Árvores

Árvores

- Problema 1: Qual a quantidade de árvores geradoras de um grafo G?
- p(G)
- Problema 2: Qual a quantidade de árvores geradoras não isomorfas de um grafo G?
- p'(G)

Número de árvores geradores

- Contração de aresta e: $G \,.\, e$
- Se e é um link
  - $|V(G \,.\, e)| = |V(G)| - 1$
  - $|E(G \,.\, e)| = |E(G)| - 1$
  - $|w(G \,.\, e)| = |w(G)|$
- Se G é um árvore $G \,.\, e$ também é

Teorema 2.8: Se e é um link de G, então
$p(G) = p(G - e) + p(G . e)$

Dem: Quem é $p(G - e)$?
As arv geradoras de G que não contêm e.

E $p(G . e)$?
As arv geradores de G que contêm e.
QED

- Exemplo Fig 2.8
- Complexidade Teorema 2.8?
  - Capítulo 12
- E para K_n ?

Teorema: $p(K_n) = n^{n-2}$

- $V = 1,2, ..., n$
- O que é n^{n-2}?
- Mostrar uma bijeção com as árv geradoras
- Data uma T geradora associar com
  - $(t_1, t_2, ..., t_{n-2})$
  - t_1 é o vizinho da folha de menor rótulo s_1
  - remove s_1
- Exemplo

- Dada uma $S=(t_1, t_2, ..., t_{n-2})$ associar a uma T
  - Cada vértice ocorre d(v) -1 em S
  - Seja s_1 o de menor rótulo que não aparece em S
  - s_2 o de menor, <> s_1, que não aparece em S - t_1
  - O grafo G obtido é uma árvore?
    - Suponha que G tem ciclo C = 1,2,...,k
      - Se cada um desses vértices é um s_i e t_i , não é possível escolher o primeiro s_i , pois s_i não pertence a $\{t_i, ..., t_{n-2}\}$
      - Senão C contém a última aresta *uv* inserida em G. *u* e *v* não aparecerem como s_i, portanto temos k-2 vértices para k-1 arestas, contradição.
  - QED

- $p(K_n)$ é o número de não isomorfas
- e o número de isomorfas?
  - $p'(K^6) = 6$
  - $p(K^6) = 6^4 = 1296$