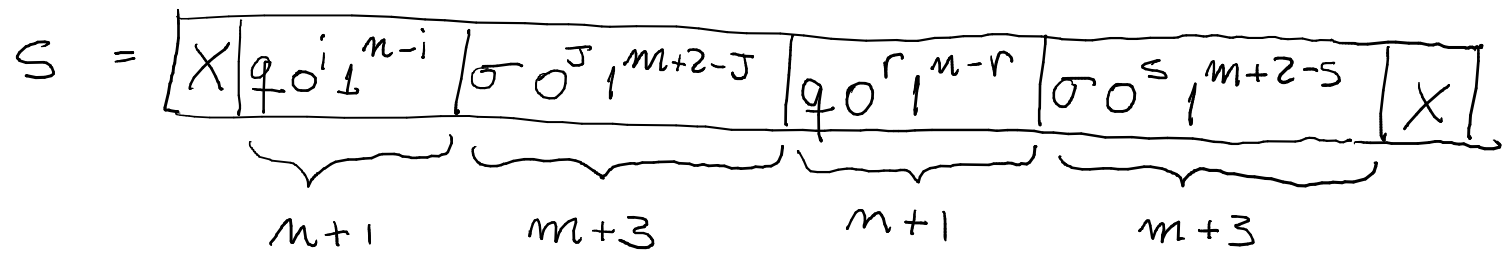
r -ÉSIMO SÍMBOLO

SÍMBOLO	CÓDIGO
▷	$\sigma 0 1 \dots 1$
→	$\sigma 0 0 1 \dots 1$
↖	$\sigma 0 0 0 1 \dots 1$

• CODIFICAR TRANSIÇÃO

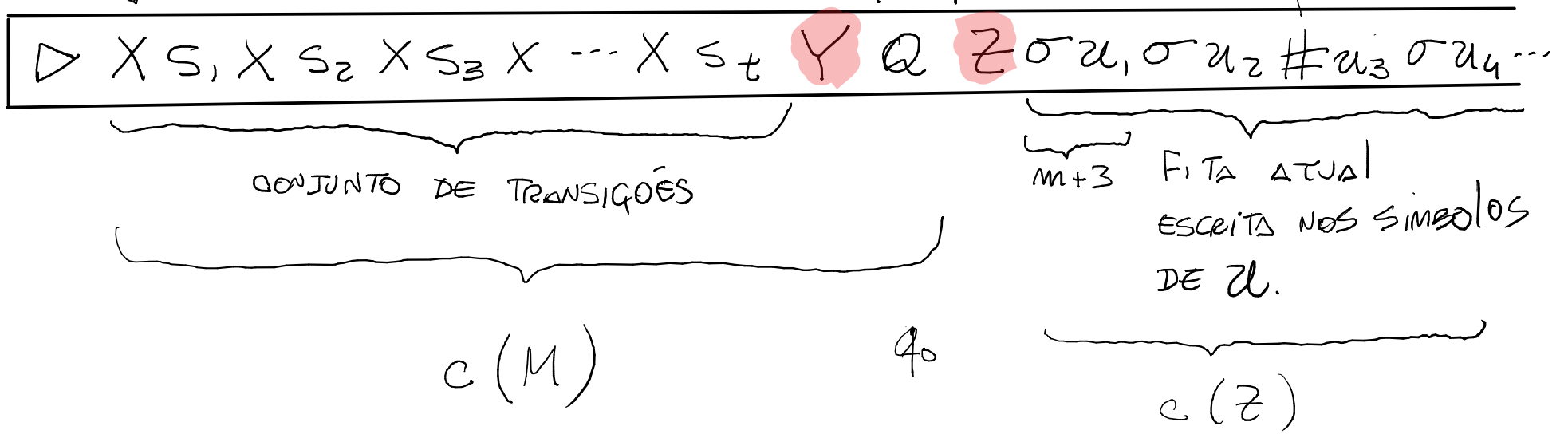
$$\Sigma_u = \{0, 1, \sigma, q, X, Y, z, \#, a, b\}$$

EX: $\delta(q_i, \sigma_j) = (q_r, \sigma_s)$



INDICA QUE O CABEÇOTE DE M ESTÁ SOB ESTA CASA

• A DESCRIÇÃO COMPLETA É



EX: SEJA M COM ALFABETO $\Sigma = \{0, \triangleright, \sqcup\}$, ESTADOS $\{q_0, q_1, h\}$ $F = \{h\}$

ESTADO	ENTRADA	TRANSIÇÕES
q_0	0	(q_1, \sqcup)
	\sqcup	(h, \sqcup)
	\triangleright	(q_0, \rightarrow)
q_1	0	$(q_0, 0)$
	\sqcup	(q_0, \rightarrow)
	\triangleright	(q_1, \rightarrow)

ESTADO	CÓDIGO	SÍMBOLO	CÓDIGO
q_0	q_011	\triangleright	$\sigma 01111$
		\rightarrow	$\sigma 00111$
q_1	q_001	\leftarrow	$\sigma 00011$
h	q_000	\sqcup	$\sigma 00001$
		0	$\sigma 00000$

