

TEORIA DE GRAFOS—Lista 2

22/06/05

1. Seja G um grafo com n vértices e $n - 1$ arestas. Prove que as seguintes afirmações são equivalentes:
 - (i) G é conexo,
 - (ii) G é acíclico,
 - (iii) G é uma árvore.
2. Mostre que uma árvore com exatamente dois vértices de grau um é um caminho.
3. Mostre que se G é uma árvore com $\Delta \geq k$, então G contém, pelo menos k folhas.
4. Desenhe todas as árvores não isomorfas com 7 vértices.
5. Prove que cada componente conexo de uma floresta é uma árvore. Prove também que um grafo é uma floresta se e somente se o seu número de arestas é igual ao seu número de vértices menos o seu número de componentes conexos.
6. Seja G um grafo conexo e e uma aresta de G . Mostre que e está em toda árvore geradora de G se e somente se e é uma ponte de G .
7. Mostre que qualquer grafo $G = (V, E)$ contém pelo menos, $m - n + w$ ciclos distintos, onde $|V| = n$, $|E| = m$ e $w =$ número de componentes conexos de G .
8. Seja G um grafo conexo e S um subconjunto próprio não vazio de V . Mostre que o corte $[S, \overline{S}]$ é minimal se e somente se $G[S]$ e $G[\overline{S}]$ forem ambos conexos.
9. Dê exemplo de um grafo com $k = 3$, $k' = 4$ e $\delta = 5$.