GRAMÁTICAS

DEF: Uma GRAMÁTICA G é uma quádrupla (T, V, S, R) em que:

- T : conjunto finito de símbolos - TERMINAIS
- V : conjunto finito de símbolos - VARIÁVEIS
- $S \in V$: símbolo inicial
- R : conjunto finito de REGRAS

DEF: Uma REGRA tem o formato $u \to v$ em que

- u e v são palavras do alfabeto, i.e., $u, v \in (T \cup V)^*$; e
- u contém pelo menos um símbolo de V, i.e., $u \notin T^*$

DEF: Dada $G = (T, V, S, R)$ e $x, y \in (T \cup V)^*$, dizemos que y pode ser derivado em um passo de x, denotado por $x \Rightarrow y$ se existe regra $u \to v \in R$ t.q. $x = x' u x''$ e $y = x' v x''$

- A derivação em um passo substitui uma subpalavra

DEF: Uma DERIVAÇÃO $x \Rightarrow^* y$ é uma seq. de derivações em um passo

Possivelmente zero

$$x \Rightarrow y_1 \Rightarrow y_2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow y$$

OBS: $x \Rightarrow^* x$

DEF: A linguagem GERADA por G é o conjunto de palavras

$$L(G) = \{ w \in T^* : S \Rightarrow^* w \}$$

apenas símbolos terminais

GRAMÁTICAS REGULARES

- TAMBÉM CHAMADAS DE LINEARES À DIREITA
- RESTRIÇÃO NO TIPO DE REGRAS

DEF: $G = (T, V, S, R)$ É REGULAR SE CADA ELTO DE R TEM UM DOS FORMATOS

SEMPRE VARIÁVEL ISOLADA

1. $X \to aY$
2. $X \to a$
3. $X \to \varepsilon$

NO MÁXIMO UMA VARIÁVEL

EM QUE $X, Y \in V$ E $a \in T$.

EX: $G = (T, V, S, R)$, $T = \{0, 1\}$, $V = \{X, Y, Z\}$, $S = X$,

$R = \{X \to 0X;\ X \to 1Y;\ Y \to 0;\ Y \to 1X;\ Y \to 1Z;\ Z \to \varepsilon\}$

$0011 \in L(G)$: $X \Rightarrow 0X \Rightarrow 00X \Rightarrow 001Y \Rightarrow 0011Z \Rightarrow 0011$

SEMPRE HÁ UMA VARIÁVEL NO
EXTREMO DIREITO DA PALAVRA

GRAMÁTICAS REGULARES E AUTÔMATOS FINITOS

OBJ: MOSTRAR QUE AS LINGUAGENS GERADAS POR GRAMÁTICAS REGULARES SÃO PRECISAMENTE AS LINGUAGENS REGULARES.

1. DADA GRAM. REG. G, VAMOS CRIAR AFND QUE ACEITA $L(G)$
2. DADO AFD A VAMOS CRIAR GRAM. REG. G. T.Q. $L(G) = L(A)$.

1). $G = (T, V, S, R)$ É REG.

VAMOS CONSTRUIR AFND $A = (\Sigma, Q, q_0, F, \Delta)$ T.Q. $L(A) = L(G)$.

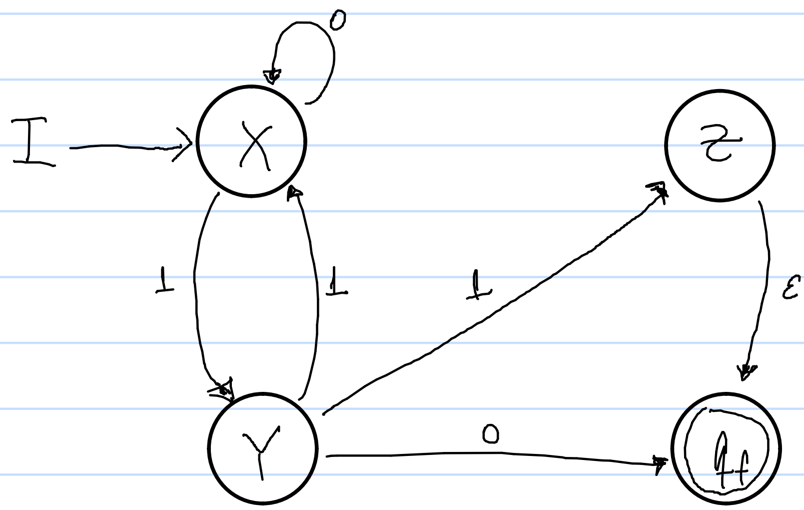
- $\Sigma = T$
- $Q = V \cup \{q_f\}$
- $q_0 = S$
- $F = \{q_f\}$
- Δ DEFINIDO COMO SEGUE

