GRAMÁTICA

DEF: UMA GRAMÁTICA É UMA QUÁDRUPLA (T, V, S, R) EM QUE

- T : CONJUNTO FINITO DE SÍMBOLOS - TERMINAIS
- V : CONJUNTO FINITO DE SÍMBOLOS - VARIÁVEIS

$T \cap V = \emptyset$

- $S \in V$: SÍMBOLO INICIAL
- R : CONJUNTO DE REGRAS

DEF: UMA REGRA TEM O FORMATO $u \longrightarrow v$ EM QUE

- u E v SÃO PALAVRAS DO ALFABETO : $u, v \in (T \cup V)^*$
- u CONTÉM PELO MENOS UM SÍMBOLO DE V : $u \notin T^*$

DEF: DADA $G=(T,V,S,R)$ E $x,y \in (T \cup V)^*$,

DIZEMOS QUE y PODE SER DERIVADO EM UM PASSO A PARTIR DE x,

DENOTADO POR $x \Rightarrow y$, SE EXISTE REGRA $u \rightarrow v \in R$ T.Q.

$$x = x' u x'' \quad \text{E} \quad y = x' v x''$$

⇝ A DERIVAÇÃO (EM UM PASSO) SUBSTITUI UMA SUBPALAVRA.

DEF: UMA DERIVAÇÃO $x \Rightarrow^* y$ É UMA SEQUÊNCIA DE DERIVAÇÕES EM UM PASSO

↳ POSSIVELMENTE ZERO

$$x \Rightarrow y_1 \Rightarrow y_2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow y$$

OBS: $x \Rightarrow^* x$

DEF: A LINGUAGEM GERADA POR G É O CONJUNTO DE PALAVRAS

$$L(G) = \{ w \in T^* : S \Rightarrow w \}$$

↳ APENAS COM SÍMBOLOS TERMINAIS.

DEF: DIZEMOS QUE UMA GRAMÁTICA $G = (T, V, S, R)$ É REGULAR SE CADA ELEMENTO DE R É DE UM DOS FORMATOS A SEGUIR

1. $X \to aY$ → NO MÁXIMO UMA VARIÁVEL

   ↳ $\in T$

   SEMPRE UMA VARIÁVEL ISOLADA

2. $X \to a$

3. $X \to \varepsilon$

EM QUE $X, Y \in V$ E $a \in T$

EX: $G = (T, V, S, R)$, $T = \{0, 1\}$, $V = \{X, Y, Z\}$, $S = X$

$$R = \begin{cases} X \rightarrow 0X & 1 \\ X \rightarrow 1Y & 2 \\ Y \rightarrow 0 & 3 \\ Y \rightarrow 1X & 4 \\ Y \rightarrow 1Z & 5 \\ Z \rightarrow \varepsilon & 6 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} X \rightarrow 1Y' & 2' \\ Y' \rightarrow 0 & 3' \\ Y' \rightarrow 1X & 4' \\ Y' \rightarrow 1Z & 5' \end{array}$$

QUAL É A LINGUAGEM GERADA POR G?

$0011 \in L(G)$: $X \overset{1}{\Rightarrow} 0X \overset{1}{\Rightarrow} 00X \overset{2}{\Rightarrow} 001Y \overset{5}{\Rightarrow} 0011Z$

$\overset{6}{\Rightarrow} 0011$

GRAMÁTICAS REGULARES E AUTÔMATOS FINITOS

OBJ: MOSTRAR QUE AS LINGUAGENS GERADAS POR GRAMÁTICAS REGULARES SÃO PRECISAMENTE AS LINGUAGENS REGULARES.

1. DADA GRAM. REG. G, VAMOS CRIAR UM AFND QUE ACEITA $L(G)$

2. DADO AFD A VAMOS CRIAR GRAMÁTICA REGULAR G T.Q. $L(G) = L(A)$.

1) $G = (T, V, S, R)$ REGULAR

VAMOS CONSTRUIR UM AFND $A = (\Sigma, Q, q_0, F, \Delta)$ T.Q.

