GAN00166: Lógica para Ciência da Computação

Texto da Aula 19

Simplificação de Enunciados com um Quantificador

Petrucio Viana
Departamento de Análise, IME–UFF

Sumário

Neste texto, vamos aplicar os conhecimentos e resultados já abordados nos textos da Semana 3, Partes 2 e 3; da Semana 5, Parte 3; e da Semana 6, Partes 1 e 2; para obter uma maneira sistemática de reescrever enunciados que possuem ocorrências de conectivos e quantificadores (Seção 1).

Após estudarmos este texto, vamos ser capazes de: mostrar que dois enunciados são equivalentes, exibindo uma sequência de enunciados equivalentes, que mostra como um enunciado pode ser transformado no outro (Exercícios 1 e 2).

1 Transformação de enunciados quantificados em equivalentes

No Texto da Semana 6, Parte 2, vimos como podemos usar os pares de enunciados equivalentes

$$\begin{array}{ccc} \neg\exists v[\varphi(v)] & , & \forall v[\neg\varphi(v)] \\ \neg\forall v[\varphi(v)] & , & \exists v[\neg\varphi(v)] \end{array}$$

para simplificar a redação de negações. Intuitivamente, estas equivalências podem ser expressas, respectivamente, como:

negações de existencializações são equivalentes a generalizações de negações,
e
negações de generalizações são equivalentes a existencializações de negações.

Esta forma intuitiva de expressar as equivalências evidencia que elas correspondem às Leis de De Morgan:

$$\begin{array}{ccc} \neg(\varphi \vee \psi) & , & (\neg\varphi) \wedge (\neg\psi) \\ \neg(\varphi \wedge \psi) & , & (\neg\varphi) \vee (\neg\psi) \end{array}$$

que, intuitivamente, podem ser expressas de maneira inteiramente similar, como:

negações de disjunções são equivalentes a disjunções de negações,
e
negações de conjunções são equivalentes a disjunções de negações.

Compare as formulações acima, levando em conta que, como já vimos, $\exists$ corresponde a $\vee$ e $\forall$ corresponde ao $\wedge$.

Esta forma intuitiva de examinar os enunciados quantificados pode ser usada para nos convencermos intuitivamente de que certos pares de enunciados são formados por enunciados equivalentes.

Exemplo 1 (a) Os enunciados

$$\forall x[p(x) \wedge q(x)] \quad , \quad [\forall y q(y)] \wedge [\forall z p(z)]$$

são equivalentes.

De fato, em qualquer domínio D, formado pelos objetos a, b, c ..., o enunciado $\forall x[p(x) \wedge q(x)]$ pode ser visto, intuitivamente, como uma "conjunção" de conjunções:

$$[p(a) \wedge q(a)] \wedge [p(b) \wedge q(b)] \wedge [p(c) \wedge q(c)] \wedge \cdots .$$

Agora, pela Associatividade e Comutatividade do $\wedge$, intuitivamente, esta "conjunção" é equivalente a:

$$[p(a) \wedge p(b) \wedge p(c) \wedge \cdots] \wedge [q(a) \wedge q(b) \wedge q(c) \wedge \cdots].$$

Esta última "conjunção", intuitivamente, é equivalente a $[\forall y p(y)] \wedge [\forall z q(z)]$.

(b) Os enunciados

$$\exists x[p(x) \vee q(x)] \quad , \quad [\exists y p(y)] \vee [\exists z q(z)]$$

são equivalentes.

De fato, em qualquer domínio D, formado pelos objetos a, b, c ..., o enunciado $\exists x[p(x) \vee q(x)]$ pode ser visto, intuitivamente, como uma "disjunção" de disjunções:

$$[p(a) \vee q(a)] \vee [p(b) \vee q(b)] \vee [p(c) \vee q(c)] \vee \cdots.$$

Agora, pela Associatividade e Comutatividade do $\vee$, intuitivamente, esta "disjunção" é equivalente a:

$$[p(a) \vee p(b) \vee p(c) \vee \cdots] \vee [q(a) \vee q(b) \vee q(c) \vee \cdots].$$

Esta última "disjunção", intuitivamente, é equivalente a $[\exists y p(y)] \vee [\exists z q(z)]$.. $\square$

Aplicações diligentes desta técnica fornecem exemplos de equivalências extremamente importantes.

