GAN 00166 – Lógica para Ciência da Computação

Profs. ***Petrucio Viana*** **e** ***Renata de Freitas***

Lista 21 - Demonstrações em LQ

---

1. Simbolize os argumentos a seguir em LQ e apresente uma demonstração da conclusão a partir das premissas de cada argumento, mostrando que todos são válidos.

   (a) Todos os pássaros têm asas. Nenhum peixe tem asas. Logo, nenhum peixe é um pássaro.

   (b) Todos os físicos são matemáticos. André não é um matemático. Logo, André não é um físico.

   (c) Bacharéis são graduados. Licenciados são graduados. Logo, tanto bacharéis quanto licenciados são graduados.

   (d) Nem professores nem alunos votaram. André votou. Logo, André não é professor.

   (e) Os únicos animais que têm penas são os pássaros. Todos os pássaros cantam. Logo, nenhum animal que não canta tem penas.

   (f) Toda casa tem uma máquina de lavar louça ou uma máquina de lavar roupa. Toda casa com uma máquina de lavar roupa tem também uma secadora de roupa. Toda casa com uma máquina de lavar louça tem também um rádio. Logo, toda casa que não tem um rádio tem uma secadora de roupa.

   (g) Apenas fantasmas vivem na mansão abandonada. Nenhum fantasma feliz é inteligente. Nenhum fantasma é feliz. Logo, qualquer um que viva na mansão abandonada é inteligente ou infeliz.

   (h) Todo matemático gosta de todos os cientistas da computação. Nenhum matemático gosta de algum filósofo. Carl Friedrich Gauss é um matemático. Logo, nenhum filósofo é cientista da computação.

   (i) Todo professor é mais velho que todo estudante. André não é mais velho que Beatriz, que é estudante. Logo, André não é professor.

   (j) Homens que são atletas são fãs tanto de vôlei quanto de basquete. Atletas que são fãs de vôlei são homens que são fãs de basquete. Qualquer um que não seja um atleta é um homem que é fã de vôlei. Logo, todos os homens são fãs de vôlei e vice-versa.

   (k) Pais e mães gostam de crianças. André é um pai que não gosta de Beatriz. Nenhuma mãe gosta de Custódio. Diana é uma mãe. Logo, nem Beatriz nem Custódio são crianças.

   (l) Qualquer um que goste de todos os advogados é um criminoso. Apenas mentirosos gostam de todos os criminosos. Advogados gostam de advogados e criminosos gostam de criminosos. Logo, todos os advogados são mentirosos.

(m) Todo professor que possui apresenta um trabalho em um congresso é pesquisador. André apresenta "Logic" em todos os congressos. Logo, se André é um professor, "Logic" é um trabalho e EBL é um congresso, então André é um pesquisador.

(n) André resolve todos as questões em todas as provas. Qualquer um que resolva uma questão em uma prova é um aluno. Beatriz resolve todas as questões em todas as provas. Logo, se Beatriz é um gênio, então ela é uma aluna, desde que Q seja uma questão e P seja uma prova.

(o) Nenhum aluno divide o lanche com um desafeto. Todo aluno divide o lanche com seus colegas de turma. Logo, nenhum aluno possui desafetos entre os seus colegas de turma.

2. Mostre que os seguintes argumentos são válidos, apresentando uma demonstração da conclusão a partir das premissas de cada argumento.

(a)
$$\begin{array}{l} \forall x(A(x) \to \forall y(B(y) \to R(x,y))) \\ \forall x(A(x) \to B(x)) \\ B(a) \land \neg R(b,a) \\ \hline \neg A(b) \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{l} \forall x(A(x) \to B(x)) \\ \forall y(B(y) \to \forall x A(x)) \\ \hline \forall x B(x) \leftrightarrow B(a) \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{l} \forall x \forall y \forall z(R(x,y) \land R(y,z) \to R(x,z)) \\ \forall x \forall y(R(x,y) \to R(y,x)) \\ \hline \forall x \forall y(R(x,y) \to R(x,x)) \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{l} \forall x \forall y \forall z(R(x,y) \land R(y,z) \to R(x,z)) \\ \forall x \forall y(R(x,y) \to R(y,x)) \\ \hline \forall x R(x,a) \to \forall x R(x,x)) \end{array}$$

(e)
$$\begin{array}{l} \forall x \forall y(A(x) \land B(y) \to \neg R(x,y)) \\ \forall y(C(y) \to R(a,y)) \\ A(a) \\ \hline \forall z(C(z) \to \neg B(z)) \end{array}$$

(f)
$$\begin{array}{l} \forall x(A(x) \to \forall y(B(y) \land C(y) \to R(x,y))) \\ \forall x(A(x) \to \neg R(x,a)) \\ \forall x(C(x) \to B(x)) \\ A(b) \land B(a) \\ \hline \neg C(a) \end{array}$$

(g)
$$\begin{array}{l} \forall x \forall y(R(x,y) \land R(y,x) \to S(x,y)) \\ \hline \forall x \forall y \forall z(R(x,z) \land R(y,z) \to S(x,y)) \end{array}$$

Exercícios adaptados do livro

J.E. Rubin, *Mathematical Logic: applications and theory*,

Saunders College, Orlando, 1990.