$L(A) = L(G)$

- $\Sigma = T$
- $Q = V \cup \{q_f\}$
- $q_0 = S$
- $F = \{q_f\}$
- Δ DEFINIDO POR

$\in T$

a) SE $X \rightarrow aY \in R$, ADICIONAMOS Y À $\Delta(X, a)$

b) SE $X \rightarrow a \in R$, ADICIONAMOS q_f À $\Delta(X, a)$

c) SE $X \rightarrow \varepsilon \in R$, ADICIONAMOS q_f À $\Delta(X, \varepsilon)$

• Δ DEFINIDO POR

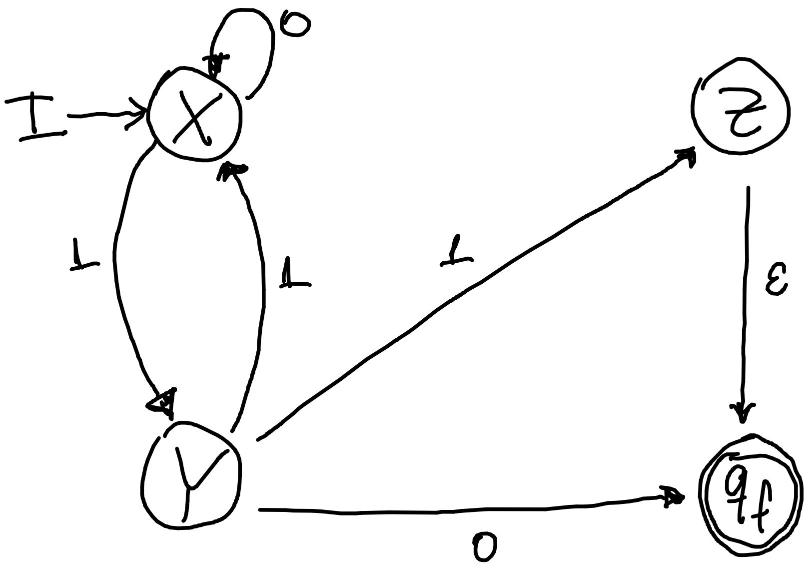
a) SE $X \to aY \in R$, ADICIONAMOS Y À $\Delta(X,a)$

b) SE $X \to a \in R$, ADICIONAMOS q_f À $\Delta(X,a)$

c) SE $X \to \varepsilon \in R$, ADICIONAMOS q_f À $\Delta(X,\varepsilon)$

EX: $R = \{X \xrightarrow{a} 0X,\ X \xrightarrow{a} 1Y,\ Y \xrightarrow{b} 0,\ Y \xrightarrow{a} 1X,\ Y \xrightarrow{a} 1Z,\ Z \xrightarrow{c} \varepsilon\}$

$S = X$



0011

$X \Rightarrow 0X \Rightarrow 00X \Rightarrow 001Y \Rightarrow 0011Z \Rightarrow 0011$

$(X, 0011)$
$\vdash (X, 011)$
$\vdash (X, 11)$
$\vdash (Y, 1)$
$\vdash (Z, \varepsilon)$
$\vdash (q_f, \varepsilon)$

2) DADO AFD $A = (\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$

VAMOS CONSTRUIR GRAM. REG. $G = (T, V, S, R)$ T.Q. $L(G) = L(A)$

- $T = \Sigma$
- $V = Q$
- $S = q_0$
- R :

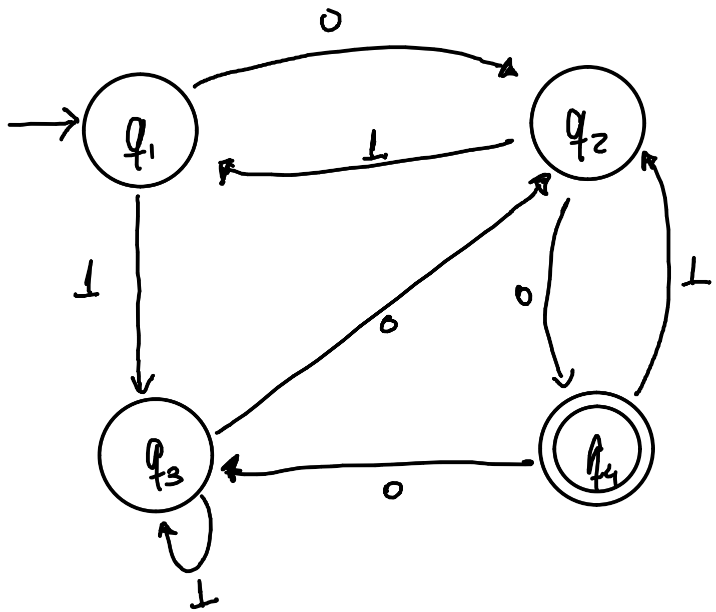
a) SE $q' = \delta(q, a)$, ADICIONAMOS $q \to a q'$ A R

b) SE $q \in F$, ADICIONAMOS $q \to \varepsilon$ A R

a) SE $q' = \delta(q, a)$, ADICIONAMOS $q \rightarrow a q'$ A R

b) SE $q \in F$, ADICIONAMOS $q \rightarrow \varepsilon$ A R

EX:



