

COMPARAÇÃO DE FILTROS PARA
PROCESSAMENTO DE MEDIÇÕES SONAR

Renato Vilhena de Araujo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

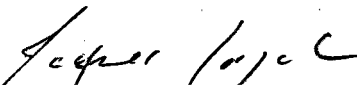
Aprovada por:



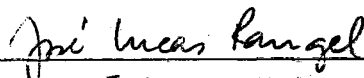
Prof. Marcilio Boavista da Cunha



Prof. Dietmar Achilles



Prof. Jacques Szcżupak



Prof. José Lucas M. Rangel Netto

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 1979

VILHENA DE ARAÚJO, RENATO

COMPARAÇÃO DE FILTROS PARA PROCESSAMENTO DE MEDIÇÕES SONAR
(RIO DE JANEIRO) 1979.

vi, 137p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia de Sistemas
e Computação, 1979)

Tese - Univ.Federal Rio de Janeiro. Fac.Engenharia

1.Assunto I.COPPE/UFRJ II.Título(série).

AGRADECIMENTOS

À MARINHA DO BRASIL;

À COPPE;

A MARCÍLIO BOAVISTA DA CUNHA (ORIENTADOR);

A GERHARD SCHWARZ (CO-ORIENTADOR).

R E S U M O

Três algoritmos de filtragem - conhecidos como Alfa-beta, Extrapolador e Kalman - são comparados quanto à precisão da estimativa que fazem da posição de objetos submersos a partir de medidas sucessivas feitas por SONAR.

A B S T R A C T

Three filtering algorithms - known as Alpha-beta, Extrapolator and Kalman - are compared in terms of the accuracy of the estimated position of underwater objects calculated from successive SONAR measurements.

ÍNDICE

	<u>Páginas</u>
<u>CAPÍTULO I</u> - INTRODUÇÃO	1
<u>CAPÍTULO II</u> - REVISÃO DA LITERATURA	4
<u>CAPÍTULO III</u> - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	6
3.1.0 problema genérico de estimação	6
3.2.0 problema do acompanhamento de alvos através de medidas sucessivas de marcação e distância	8
3.3. Limitações impostas a algoritmos de filtragem para emprego tático em tempo real	10
3.4. Dispositivos conjugados aos filtros nas aplicações práticas. Filtros adaptativos	13
3.5. Filtros específicos de interesse	
3.5.1.0 filtro Alfa-beta	16
3.5.2.0 Extrapolador	25
3.5.3.0 filtro de Kalman	29
3.6. Erros de medida	39
3.7. Modelo do alvo	46
<u>CAPÍTULO IV</u> - MÉTODO	48
4.1. Critério de avaliação de desempenho	48
4.2. Simulação	49
<u>CAPÍTULO V</u> - RESULTADOS	57
5.1. Análise dos parâmetros obtidos na simulação	57
5.2. Análise de sensibilidade quanto a variações nos erros de medida	59

	<u>Páginas</u>
<u>CAPÍTULO VI</u> - DISCUSSÃO	61
<u>CAPÍTULO VII</u> - CONCLUSÃO	63
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	64
<u>APÊNDICE A</u> - SIMBOLOGIA E CONVENÇÕES	66
<u>APÊNDICE B</u> - ÍNDICE POR ASSUNTO	68
<u>APÊNDICE C</u> - GERADORES DE NÚMEROS ALEATÓRIOS	69
<u>APÊNDICE D</u> - LISTAGEM DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO	76
<u>APÊNDICE E</u> - RESULTADOS PARA ERROS MÉDIOS	96
<u>APÊNDICE F</u> - RESULTADOS PARA ERROS GRANDES	112
<u>APÊNDICE G</u> - RESULTADOS PARA ERROS PEQUENOS	125

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é destinado a comparar o desempenho de 3 algoritmos de filtragem - Extrapolador, Alfa-beta e Kalman - para processar dados obtidos através do equipamento SONAR (SOUND NAVIGATION AND RANGING) utilizado para a detecção de objetos submarinos, genericamente designados por alvos.