Exemplo 2 Seja v uma variável qualquer. Se φ não possui ocorrência não quantificada de v e $\psi(v)$ possui ocorrência não quantificada de v, os enunciados $\forall v[\varphi \wedge \psi(v)]$ e $\varphi \wedge [\forall v \varphi(v)]$ são equivalentes.

De fato, como φ não possui ocorrência não quantificada de v, quando avaliamos intuitivamente a generalização $\forall v[\varphi \wedge \psi(v)]$, interpretando-a como uma "conjunção", em um domínio D formado pelos objetos a, b, c ..., não há substituição, em φ, da variável v por nenhum dos objetos a, b, c ....

Assim, o enunciado $\forall v[\varphi \wedge \psi(v)]$ pode ser visto, intuitivamente, como a seguinte "conjunção" de conjunções:

$$[\varphi \wedge \psi(a)] \wedge [\varphi \wedge \psi(b)] \wedge [\varphi \wedge \psi(c)] \wedge \cdots.$$

Agora, pela Associatividade e Comutatividade do $\wedge$, intuitivamente, esta "conjunção" é equivalente a:

$$[\varphi \wedge \varphi \wedge \varphi \wedge \cdots] \wedge [\psi(a) \wedge \psi(b) \wedge \psi(c) \wedge \cdots].$$

Agora, pela Idempotência do $\wedge$, intuitivamente, esta "conjunção" é equivalente a:

$$\varphi \wedge [\psi(a) \wedge \psi(b) \wedge \psi(c) \wedge \cdots].$$

Esta última, "conjunção", intuitivamente, é equivalente a $\varphi \wedge [\forall v \varphi(v)]$. $\square$

Exemplo 3 Seja v uma variável qualquer. Se φ não possui ocorrência não quantificada de v e $\psi(v)$ possui ocorrência não quantificada de v, os enunciados $\exists v[\varphi \wedge \psi(v)]$ e $\varphi \wedge [\exists v \varphi(v)]$ são equivalentes.

De fato, como φ não possui ocorrência não possui ocorrência não quantificada de v, quando avaliamos intuitivamente a existencialização $\exists v[\varphi \wedge \psi(v)]$, interpretando-a como uma "disjunção", em um domínio D formado pelos objetos a, b, c ..., não há substiuição, em φ, da variável v por nenhum dos objetos a, b, c ....

Assim, o enunciado $\exists v[\varphi \wedge \psi(v)]$ pode ser visto, intuitivamente, como a seguinte "disjunção" de conjunções:

$$[\varphi \wedge \psi(a)] \vee [\varphi \wedge \psi(b)] \vee [\varphi \wedge \psi(c)] \vee \cdots.$$

Agora, pela Distributividade do $\wedge$ sobre o $\vee$, intuitivamente, esta "conjunção" é equivalente a:

$$\varphi \wedge [\psi(a) \vee \psi(b) \vee \psi(c) \vee \cdots].$$

Esta última, "conjunção", intuitivamente, é equivalente a $\varphi \wedge [\exists v \varphi(v)]$. □

Temos, agora, elementos suficientes para examinar alguns exemplos interessantes de "transformação de um enunciado no outro", pela aplicação sucessiva de equivalências. Iniciamos com alguns exemplos bem simples e vamos, gradativamente, aumentando a dificuldade.

Exemplo 4 Os enunciados $\exists v[\varphi(v)]$ e $\neg\forall v[\neg\varphi(v)]$ são equivalentes.

De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\exists v[\varphi(v)]$$

é equivalente a

$$\neg\neg\exists v[\varphi(v)]$$

é equivalente a

$$\neg\forall v[\neg\varphi(v)].$$

Observe que esta equivalência mostra como podemos expressar uma existencialização através da negação de uma generalização; e é semelhante à Definição do $\vee$ pelo $\wedge$:

$$(\varphi \vee \psi) \quad , \quad \neg[(\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)].$$

Exemplo 5 Os enunciados $\forall v[\varphi(v)]$ e $\neg\exists v[\neg\varphi(v)]$ são equivalentes.

