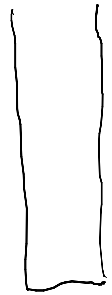
- LLC
- Árvores de Análise Sintática
- Bombeamento para LLC



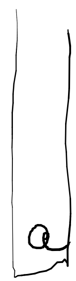
Autômato de Pilha

- É um autômato não-determinístico que possui uma prop. extra: Memória infinita
- Memória: Pilha
  - ↳ O último elemento a ser colocado é o próximo a ser lido.

  Ex: discos perfurados em uma haste
  - ↳ Um disco só pode ser removido se estiver no topo.

Ex: $L_1 = \{ v c v^R : v \in \{a,b\}^* \}$

b



$abaacaaba \in L_1$

$abcab \notin L_1$

ETAPA 1: SE LÊ a, EMPILHA a

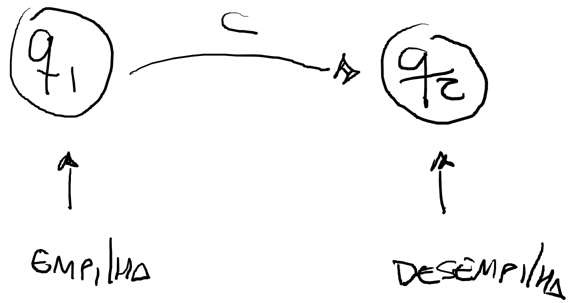
SE LÊ b, EMPILHA b

ETAPA 2: SE LÊ c, MUDA DE ATITUDE

ETAPA 3: COMPARAR O SÍMBOLO LIDO COM O QUE ESTÁ NO TOPO DA PILHA

→ SE SÃO IGUAIS, CONTINUAMOS

→ SE SÃO DIFERENTES, PARA A COMPUTAÇÃO



Ex: $L_2 = \{ v v^R : v \in \{a, b\}^* \}$

⤳ DIFERE DE L_1 POIS NÃO HÁ O SÍMBOLO QUE INDICA O MEIO

⤳ ASSIM, DEVEMOS ADIVINHAR O MEIO DA PALAVRA.

DEFINIÇÃO FORMAL

DEF: UM AUTÔMATO DE PILHA NÃO-DETERMINÍSTICO (AP) A É UMA 6-TUPLA $(\Sigma, \Gamma, Q, q_0, F, \Delta)$, ONDE:

- Σ É O ALFABETO DE ENTRADA
- Γ É O ALFABETO DA PILHA
- Q É UM CONJUNTO FINITO DE ESTADOS
- $q_0 \in Q$ É O ESTADO INICIAL
- $F \subseteq Q$ É O CONJUNTO DE ESTADOS FINAIS
- Δ É A FUNÇÃO DE TRANSIÇÃO

$$\Delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times (\Gamma \cup \{\varepsilon\}) \longrightarrow \mathcal{P}_f (Q \times \Gamma^*)$$

- COMO INTERPRETAR Δ?

$$(p, u) \in \Delta(q, \sigma, \gamma)$$

SIGNIFICA QUE M ESTÁ NO ESTADO q, LENDO σ NA ENTRADA E LENDO γ NO TOPO DA PILHA, E VAI PARA O ESTADO p E TROCA γ POR u NA PILHA

→ γ PODE SER TROCADA POR UMA PALAVRA INTEIRA

→ " POR ε (OU SEJA, SER REMOVIDO)

EX: $L_1 = \{vcv^R : v \in \{a, b\}^*\}$

$Q = \{q_1, q_2\}$

- $\Delta(q_1, a, \varepsilon) \longrightarrow \{(q_1, a)\}$
- $\Delta(q_1, b, \varepsilon) \longrightarrow \{(q_1, b)\}$
- $\Delta(q_1, c, \varepsilon) \longrightarrow \{(q_2, \varepsilon)\}$
- $\Delta(q_2, a, a) \longrightarrow \{(q_2, \varepsilon)\}$
- $\Delta(q_2, b, b) \longrightarrow \{(q_2, \varepsilon)\}$

- QUAIS SÃO OS ESTADOS FINAIS? $F \subseteq Q$

$F = \{q_2\}$

- A PALAVRA SÓ PODE SER ACEITA QUANDO FOR LIDA TOTALMENTE, E A PILHA VAZIA

ESTADO	ENTRADA	PILHA	TRANSIÇÕES
q_1	a	ε	(q_1, a)
q_1	b	ε	(q_1, b)
q_1	c	ε	(q_2, ε)
q_2	a	a	(q_2, ε)
q_2	b	b	(q_2, ε)

- $\Delta(q_1, a, \varepsilon) \longrightarrow \{(q_1, a)\}$
  $\Delta(q_1, b, \varepsilon) \longrightarrow \{(q_1, b)\}$
- $\Delta(q_1, c, \varepsilon) \longrightarrow \{(q_2, \varepsilon)\}$
- $\Delta(q_2, a, a) \longrightarrow \{(q_2, \varepsilon)\}$
  $\Delta(q_2, b, b) \longrightarrow \{(q_2, \varepsilon)\}$