O Extrapolador e o Alfa-beta são usados no acompanhamento de alvos submarinos em um dado sistema de armas existente, sendo o objetivo final do trabalho determinar se, em um certo conjunto de circunstâncias, um filtro pode ser usado em lugar do outro sem perda de precisão. O uso de apenas um filtro tem como consequência economia de memória do computador de bordo e melhora a coerência dos dados no sistema.

O SONAR permite fazer medidas sucessivas da posição de alvos (ρ e θ , em coordenadas cilíndricas). Estas medidas contêm erros devidos às limitações do equipamento SONAR e à propagação irregular do som na água.

Processando as medidas assim obtidas, deseja-se obter a melhor estimativa possível para a posição e a velocidade dos alvos. O conhecimento preciso destes dados permite resolver o problema de dirigir o fogo do armamento de navios de guerra de modo a destruir alvos submarinos.

Medições semelhantes feitas por RADAR (RADIO

DETECTION AND RANGING) são processadas para obter a posição e a velocidade de aviões, por exemplo, possibilitando o controle de tráfego e a prevenção de acidentes nas rotas aéreas.

Os algoritmos considerados neste estudo são portanto de ampla aplicação em sistemas de tempo real para processar medidas, feitas por sensores de vários tipos, que chegam ao processador corrompidas por ruídos. Sua importância reside no fato de permitirem estimar grandezas de interesse com precisão maior que a precisão inerente aos processos de medida. Assim, é possível - alterando apenas o programa de um dado sistema, para a introdução do filtro adequado - obter os mesmos resultados que seriam obtidos por uma onerosa troca de sensores por instrumentos mais precisos.

No capítulo II são mencionados trabalhos semelhantes anteriores;

No capítulo III é apresentado o problema da estimação e a seguir descritos detalhadamente os algoritmos objeto deste estudo. São também feitas considerações de caráter qualitativo sobre os erros de medida de sonares, e apresentado um modelo quantitativo obtido de testes reais com sonares e de manuais de equipamentos de várias origens. Finalmente são descritas trajetórias representativas de movimentos de submarinos;

No capítulo IV é escolhido o critério para comparação dos filtros e descrito o programa de simulação empre-

gado;

No capítulo V os resultados obtidos são apresentados, inclusive os resultantes de uma análise de sensibilidade a variações nos erros de medida;

No capítulo VI está uma discussão sobre o significado dos resultados obtidos; e

No capítulo VII estão as conclusões finais.

CAPÍTULO II

REVISÃO DA LITERATURA

Como curiosidade podemos citar GAUSS |¹| como o primeiro a usar um método para lidar com variáveis aleatórias, tendo inventado o método dos mínimos quadrados.

WIENER |²| estabeleceu um método para projetar filtros estatisticamente ótimos no domínio da frequência.

KALMAN E BUCY |³| estabeleceram método recursivo para filtros ótimos usando formulação de variáveis de estado.

A avaliação de desempenho e comparação de algoritmos de filtragem tem sido objeto de numerosos estudos, como por exemplo:

BROWN e PRICE |⁴| comparam filtros adaptativos e fixos quanto à precisão da estimativa do vetor de estado e quanto à precisão da predição.

WISHNER, LARSON e ATHANS |⁵| comparam 14 tipos de filtros quanto ao desempenho no acompanhamento da reentrada na atmosfera de veículos espaciais.

MEHRA |⁶| compara a performance de vários tipos de filtros não-lineares.

SINGER E BEHNKE |⁷| comparam 5 tipos de filtros quanto à precisão e aos requisitos, em termos de computação, para usá-los em sistemas de tempo real.

MOON |⁸| compara o filtro de Kalman com o algoritmo "pictures" quanto à precisão da formulação e carga computacional.

CAPÍTULO III
FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1. O problema genérico de estimação

De modo geral, estimação é um processo de combinar medições efetuadas em um sistema físico a fim de obter valores para várias grandezas de interesse onde os efeitos dos erros de medida e incertezas do sistema estejam reduzidos.