De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\forall v[\varphi(v)]$$

é equivalente a

$$\neg\neg\forall v[\varphi(v)]$$

é equivalente a

$$\neg\exists v[\neg\varphi(v)]$$

Observe que esta equivalência mostra como podemos expressar uma generalização através da negação de uma existencialização; e é semelhante à Definição do $\wedge$ pelo $\vee$:

$$(\varphi \wedge \psi) \quad , \quad \neg[(\neg\varphi) \vee (\neg\psi)].$$

Os exemplos acima ilustram que, de maneira similar ao que acontece no caso dos conectivos, alguns pares de enunciados equivalentes envolvendo conectivos e quantificadores são importantes, pois expressam propriedades dos conectivos e quantificadores que esclarecem as inter-relações existentes entre eles.

Os pares de enunciados equivalentes que temos, até o momento, são:

Equivalência	Nome da equivalência
$\exists x\varphi(x)$ e $\exists y\varphi(y)$	Troca da variável quantificada
$\forall x\varphi(x)$ e $\forall y\varphi(y)$	Troca da variável quantificada
$\neg\exists x\varphi(x)$ e $\forall x\neg\varphi(x)$	Lei de De Morgan generalizada
$\neg\forall x\varphi(x)$ e $\exists x\neg\varphi(x)$	Lei de De Morgan generalizada
$\exists x\varphi(x)$ e $\neg\forall x\neg\varphi(x)$	Definição do $\exists$
$\forall x\varphi(x)$ e $\neg\exists x\neg\varphi(x)$	Definição do $\forall$
$\forall x[p(x) \wedge q(x)]$ e $\forall y[p(y)] \wedge \forall z[p(z)]$	Distributividade do $\forall$ sobre o $\wedge$
$\exists x[p(x) \vee q(x)]$ e $\exists y[p(y)] \vee \exists z[p(z)]$	Distributividade do $\exists$ sobre o $\vee$
$\forall v[\varphi \wedge \psi(v)]$ e $\varphi \wedge [\forall v\varphi(v)]$	Simplificação do $\forall$ sobre o $\wedge$, se φ não tem ocorrências não quantificadas de v
$\exists v[\varphi \wedge \psi(v)]$ e $\varphi \wedge [\exists v\varphi(v)]$	Simplificação do $\exists$ sobre o $\wedge$, se φ não tem ocorrências não quantificadas de v

Vamos, agora, aplicar estas equivalências na transformação de um enunciado em outro.

Exemplo 6 (a) Os enunciados $\neg\exists x[p(x) \wedge \neg q(x)]$ e $\forall x[p(x) \to q(x)]$ são equivalentes.

De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\neg\exists x[p(x) \wedge \neg q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x\neg[p(x) \wedge \neg q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x[\neg p(x) \vee \neg\neg q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x[\neg p(x) \vee q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x[p(x) \to q(x)].$$

Nos passos acima, usamos as seguintes equivalências, respectivamente:

(1) De Morgan generalizada,
(2) Lei de De Morgan,
(3) Negação do $\neg$,
(4) Definição do $\rightarrow$.

(b) Os enunciados $\exists x[p(x) \rightarrow q(x)]$ e $\forall x[p(x)] \rightarrow \exists x[q(x)]$ são equivalentes.
De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\exists x[p(x) \rightarrow q(x)]$$

é equivalente a

$$\exists x[\neg p(x) \vee q(x)]$$

é equivalente a

$$\exists x[\neg p(x)] \vee \exists x[q(x)]$$

é equivalente a

$$\neg \forall x[p(x)] \vee \exists x[q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x[p(x)] \rightarrow \exists x[q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x[p(x)] \rightarrow \exists y[q(y)].$$

Nos passos acima, usamos as seguintes equivalências, respectivamente:

(1) Definição do $\rightarrow$,
(2) Distributividade do $\exists$ sobre o $\vee$,
(3) De Morgan generalizada,
(4) Definição do $\rightarrow$,
(5) Troca da variável.