$T = \Sigma = \{0, 1\}$

$V = Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

$S = q_0 = q_1$

		a	b
$R =$	1	$q_1 \rightarrow 0 q_2$,	$q_1 \rightarrow 1 q_3$
	2	$q_2 \rightarrow 0 q_4$,	$q_2 \rightarrow 1 q_1$
	3	$q_3 \rightarrow 0 q_2$,	$q_3 \rightarrow 1 q_3$
	4	$q_4 \rightarrow 0 q_3$,	$q_4 \rightarrow 1 q_2$
			$q_4 \xrightarrow{c} \varepsilon$

01100 :

$(q_1, 01100)$	q_1	
$\vdash (q_2, 1100)$	$\Rightarrow 0 q_2$	1a
$\vdash (q_1, 100)$	$\Rightarrow 0 1 q_1$	2b
$\vdash (q_3, 00)$	$\Rightarrow 011 q_3$	1b
$\vdash (q_2, 0)$	$\Rightarrow 0110 q_2$	3a
$\vdash (q_4, \varepsilon)$	$\Rightarrow 01100 q_4$	2a

$\overset{c}{\Rightarrow} 01100$

<u>TEOREMA</u>: AS SEGUINTES AFIRMAÇÕES SÃO EQUIVALENTES

1) L É UMA LINGUAGEM REGULAR
2) L É ACEITA POR UM AFD
3) L É ACEITA POR UM AFND
4) L PODE SER GERADA POR UMA EXPRESSÃO REGULAR
5) L PODE SER GERADA POR UMA GRAMÁTICA REGULAR

GRAMÁTICA LIVRE DE CONTEXTO

→ REGRAS MAIS FLEXÍVEIS QUE A GRAMÁTICA REGULAR

(GLC)

DEF: DIZEMOS QUE UMA GRAMÁTICA $G = (T, V, S, R)$ É LIVRE DE CONTEXTO SE TODAS AS SUAS REGRAS SÃO DO TIPO

$$X \rightarrow w$$

LEMBRE-SE QUE GRAM. REG:

$X \rightarrow aY$

$X \rightarrow a$

$X \rightarrow \varepsilon$

COM $X \in V$ E $w \in (T \cup V)^*$

OBS: TODA GRAMÁTICA REGULAR É LIVRE DE CONTEXTO

NEM TODA GRAMÁTICA LIVRE DE CONTEXTO É REGULAR

EX: $R = \{ S \rightarrow 0S, S \rightarrow 1, X \rightarrow XX \}$

EX: G_1 com $T=\{0,1\}$, $V=\{S\}$ e $R=\{S\to 0S1, S\to\varepsilon\}$

$$L(G_1)=\{0^n1^n : n\in \mathbb{N}\}$$

EX: G_2 com $T=\{0,1\}$, $V=\{S\}$ e $R=\{S\to X1X, X\to 0X, X\to\varepsilon\}$

$$L(G_2)=\{0^n10^m : n,m\in \mathbb{N}\} = 0^*10^*$$

(LLC)

DEF: Uma linguagem L é livre de contexto se existe GLC G t.q. $L(G)=L$.

EX: $L(G_1)=\{0^n1^n : n\in \mathbb{N}\}$ é uma linguagem livre de contexto que não é regular

$0^{n_0}1^{n_0}$

$w=xyz$

$x\underline{y}^kz\in L$

1) $0^{n_0+m}1^{n_0}$ $\notin L(G_1)$

2) $\cancel{0^{n_0}1^{n_0+m}}$

3) $\cancel{0^{m_1}0^{m_2}1^{m_3}0^{m_c}1^{m_3}1^{m_4}}$

$00\underbrace{0011}_{w}11$

$00001100 11\ 11$

TEO: A CLASSE DAS LINGUAGENS REGULARES É UM SUBCONJUNTO PRÓPRIO DA CLASSE DAS LLCs