Estimador ótimo é um algoritmo que processa medidas para obter valores ótimos (segundo um dado critério de excelência) para os estados de um sistema usando:

- conhecimento da dinâmica do sistema
- conhecimento do processo de medição
- estatística dos ruídos presentes
- condições iniciais

Considerando uma sequência temporal discreta de medidas, a estimação toma diferentes nomes dependendo do instante de interesse. Para instantes no passado, chama-se interpolação. Para o instante da última medida, chama-se filtragem. Para instantes futuros, chama-se previsão, extrapolação ou projeção.

Se o algoritmo faz uma combinação linear das medidas ele é dito um estimador linear. Se usa cada nova medida para atualizar a estima anterior, sem ter que reprocessar medidas anteriores, é dito recursivo.

Uma estimativa \hat{x} é dita imparcial se sua média é igual à média da grandeza sendo estimada, e é dita consistente se $\hat{x} \rightarrow x$ à medida que o número de medições cresce.

Os filtros lineares recursivos imparciais têm a forma geral

$$\hat{x} = x_p + G(x_m - x_p)$$

onde o índice p se refere a valores previstos para o instante da última medida e o índice m aos valores medidos. G é chamado de ganho do filtro e $(x_m - x_p)$ é chamado de resíduo.

O erro de estimação é definido como $\tilde{x} = \hat{x} - x$, isto é, a diferença entre valores estimados e valores reais.

3.2. O problema do acompanhamento de alvos através de medidas sucessivas de marcação e distância

Acompanhar alvos é saber a cada instante a posição e a velocidade de aeronaves, navios ou submarinos usando como sensores RADAR e SONAR. Estes equipamentos fornecem medidas periódicas das coordenadas cilíndricas (ρ e θ) dos alvos.

O núcleo de qualquer sistema de vigilância consiste de um algoritmo para, a partir destas medidas, obter boas estimativas da posição e velocidade de cada alvo e atualizar estas estimativas à medida que novas medições vão sendo feitas.

Além de detectar e posicionar os alvos, o sistema deve fornecer a velocidade que: ajuda a identificar o alvo, dá uma indicação de sua intenção e periculosidade (alvos que se aproximam são perigosos), além de ser dado básico para cálculos de direção de tiro.

Os sistemas de interesse, portanto, são de, no mínimo, 2 estados: posição e velocidade. Outros estados de interesse seriam aceleração, razão de variação da aceleração etc.

As medições feitas são exclusivamente de posição, não havendo meios de medir velocidade, aceleração, etc que terão que ser inferidas a partir das medidas de posição.

As medições feitas estão sujeitas a erros aleatórios e determinísticos.

Erros determinísticos são devidos a causas conhecidas como curvatura da terra, balanço do navio, acelerações da plataforma que carrega os sensores, etc, e são corrigidos antes da medida ser processada pelos filtros, que devem se encarregar dos erros aleatórios.

Os erros aleatórios são devidos a causas fora do nosso controle, como condições de propagação no ar e na água, como descrito com mais detalhes em 3.6.

Uma fonte de erro considerada aleatória é a capacidade de manobrar dos alvos pilotados, como aviões e submarinos. Como não é possível saber exatamente que manobras o piloto executará, é atribuído ao alvo um comportamento aleatório com funções de distribuição específicas para cada tipo de alvo.

3.3. Limitações impostas a algoritmos de filtragem para emprego tático em tempo real

Os algoritmos usados na prática são sempre não-ótimos ou sub-ótimos porque: ou modelo assumido para o sistema não pode ser, ou não é, suficientemente preciso, ou a estatística dos ruídos presentes não é perfeitamente conhecida, ou ainda devido a erros introduzidos durante a efetuação dos cálculos por máquina.

Devido principalmente à capacidade ainda limitada dos computadores disponíveis, o modelo tem que se resumir ao mínimo possível de estados*. A existência de derivadas de mais alta ordem ocasionará erros ditos sistemáticos, isto é, erros que estarão presentes sempre, independentemente de haver ruídos. A determinação de que estados podem ser ignorados sem comprometer a validade do modelo é feita tentativamente por estudos de sensibilidade.