$L_2 = \{ v v^R : v \in \{a, b\}^* \} \rightsquigarrow \varepsilon \in L_2, \; F = \{q_1, q_2\}$

ESTADO	ENTRADA	PILHA	TRANSIÇÕES
q_1	a	ε	(q_1, a)
q_1	b	ε	(q_1, b)
* q_1	ε	ε	(q_2, ε)
q_2	a	a	(q_2, ε)
q_2	b	b	(q_2, ε)

COMPUTANDO E ACEITANDO

(q, u)

DEF. SEJA $M = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, F, \Delta)$ É UM AP

UMA CONFIGURAÇÃO DE M É UM ELEMENTO

$$(q, w, u) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$$

OBS: O TOPO DA PILHA É SEU ELEMENTO MAIS À ESQUERDA

DEF: SEJA $C = (q, \sigma w, \gamma u)$ UMA CONF. DE M,

ONDE $\sigma \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ E $\gamma \in \Gamma \cup \{\varepsilon\}$.

DIZEMOS QUE $C' = (q', w, vu)$ É UMA CONF. SEGUINTE

A C SE

$$(q', v) \in \Delta(q, \sigma, \gamma)$$

DENOTAMOS POR $C \vdash C'$

OBS: $C \vdash C$

DEF: UMA COMPUTAÇÃO DE M É UMA SEQUÊNCIA $C_0, \ldots, C_K$

T.Q. $C_i \vdash C_{i+1}$, $i = 1, \ldots, K-1$. NOTAÇÃO É $C_0 \vdash^* C_K$

EX: $L_1 = \{ vcv^R : v \in \{a, b\}^* \}$

$C = (q_1, abcba^2, a)$

$(q_1, abcba^2, a) \vdash (q_1, bcba^2, aa)$

$\vdash (q_1, cba^2, baa)$

$\vdash (q_2, ba^2, baa)$

$\vdash (q_2, a^2, aa)$

$\vdash (q_2, a, a)$

$\vdash (q_2, \varepsilon, \varepsilon)$

ESTADO	ENTRADA	PILHA	TRANSIÇÕES
q_1	a	ε	(q_1, a)
q_1	b	ε	(q_1, b)
q_1	c	ε	(q_2, ε)
q_2	a	a	(q_2, ε)
q_2	b	b	(q_2, ε)

Ex: $L_2, M_2, \; C = (q_1, a^2b, \varepsilon)$

$L_2 = \{ v v^R : v \in \{a,b\}^* \}$

ESTADO	ENTRADA	PILHA	TRANSIÇÕES
q_1	a	ε	(q_1, a)
q_1	b	ε	(q_1, b)
* q_1	ε	ε	(q_2, ε)
q_2	a	a	(q_2, ε)
q_2	b	b	(q_2, ε)

$$(q_1, a^2b, \varepsilon) \vdash (q_1, ab, a)$$
$$\vdash (q_1, b, a^2)$$
$$\vdash (q_1, \varepsilon, ba^2)$$

$$(q_1, a^2b, \varepsilon) \vdash (q_1, ab, a)$$
$$\vdash (q_2, ab, a)$$
$$\vdash (q_2, b, \varepsilon)$$

DEF: SEJA $M = (\Sigma, \Gamma, Q, q_0, F, \Delta)$ UM AP

UMA PALAVRA $w \in \Sigma^*$ É ACEITA POR M

SE EXISTE COMPUTAÇÃO

$$(q_0, w, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)$$

ONDE $p \in F$.

- BASTA EXIBIR UMA COMPUTAÇÃO
- A PALAVRA w TEM QUE SER LIDA TOTALMENTE
- A PILHA DEVE ACABAR VAZIA
- O AUTÔMATO TEM QUE CHEGAR A UM ESTADO FINAL.

EX: $L_3 = \{a^i b^i : i \geq 0\} = \{\varepsilon, ab, aabb, \dots\}$

$a^i b^j$

$Q = \{q_1, q_2\} = F$

ESTADO	ENTRADA	PILHA	TRANS.
q_1	a	ε	(q_1, a)
q_1	b	a	(q_2, ε)
q_2	b	a	(q_2, ε)

$a^i b^j a$

EX: L_4 É A LINGUAGEM FORMADA PELAS PALAVRAS $w \in \{a,b\}^*$ QUE POSSUEM O MESMO NÚMERO DE a's E b's

$L_3 \subseteq L_4$

VAMOS USAR $\Gamma = \{a, b, \beta\}$, β INDICA O FIM DA PILHA

abab
baab $\in L_4 \setminus L_3$

abba

EST	ENT	PIL	TRANS.
q_0	ε	ε	(q_1, β)
q_1	a	β	$(q_1, a\beta)$
q_1	a	a	(q_1, aa)
q_1	a	b	(q_1, ε)
q_1	b	β	$(q_1, b\beta)$
q_1	b	a	(q_1, ε)
q_1	b	b	(q_1, bb)
q_1	ε	β	(q_2, ε)

$a, b \to \varepsilon$

$b, a \quad \varepsilon$

$a, \varepsilon \to a$

$b, \varepsilon \to b$