(c) Os enunciados $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \wedge \neg \exists y[p(y) \wedge q(y)]$ e $\forall x \neg p(x)$ são equivalentes.
De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \wedge \neg \exists y[p(y) \wedge q(y)]$$

é equivalente a

$$\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \wedge \neg \exists x[p(x) \wedge q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \wedge \forall x \neg [p(x) \wedge q(x)]$$

é equivalente a

$$\forall x\{[p(x) \to q(x)] \land \neg[p(x) \land q(x)]\}$$

é equivalente a

$$\forall x\{[\neg p(x) \lor q(x)] \land \neg[p(x) \land q(x)]\}$$

é equivalente a

$$\forall x\{[\neg p(x) \lor q(x)] \land [\neg p(x) \lor \neg q(x)]\}$$

é equivalente a

$$\forall x\{\neg p(x) \land [q(x) \lor \neg q(x)]\}$$

é equivalente a

$$\forall x[\neg p(x)].$$

Nos passos acima, usamos as seguintes equivalências, respectivamente:

(1) Troca da variável,
(2) De Morgan generalizada,
(3) Distribuitividade do $\forall$ sobre o $\land$,
(4) Definição do $\to$,
(5) Lei de De Morgan,
(6) Distributividade do $\land$ sobre o $\lor$,
(7) Elemento neutro do $\land$.

(d) Os enunciados $\forall x\{p(x) \to [q(x) \lor r(x)]\} \land \forall y\{p(y) \to \neg[q(y) \land r(y)]\}$ e $\forall z\{p(z) \to [q(z) \leftrightarrow \neg r(z)]\}$ são equivalentes.

De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\forall x\{p(x) \to [q(x) \lor r(x)]\} \land \forall y\{p(y) \to \neg[q(y) \land r(y)]\}$$

é equivalente a

$$\forall x\{p(x) \to [q(x) \lor r(x)]\} \land \forall x\{p(x) \to \neg[q(x) \land r(x)]\}$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\{p(x) \to [q(x) \lor r(x)]\} \land \{p(x) \to \neg[q(x) \land r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\{\neg p(x) \lor [q(x) \lor r(x)]\} \land \{\neg p(x) \lor \neg[q(x) \land r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\{\neg p(x) \lor [q(x) \lor r(x)]\} \land \{\neg p(x) \lor [\neg q(x) \lor \neg r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\neg p(x) \vee \{[q(x) \vee r(x)] \wedge [\neg q(x) \vee \neg r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\neg p(x) \vee \{[r(x) \vee q(x)] \wedge [\neg q(x) \vee \neg r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\neg p(x) \vee \{[\neg\neg r(x) \vee q(x)] \wedge [\neg q(x) \vee \neg r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\neg p(x) \vee \{[\neg r(x) \to q(x)] \wedge [q(x) \to \neg r(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\neg p(x) \vee \{[q(x) \to \neg r(x)] \wedge [\neg r(x) \to q(x)]\}\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(\neg p(x) \vee [q(x) \leftrightarrow \neg r(x)]\Big)$$

é equivalente a

$$\forall x\Big(p(x) \to [q(x) \leftrightarrow \neg r(x)]\Big)$$

é equivalente a

$$\forall z\{p(z) \to [q(z) \leftrightarrow \neg r(z)]\}.$$

Nos passos acima, usamos as seguintes equivalências, respectivamente:

(1) Troca da variável,
(2) Distributividade do $\forall$ sobre o $\vee$,
(3) Definição do $\to$,
(4) De Morgan,
(5) Distributividade do $\vee$ sobre o $\wedge$,
(6) Comutatividade do $\vee$,
(7) Negação do $\neg$,
(8) Definição do $\to$,
(9) Comutatividade do $\wedge$,
(10) Definição do $\leftrightarrow$,
(11) Troca da variável.

