TEORIA DE GRAFOS–Lista 3

10/07/2005

1. Existe algum grafo euleriano com n par e m ímpar? Em caso positivo, descreva-o. Caso negativo, justificar a não existência.

2. Se G é um grafo euleriano com arestas e_1 e e_2 que têm um vértice em comum, então G tem um circuito euleriano no qual e_1 e e_2 aparecem consecutivamente? Prove, se for verdadeiro. Caso contrário justifique convenientemente.

3. Uma *grade de dimensão* $p \times q$ (p, q inteiros) é um grafo G em que V é o subconjunto dos pontos de coordenadas inteiras (x, y), $1 \leq x \leq p$ e $1 \leq y \leq q$, e tal que se dois vértices são adjacentes então a distância entre os pontos respectivos é um. Uma *grade completa* contém todas as arestas possíveis.

   Mostre que uma grade completa é um grafo hamiltoniano se e somente se $p.q$ for par.

4. Um grafo G é *hipo-hamiltoniano* quando $G - v$ é hamiltoniano para todo vértice v, mas G não o é. Justificar porque o grafo de Petersen é hipo-hamiltoniano.

5. Um *k-fator* de G é um subgrafo gerador k-regular de G. Um grafo é *k-fatorável* se existirem k-fatores disjuntos em arestas $H_1, H_2, ..., H_p$, tal que $G = H_1 \cup H_2 \cup ... \cup H_p$. Responda, justificando

   (i) $K_{n,n}$ é 1-fatorável?

   (ii) $K_{4,4}$ é 2-fatorável?

6. Seja um tabuleiro de xadrez de dimensão 8×8, em que dois cantos opostos (isto é, os extremos 1×1 de uma mesma diagonal) foram retirados. Moste que é impossível cobrir este tabuleiro com retângulos de dimensão 1×2.