

Lista 4 de Complexidade de Algoritmos - 2017.03

Data de entrega: 06/12/2017

1. Seja um algoritmo Monte Carlo de erro unilateral com taxa de erro inversamente proporcional à raiz quadrada de n , onde n é o tamanho da entrada do problema. Para instâncias onde $n = 64$, sabe-se que o algoritmo acerta com probabilidade $\frac{39}{40}$. Quantas vezes, no máximo, é preciso executar esse algoritmo, para garantir probabilidade de acerto tão boa quanto $1 - 10^{-8}$ para uma instância de tamanho $n = 400$?

2. A desigualdade de Markov nos diz que, para toda variável aleatória não-negativa X e todo real positivo a , vale $Prob\{X \geq a\} \leq E[X]/a$, onde $E[X]$ indica a esperança de X .

Seja um problema de decisão Π . Você possui dois algoritmos de Monte Carlo de erro unilateral para o problema Π : um baseado no SIM, que responde NÃO com probabilidade menor ou igual a 0.1 quando a resposta correta é SIM, e outro baseado no NÃO, que corresponde SIM com probabilidade menor ou igual a 0.1 quando a resposta correta é NÃO. Ambos rodam em tempo linear no tamanho da lista de entrada, isto é, a complexidade de ambos algoritmos é $O(n)$, onde n é o tamanho da lista de entrada.

(a) Escreva um algoritmo de Las Vegas eficiente para Π .

(b) Qual é o tempo esperado (assintótico) do seu algoritmo?

(c) Qual é o tempo máximo que o teu algoritmo pode levar em sua execução?

(d) Seja $f(n)$ a função que dá a probabilidade de que seu algoritmo leve tempo maior do que o quadrado de n para uma entrada de tamanho n para o problema Π . Podemos dizer que $f(n) = O(1/n)$?

3. Considere a distribuição uniforme e independente de n bolas em m latas.

(a) Qual o número esperado de latas vazias?

(b) Mostre que, para n grande e $m = n$, o número esperado de latas vazias converge para $\frac{n}{e}$, onde e é a base dos logaritmos naturais.

Observação. Por favor, a resolução de cada questão deve ser iniciada em uma folha de papel separada das folhas utilizadas para descrever a resolução das demais questões. Além disso, antes do início de cada questão, deve-se incluir o número da questão e o nome completo do aluno.