(e) Seja v uma variável qualquer. Se φ não possui ocorrência não quantificada de v e $\psi(v)$ possui ocorrência não quantificada de v, os enunciados $\forall x[\varphi \to \psi(v)]$ e $\varphi \to [\forall x \psi(v)]$ são equivalentes.

De fato, temos a seguinte sequência de equivalências:

$$\forall x[\varphi \to \psi(v)]$$

é equivalente a

$$\forall x \neg\neg[\varphi \to \psi(v)]$$

é equivalente a

$$\forall x \neg[\varphi \land \neg\psi(v)]$$

é equivalente a

$$\neg\exists x[\varphi \land \neg\psi(v)]$$

é equivalente a

$$\neg[\varphi \land \exists x(\neg\psi(v))]$$

é equivalente a

$$[\neg\varphi] \lor [\neg\exists x(\neg\psi(v))]$$

é equivalente a

$$[\neg\varphi] \lor [\forall x(\neg\neg\psi(v))]$$

é equivalente a

$$[\neg\varphi] \lor [\forall x \psi(v)]$$

é equivalente a

$$\varphi \to [\forall x \psi(v)].$$

Nos passos acima, usamos as seguintes equivalências, respectivamente:

(1) Negação do $\neg$,
(2) Negação do $\to$,
(3) De Morgan generalizada,
(4) Simplificação do $\exists$ sobre o $\land$
(5) De Morgan,
(6) De Morgan generalizada,
(7) Negação do $\neg$,
(8) Definição do $\to$.

1.1 Observações

Observação 1 Equivalências são frequentemente utilizadas na reescrita de enunciados, principalmente, quando temos a definição de um conceito matemático e queremos determinar condições para que aquele conceito não se estabeleça.

Por exemplo, uma das definições principais da *Álgebra Linear* é a de *base de um espaço vetorial*.

Seja V um espaço vetorial e B um conjunto de vetores de V. Dizemos que B é uma *base* de V se, e somente se, B é linearmente independente e B gera V.

Para facilitar a análise lógica, podemos reescrever abreviadamente esta definição como

$$B \text{ é base de } V \leftrightarrow B \text{ é LI e } B \text{ gera } V$$

Este enunciado reescrito mostra claramente que para B ser uma base, B deve satisfazer simultaneamente às propriedades ser LI e gerar.

Assim, a negação de ser uma base pode ser escrita como:

$$\neg(B \text{ é base de } V) \leftrightarrow \neg(B \text{ é LI e } B \text{ gera } V)$$

que é equivalente a

$$\neg(B \text{ é base de } V) \leftrightarrow \neg(B \text{ é LI}) \text{ ou } \neg(B \text{ gera } V)$$

que pode ser reescrita como

$$B \text{ não é uma base se, e somente se, } B \text{ não é LI ou } B \text{ não gera } V$$

Este último enunciado reescrito mostra claramente que para B não ser uma base, basta que B não satisfaça a uma das propriedades ser LI ou gerar.

1.2 Exercício resolvido

Exercício 1 Seja v uma variável e φ um enunciado que não possui ocorrências não quantificadas de v. Mostrar que os seguintes enunciados são equivalentes:

$$\begin{array}{lccc}
\text{(i)} & \forall v[\varphi \vee \psi(v)] & \text{e} & \varphi \vee [\forall v \varphi(v)] \\
\text{(ii)} & \exists v[\varphi \vee \psi(v)] & \text{e} & \varphi \vee [\exists v \varphi(v)] \\
\text{(iii)} & \forall v[\varphi \to \psi(v)] & \text{e} & \varphi \to [\forall v \varphi(v)] \\
\text{(iv)} & \exists v[\varphi \to \psi(v)] & \text{e} & \varphi \to [\exists v \varphi(v)]
\end{array}$$

Exercício 2 Mostrar que os seguintes enunciados são equivalentes, usando sequências de equivalências:

$$\begin{array}{lccc}
\text{(i)} & \neg\exists x[p(x) \wedge q(x)] & \text{e} & \forall x[p(x) \to \neg q(x)] \\
\text{(ii)} & \neg\exists x[p(x) \wedge \forall y(q(y) \to r(x))] & \text{e} & \forall x \exists y[(\neg p(x) \vee q(y)) \wedge (\neg p(x) \vee \neg r(x))]
\end{array}$$

Antes de ler a resolução, tente resolver os exercícios usando os conceitos estudados.