Outra simplificação é possível no método de calcular o ganho do filtro a cada nova medida. Nestes casos, adota-se um processo empírico abreviado para se chegar ao ganho, sem efetuar os cálculos para obter o ganho ótimo.

Para o problema do acompanhamento do movimento

* É preciso portanto adotar um modelo de n estados para um sistema de m estados, ($n < m$). Para os filtros considerados neste trabalho $n = 4$ (posição e velocidade em duas dimensões).

de um objeto sobre um plano, os estados considerados são $(\rho, \dot{\rho}, \theta, \dot{\theta})$ ou (x, \dot{x}, y, \dot{y})

Isto é, admite-se que as acelerações são nulas entre os instantes de medida.

A validade de um modelo que assume que não há variações de velocidades entre medidas de posição depende, é claro, da agilidade do alvo e da frequência das medidas.

Valores típicos para o período das medidas são:

para radar	{	1s	curto alcance	50km
		4s	médio alcance	100km
		10s	longo alcance	350km

para sonar	{	30s	médio alcance	10km
		60s	longo alcance	25km

Dados estes valores e a capacidade de acelerar de alvos de interesse, concluiu-se que, para um grande número de casos, os erros sistemáticos incorridos no modelo de 4 estados é comparável ao erro de medida dos sensores e sua presença não invalida os resultados obtidos.

Uma simplificação adicional encontrada nos filtros, realmente empregados em sistemas de acompanhamento, é a de se considerar o movimento ao longo de uma coordenada descorrelacionado com o movimento ao longo da outra coordenada. Em outras palavras, não há trajetórias preferidas, o alvo tem inteira liberdade de se movimentar sobre o plano, e a correlação proveniente das medidas é desprezada.

Neste caso a matriz de transição tem 2 blo

cos de zeros na diagonal secundária, e o sistema de 4 estados pode ser substituído por 2 sistemas de 2 estados desacoplados, reduzindo consideravelmente os cálculos necessários à filtração.

Quanto à simplificação dos cálculos para obter o ganho do filtro, o filtro Alfa-beta que se segue é um exemplo de procedimento empírico simplificado. Ao invés de calcular a matriz covariância do vetor de erros, obtém-se uma aproximação destes valores através de fórmula heurística.

3.4. Dispositivos conjugados aos filtros nas aplicações práticas. Filtros adaptativos.

Descreveremos aqui dois dispositivos usados na prática em conjunção com os filtros: os detetores de manobras e a pré filtragem.

DETETOR DE MANOBRAS

Mesmo que fosse possível obter um modelo fiel do sistema, um filtro ótimo não poderia ser implementado por não se dispor de dados suficientes sobre o comportamento do alvo, que está fora do nosso controle.

Filtros adaptativos são algoritmos que procuram se ajustar ao comportamento do alvo à medida que vai sendo observado.

Como dissemos anteriormente, os filtros de interesse admitem que não há mudança de velocidade entre medidas sucessivas. Como, sabidamente, os alvos tem capacidade de manobrar no intervalo entre medidas, as implementações práticas dos filtros, geralmente, incluem procedimentos para minorar os efeitos da hipótese básica citada.

No filtro Alfa-beta, descrito adiante, por exemplo, é contado número de posições medidas sucessivas que caem na frente da posição prevista. Quando a contagem ultrapassa um limiar fixado, o filtro conclui que, se, coerentemente, a previsão cai atrás das medidas, o alvo deve ter acelerado e as diferenças observadas não são apenas devidas a erros aleatórios. O ganho do filtro é então ajustado para dar mai-

or valor às medidas e menor às previsões. Procedimento análogo é usado para detetar guinadas.

No filtro de Kalman as manobras são detetadas somando-se ruído de sistema fictício dimensionado heurísticamente como detalhado em 3.5.3.

Filtros que usam procedimentos deste tipo são chamados filtros adaptativos por análise dos resíduos.

O filtro extrapolador é adaptativo por natureza.

O desempenho de filtros adaptativos não é necessariamente melhor que o dos filtros fixos. Se o ruído da medida for diferente do valor de projeto, o filtro corre o risco de adaptar no sentido errado.

