GAN 00166 - Lógica para Ciência da Computação
Professores *Renata de Freitas* e *Petrucio Viana*

Lista 5 — Equivalência em LC

1. Determine se as fórmulas dadas são equivalentes.

   (a) $p \wedge (\neg q)$ e $(\neg p) \wedge q$

   (b) $p \leftrightarrow q$ e $(p \to q) \wedge (q \to p)$

   (c) $p \to (q \wedge r)$ e $(p \to q) \wedge (p \to r)$

   (d) $p \to (q \vee r)$ e $(p \to q) \vee (p \to r)$

   (e) $(p \wedge q) \vee r$ e $p \wedge (q \vee r)$

2. Verifique se as seguintes sentenças são equivalentes ou não. Isto é, simbolize-as e utilize tabelas de avaliação para decidir suas equivalências.

   (a) Não é o caso que este triângulo é retângulo e ao mesmo tempo obtusângulo.
   Este triângulo é retângulo e, portanto, não é obtusângulo.

   (b) Não é o caso que x seja primo se, e somente se, x é ímpar.
   x é primo ou ímpar.

   (c) s é perpendicular a t segue de: r é paralela a s e perpendicular a t.
   r é paralela a t e s não é perpendicular a t acarreta em r não é perpendicular a s.

   (d) Se r é perpendicular a s e s é perpendicular a t, então r é perpendicular a t.
   Se r não é perpendicular a s e s não é perpendicular a t, então r não é perpendicular a t.

   (e) Se x é par e primo, então x é diferente de 2.
   Se $x = 2$, então x não é par nem primo.

3. Mostre que as seguintes fórmulas de LC são equivalentes:

   i. Propriedades algébricas dos conectivos:

   (a) $(p \wedge q) \wedge r$ e $p \wedge (q \wedge r)$ (associatividade do $\wedge$)

   (b) $p \wedge q$ e $q \wedge p$ (comutatividade do $\wedge$)

   (c) $p \wedge p$ e p (idempotência do $\wedge$)

   (d) $(p \vee q) \vee r$ e $p \vee (q \vee r)$ (associatividade do $\vee$)

(e) $p \vee q$ e $q \vee p$ (comutatividade do $\vee$)

(f) $p \vee p$ e p (idempotência do $\vee$)

(g) $p \wedge (q \vee r)$ e $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (distributividade do $\wedge$ sobre o $\vee$)

(h) $p \vee (q \wedge r)$ e $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (distributividade do $\vee$ sobre o $\wedge$)

(i) $\neg(p \wedge q)$ e $\neg p \vee \neg q$ (Lei de De Morgan)

(j) $\neg(p \vee q)$ e $\neg p \wedge \neg q$ (Lei de De Morgan)

(k) $p \wedge (p \vee q)$ e p (Lei de absorção)

(l) $p \vee (p \wedge q)$ e p (Lei de absorção)

(m) $\neg\neg p$ e p (Lei da dupla negação)

(n) $p \vee \varphi$ e φ se φ é V em todas as interpretações

(o) $p \wedge \varphi$ e p se φ é V em todas as interpretações

(p) $p \vee \varphi$ e p se φ é F em todas as interpretações

(q) $p \wedge \varphi$ e φ se φ é F em todas as interpretações

ii. Interdefinibilidade dos conectivos:

(a) $p \vee q$ e $\neg(\neg p \wedge \neg q)$ ($\vee$ a partir de $\neg$ e $\wedge$)

(b) $p \to q$ e $\neg(p \wedge \neg q)$ ($\to$ a partir de $\neg$ e $\wedge$)

(c) $p \leftrightarrow q$ e $\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(q \wedge \neg p)$ ($\leftrightarrow$ a partir de $\neg$ e $\wedge$)

(d) $p \wedge q$ e $\neg(\neg p \vee \neg q)$ ($\wedge$ a partir de $\neg$ e $\vee$)

(e) $p \to q$ e $\neg p \vee q$ ($\to$ a partir de $\neg$ e $\vee$)

(f) $p \leftrightarrow q$ e $\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(p \vee q)$ ($\leftrightarrow$ a partir de $\neg$ e $\vee$)

(g) $p \wedge q$ e $\neg(p \to \neg q)$ ($\wedge$ a partir de $\neg$ e $\to$)

(h) $p \vee q$ e $\neg p \to q$ ($\to$ a partir de $\neg$ e $\to$)

(i) $p \leftrightarrow q$ e $\neg((p \to q) \to \neg(q \to p))$ ($\leftrightarrow$ a partir de $\neg$ e $\to$)