***Resolução do Exercício 1*:** Considere um domínio D, formado pelos objetos a, b, c, $\ldots$. (i) Em D, $\forall v[\varphi \vee \psi(v)]$ pode ser visto como $[\varphi \vee \psi(a)] \wedge [\varphi \vee \psi(b)] \wedge [\varphi \vee \psi(c)] \wedge \cdots$, que, pela Distributividade do $\wedge$ sobre o $\vee$, pode ser visto como $\varphi \vee [\psi(a) \wedge \psi(b) \wedge \psi(c) \wedge \cdots]$ que, pode ser visto como $\varphi \vee [\forall v \varphi(v)]$. (ii) Em D, $\exists v[\varphi \vee \psi(v)]$ pode ser visto como $[\varphi \vee \psi(a)] \vee [\varphi \vee \psi(b)] \vee [\varphi \vee \psi(c)] \vee \cdots$, que, pela Comutatividade do $\vee$, pode ser visto como $[\varphi \vee \varphi \vee \varphi \vee \cdots] \vee [\psi(a) \vee \psi(b) \vee \psi(c) \vee \cdots]$ que, pela Idempotência do $\vee$, pode ser visto como $\varphi \vee [\psi(a) \vee \psi(b) \vee \psi(c) \vee \cdots]$ que, pode ser visto como $\varphi \vee [\exists v \varphi(v)]$. (iii) Em D, $\forall v[\varphi \rightarrow \psi(v)]$ é equivalente a $\forall v[\neg\varphi \vee \psi(v)]$. Agora, como em $\neg\varphi$ não há ocorrência não quantificada de v, este último é equivalente a $\neg\varphi \vee \forall v \psi(v)$ é equivalente a $\varphi \rightarrow [\forall v \psi(v)]$. (iv) Considere um domínio D, formado pelos objetos a, b, c, $\ldots$. Em D, $\exists v[\varphi \rightarrow \psi(v)]$ é equivalente a $\exists v[\neg\varphi \vee \psi(v)]$ que pode ser visto como $[\neg\varphi \vee \psi(a)] \vee [\neg\varphi \vee \psi(b)] \vee [\neg\varphi \vee \psi(c)] \vee \cdots$ que, pela comutatividade do $\vee$, pode ser visto como $[\neg\varphi \vee \neg\varphi \vee \neg\varphi \vee \cdots] \vee [\psi(a) \vee \psi(b)\psi(c) \vee \cdots]$ que, pela idempotência do $\vee$, pode ser visto como $[\neg\varphi] \vee [\psi(a) \vee \psi(b)\psi(c) \vee \cdots]$ que é equivalente a $\varphi \rightarrow [\psi(a) \vee \psi(b)\psi(c) \vee \cdots]$ que pode ser visto como $\varphi \rightarrow [\exists v \psi(v)]$. ***Resolução do Exercício 2*:** (i) $\neg\exists x[p(x) \wedge q(x)]$ é equivalente a $\forall x \neg[p(x) \wedge q(x)]$, que é equivalente a $\forall x[\neg p(x) \vee \neg q(x)]$, que é equivalente a $\forall x[p(x) \rightarrow \neg q(x)]$. (**Determine a equivalência que foi usada em cada passo!**) (ii) $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \rightarrow [\exists y p(y) \rightarrow \exists z q(z)]$ é equivalente a $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \rightarrow [\neg\exists y p(y) \vee \exists z q(z)]$ é equivalente a $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \rightarrow [\forall y \neg p(y) \vee \exists z q(z)]$ é equivalente a $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)] \rightarrow [\forall y \neg p(y) \vee \exists z q(z)]$. (**Determine a equivalência que foi usada em cada passo!**)