Para alvos muito ágeis, os resultados são igualmente ruins tanto para filtros adaptativos quanto para filtros fixos. Neste caso, os cálculos adicionais feitos pelo dispositivo de adaptação não compensam o esforço de efetuá-los.

PRÉ-FILTRAGEM

Também chamada de compressão de dados, é usada quando a frequência das medidas é maior que a frequência com que podem ser atualizadas as estimativas.

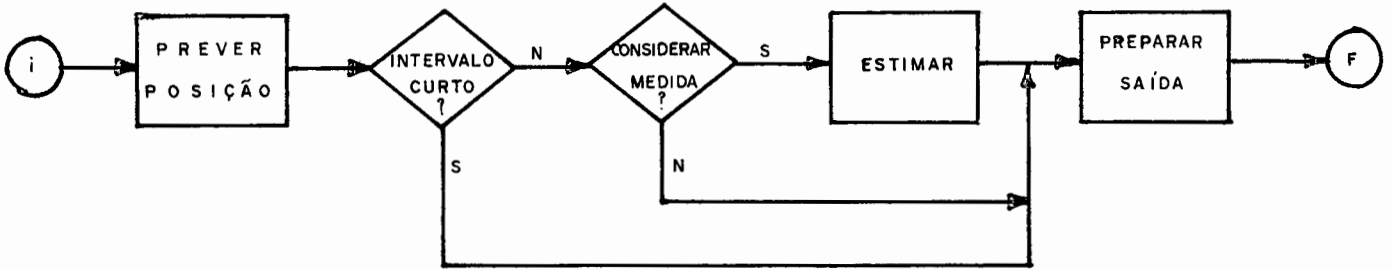
Consiste, geralmente, em fazer a média das medidas obtidas durante um intervalo de tempo dado Δt e usar este valor como uma única medida para o algoritmo de filtração.

Neste caso, é preciso levar em conta que o valor apresentado para filtragem contém ruído com características diferentes do ruído das medidas individuais.

O extrapolador que é descrito a seguir é precedido por uma pré filtragem do tipo descrito acima. É assumido que medidas recebidas dentro de um período de 25s devem ser consideradas como uma única medida.

3.5.1. O filtro Alfa-beta

Segue-se uma descrição detalhada do filtro Alfa-beta. As variáveis de estado são posição (ρ, θ) e velocidade (r, v) , direção e módulo respectivamente.



PROCESSAMENTO DE MEDIDA FEITA NO INSTANTE t_k

$$\left. \begin{aligned}
 \phi_{k-1} &= \hat{r}_{k-1} - \hat{\theta}_{k-1} \\
 \hat{e}_{k-1} &= \hat{\rho}_{k-1} \text{ sen } \phi_{k-1} \\
 \hat{f}_{k-1} &= \hat{\rho}_{k-1} \text{ cos } \phi_{k-1}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{conversão da posição anterior} \\ \text{or para o sistema (f, e)} \\ \text{(figura III.1)} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned}
 e_k &= \hat{e}_{k-1} \\
 f_k &= \hat{f}_{k-1} + \hat{v}_{k-1}(t_k - t_{k-1}) \\
 r_k &= \hat{r}_{k-1} \\
 v_k &= \hat{v}_{k-1}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{previsão para o instante da} \\ \text{medida} \\ \text{(figura III.1)} \end{array}$$

Aparece aqui a hipótese básica dos filtros de 4 estados: a velocidade não varia (em módulo e direção) entre os instantes das medidas.

$$\left. \begin{aligned}
 \rho_k &= (e_k^2 + f_k^2)^{1/2} \\
 \phi_k &= \text{arc tg } \frac{e_k}{f_k} \\
 \theta_k &= r_k - \phi_k
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Convers\~ao da previs\~ao para} \\ \text{o sistema } (\rho, \theta). \\ \\ \text{(figura III.1)} \end{array}$$

Se $(t_k - t_{k-1})$ \bar{e} menor que 1,5s a previs\~ao obtida \bar{e} adotada como a estima para o instante t_k desconsiderando os valores medidos. A justificativa emp\~irica desta opera\~ao \bar{e} que em menos de 1,5s n\~ao d\~a para termos uma altera\~ao significativa de posi\~ao, qualquer que seja o alvo. Se este for o caso, o algoritmo termina aqui.