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, \sqcup)$$

X q_011 $\sigma 00000$ q_001 $\sigma 00001$ X

PROCESSAMENTO: DUAS PARTES

$$\Sigma_w = \{0, 1, \sigma, q, X, Y, z, \#, \underline{a}, \underline{b}\}$$

1) VERIFICAR SE A DESCRIÇÃO É LEGÍTIMA

↳ SE X'S, Y, Z, q'S E σ 'S ESTÃO NA ORDEM CORRETA

↳ SE AS REPRESENTAÇÕES TÊM O MESMO TAMANHO

2) SIMULAR A MÁQUINA CUJA DESCRIÇÃO FOI DADA

TRES ETAPAS:

2.1) CABEÇOTE À DIREITA ▷

VAREMOS ENTRE ▷ E Y BUSCANDO UMA QUADRUPLA QUE COMECE
COM A REP. DO P_{LR} (Q, Z), ONDE

Q É O ESTADO REPRESENTADO ENTRE Y E Z; E

Z É O ESTADO REPRESENTADO À ESQ. DE #

SUBSTITUÍMOS 0'S E 1'S POR a'S E b'S, RESP.

SE NÃO ENCONTRARMOS TAL QUADRUPLA, ESTAMOS EM UM ESTADO FINAL

2.2) O ESTADO Q E SÍMBOLO τ MAIS À ESQ. CORRESPONDEM À AÇÃO DE M

NO Q E τ DEVEM SER COPIADOS PARA OS CAMPOS CORRESPONDENTES

ENTRE Y E Z , DEPOIS DE $\#$

SE τ REPRESENTA $\leftarrow \omega \rightarrow$ MOVEMOS A POSIÇÃO DE $\#$

$\sigma \sigma^1 |^{m+1}$: \rightarrow MOVE $\#$ PARA O LUGAR DO PRÓXIMO σ

$\sigma \sigma^2 |^m$: \leftarrow MOVE $\#$ PARA O LUGAR DO σ ANTERIOR

$\sigma \sigma^j |^{m+2-j}$
 $j \geq 2$ SUBSTITUI O SEG APOS $\#$ POR $\sigma \sigma^j |^{m+2-j}$

2.3) REBOBINA A FITA SUBSTITUINDO a 'S E b 'S POR 0 'S E 1 'S.

O PROBLEMA DE PARADA

DEF: DADA UMA M.T. M , DENOTAMOS POR $c(M)$ O "PROGRAMA" DE M
PARA A M.T. UNIVERSAL U .

- CONSIDERE A LINGUAGEM H → MÁQ. DE TURING COM A.I.F. DE ENTRADA Σ_{U}^*

$$H = \{c(M) \# w : \text{A MÁQUINA } M \text{ PARA COM ENTRADA } w \in \Sigma_{U}^*\} \subseteq \Sigma_{U}^*$$

- SEJA $T_{\Sigma_{U}^*}$ UMA MÁQUINA QUE LÊ w E RETORNA $c(w)$
- CONSIDERE A MÁQUINA $T_{\Sigma_{U}^*}$ QUE LÊ $\#c(M) \# w$ E RETORNA $\#c(M) \# c(w)$
- H É RECURSIVAMENTE ENUMERÁVEL: A MÁQUINA $M_H = T_{\Sigma_{U}^*} \rightarrow U$
É UMA MÁQUINA QUE ACEITA H .

• CONSIDERE A LINGUAGEM

$$H' = \{ c(M) : \text{A M.T. } M \text{ PARA COM ENTRADA } c(M) \in \Sigma_u^* \}$$

$$\rightsquigarrow M \text{ T.q. } c(M) \in L_{\text{ACEITA}}(M)$$

PROP: H' é RE.

PROVA: CONSIDERE A MÁQUINA C QUE TRANSFORMA $\triangleright c(M)$ EM $\triangleright c(M) \# c(M)$

E SEJA $M_{H'}$ A MÁQUINA $C \rightarrow M_H$

SE $c(M) \in H'$, ENTÃO $M_{H'}$ ACEITA $c(M)$

• CONSIDERE $\overline{H^1} \subseteq \Sigma_a^*$

1) $w = C(M)$ E M NÃO PARA COM ENTRADA $C(M)$

2) $w = C(M)$ E M NÃO PROCESSA PALAVRAS EM Σ_a^*

3) w NÃO É UM PROGRAMA DE M.T.

PERGUNTA $\overline{H^1}$ É R.E.?

TEOREMA: $\overline{H^1}$ NÃO É R.E.

PROVA: SUPONHA QUE $\overline{H^1}$ É R.E. E SEJA N UMA M.T. DE ACEITA $\overline{H^1}$

PREGUNTA: $C(N) \in H^1$ OU $C(N) \in \overline{H^1}$?

CASO 1: $C(N) \in H^1$. PELA DEF. DE H^1 , ENTÃO N PARA COM $C(N)$

ISSO IMPLICA QUE $C(N)$ É ACEITA POR N, PORTANTO

$C(N) \in L_{\text{ACEITA}}(N) = \overline{H^1}$, UMA CONTRADIÇÃO

CASO 2: $C(N) \in \overline{H^1}$: $C(N)$ É DO TIPO 1,

LOGO N É UMA M.T. QUE NÃO PARA COM $C(N)$

$C(N) \notin L_{\text{ACEITA}}(N) = \overline{H^1}$



PORTANTO, NÃO HÁ M.T. QUE ACEITA $\overline{H^1}$