a) SE $X \to aY \in R$ ADICIONAMOS Y A $\Delta(X, a)$

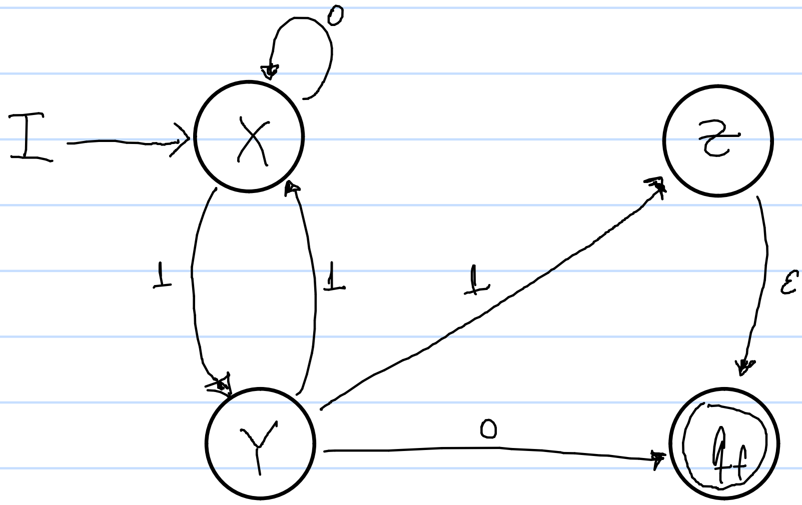
b) SE $X \to a \in R$ ADICIONAMOS q_f A $\Delta(X, a)$

c) SE $X \to \varepsilon \in R$ ADICIONAMOS q_f A $\Delta(X, \varepsilon)$

EX: $R = \{X \to 0X;\ X \to 1Y;\ Y \to 0;\ Y \to 1X;\ Y \to 1Z;\ Z \to \varepsilon\}$



Ex: $R = \{X \to 0X;\ X \to 1Y;\ Y \to 0;\ Y \to 1X;\ Y \to 1Z;\ Z \to \varepsilon\}$



$X \Rightarrow 0X$	$(X, 0011) \vdash (X, 011)$
$\Rightarrow 00X$	$\vdash (X, 11)$
$\Rightarrow 001Y$	$\vdash (Y, 1)$
$\Rightarrow 0011Z$	$\vdash (Z, \varepsilon)$
$\Rightarrow 0011$	$\vdash (q_f, \varepsilon)$

2.) DADO AFD $A = (\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$

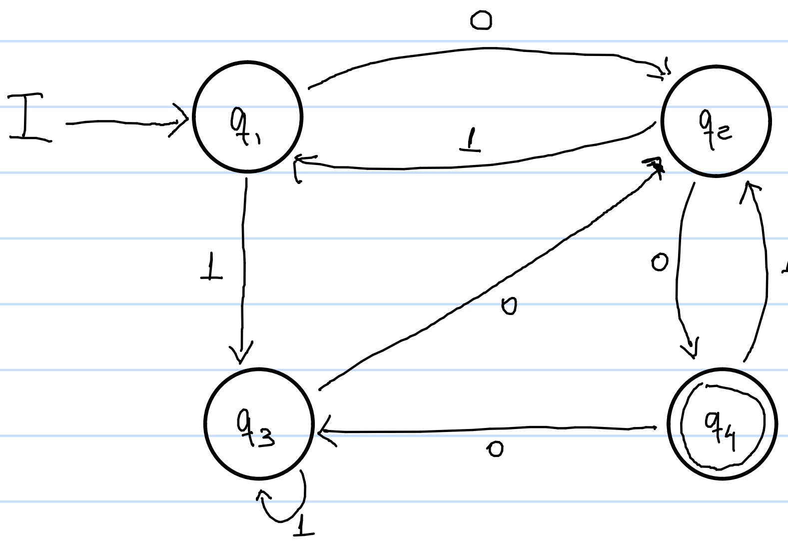
VAMOS CONSTRUIR GRAM. REG. $G = (T, V, S, R)$ T.q. $L(G) = L(A)$

- $T = \Sigma$
- $V = Q$
- $S = q_0$
- R :

a) SE $q' = \delta(q, a)$, ADICIONO $q \to a q'$ A R

b) SE $q \in F$, ADICIONO $q \to \varepsilon$ A R.

EX:



TEMOS $\Sigma = \{0, 1\}$

$V = Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

$S = q_0 = q_1$

$R = \{ q_1 \to 0q_2,\ q_1 \to 1q_3,\ q_2 \to 0q_4,\ q_2 \to 1q_1,$
$q_3 \to 0q_2,\ q_3 \to 1q_3,\ q_4 \to 0q_3,\ q_4 \to 1q_2,\ q_4 \to \varepsilon \}$

$(q_1, 01100) \vdash (q_2, 1100)$	$q_1 \Rightarrow 0q_2$
$\vdash (q_1, 100)$	$\Rightarrow 01q_1$
$\vdash (q_3, 00)$	$\Rightarrow 011q_3$
$\vdash (q_2, 0)$	$\Rightarrow 0110q_2$
$\vdash (q_4, \varepsilon)$	$\Rightarrow 01100q_4$
	$\Rightarrow 01100$

TEOREMA: AS SEGUINTES AFIRMAÇÕES SÃO EQUIVALENTES

1) L É UMA LINGUAGEM REG.
2) L É ACEITA POR UM AFD
3) L É ACEITA POR UM AFND
4) L PODE SER GERADO POR UMA EXPRESSÃO REGULAR
5) L PODE SER GERADO POR UMA GRAMÁTICA REGULAR.