$$\left. \begin{aligned}
 \phi_m &= r_k - \theta_m \\
 e_m &= \rho_m \text{ sen } \phi_m \\
 f_m &= \rho_m \text{ cos } \phi_m
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Convers\~ao da medida para o} \\ \text{sistema } (f, e) \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta e &= e_m - e_k \\
 \Delta f &= f_m - f_k
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{C\~alculo dos res\~iduos} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \phi_\sigma &= r_k - \theta_k \\
 \sigma_f &= |\sigma_\rho \text{ cos } \phi_\sigma| + |\rho_k \sigma_\theta \text{ sen } \phi_\sigma| \\
 \sigma_e &= |\sigma_\rho \text{ sen } \phi_\sigma| + |\rho_k \sigma_\theta \text{ cos } \phi_\sigma|
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Convers\~ao dos desvios para} \\ \text{o sistema } (f, e) \\ \\ \text{(figura III.2)} \end{array}$$

A seguir s\~ao feitas compara\~oes dos res\~iduos com os desvios para determinar como variar o fator de qualidade do acompanhamento. Este fator \bar{e} tanto maior quanto melhor for a precis\~ao da previs\~ao e seu uso ser\~a melhor explicado adiante. Os testes que se seguem s\~ao id\~enticos para am-

bas coordenadas (f, e) e $s\bar{o}$ serão descritos uma vez.

Se Δ tem o mesmo sinal que o Δ observado no instante t_{k-1} , fazer $c = c + 1$; senão fazer $c = 1$.

Desta forma, c conta o número de posições medidas que caem consecutivamente à esquerda, à direita, à frente ou atrás da posição estimada. Este contador será usado adiante como detetor de manobras.

Se $|\Delta| > 8\sigma$ trata-se de um erro grande; q é colocado no seu valor mínimo e é provocado o cálculo de estima descrito adiante.

Se $\sigma < |\Delta| < 8\sigma$ trata-se de erro médio. É feito a seguir um teste de detecção de manobra que consiste em comparar o contador c com um valor pré-fixado m chamado máscara.

Se $c \geq m$ é concluído que houve uma manobra; q é decrementado de $\frac{q}{8} \cdot \log_2 \frac{|\Delta|}{\sigma}$ e é provocado o cálculo de estima como descrito adiante.

Se $c < m$ não é detetada manobra e q é deixado com seu valor anterior. $s\bar{o}$ é calculada nova estima se q for muito pequeno.

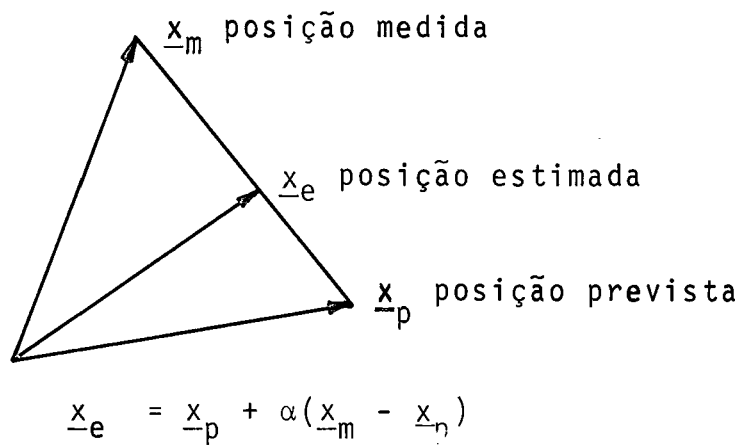
Se $|\Delta| < \sigma$ trata-se do erro pequeno; q é incrementado de 1 e $s\bar{o}$ é provocado o cálculo de nova estima se q for muito pequeno.

Nos casos de erro grande e detecção de manobra, o contador c é zerado. Se q , atualizado como descrito acima, exceder os limites q_{\max} ou q_{\min} , é reduzido aos valores limite.

Após a atualização do valor de q , se for necessário cálculo de estima, o algoritmo prossegue, senão a posição prevista para o instante t_k é dada como saída do filtro.

Se for necessário o cálculo de nova estima, calcularemos α e β , que dão nome ao filtro.

α é o peso relativo atribuído à posição medida em comparação com a posição estimada como indicado na figura abaixo:



α DETERMINA A POSIÇÃO ESTIMADA ENTRE A MEDIDA E A PREVISTA

β é o análogo de α para velocidades.

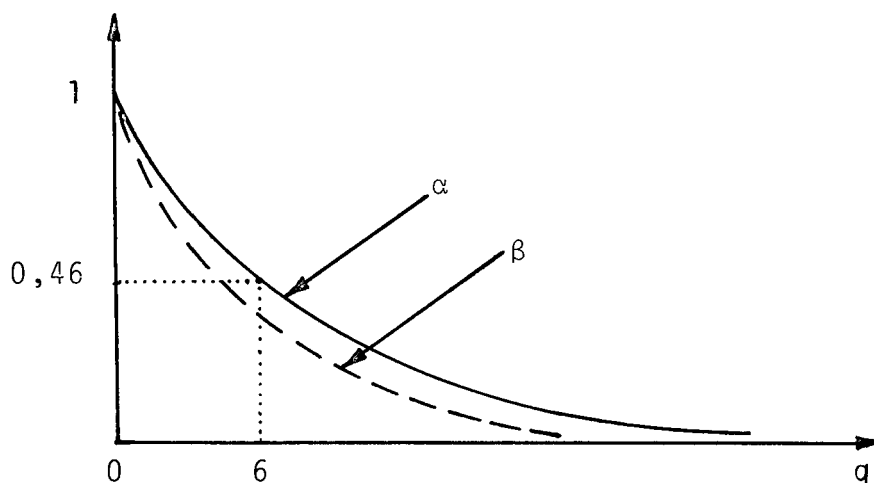
O cálculo de α e β é baseado no fator de qualidade cujo valor foi ajustado anteriormente pelo algoritmo.

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha &= \frac{2(2q + 1)}{(q + 1)(q + 2)} \\
 \beta &= \frac{\alpha^2}{2 - \alpha}
 \end{aligned} \right\} \text{cálculo dos ganhos}$$

A fórmula de α corresponde à variância da posição prevista ajustando-se uma reta a q medidas sucessivas, igualmente espacadas no tempo, afetados por erro aditivos decorrelacionados de variâncias unitárias e admitindo que o erro sistemático é proveniente apenas da presença no movimento real de um estado (a aceleração) não considerado pelo modelo do filtro. A demonstração desta fórmula é longa e trabalhosa podendo ser encontrada em MORRISON ¹². Portanto, q é o número de posições passadas que o filtro considera (de que o filtro "se lembra") ao fazer a previsão da posição para um novo instante, respeitadas as condições acima. Como nem todas estas condições ocorrem na prática, pode-se dizer apenas que, neste algoritmo, q mede, de algum modo, a qualidade da previsão efetuada.

Usando terminologia do domínio da frequência, também se diz que α controla a faixa de passagem do filtro. Se $\alpha = 0$, a faixa é nula e a entrada não afeta a saída. Se $\alpha = 1$, tudo que aparece na entrada chega à saída.

A fórmula de β é sugerida em BENEDICT e BORDENER [13] e produz valores coerentes com α mas não relaciona β à variância da velocidade prevista, nem mesmo em condições particulares como acontece com a fórmula de α .



VARIAÇÃO DE α e β COM O FATOR DE QUALIDADE

$$\hat{f}_k = f_k + \alpha \Delta f$$

$$\hat{e}_k = e_k + \alpha \Delta e$$

} estimação da posição

$$\hat{v}_k = v_k + \beta \frac{\Delta f}{t_k - t_{k-1}}$$

$$\hat{e}_k = \beta \frac{\Delta e}{t_k - t_{k-1}}$$

} estimação da velocidade

$$\hat{\rho}_k = (\hat{e}_k^2 + \hat{f}_k^2)^{1/2}$$

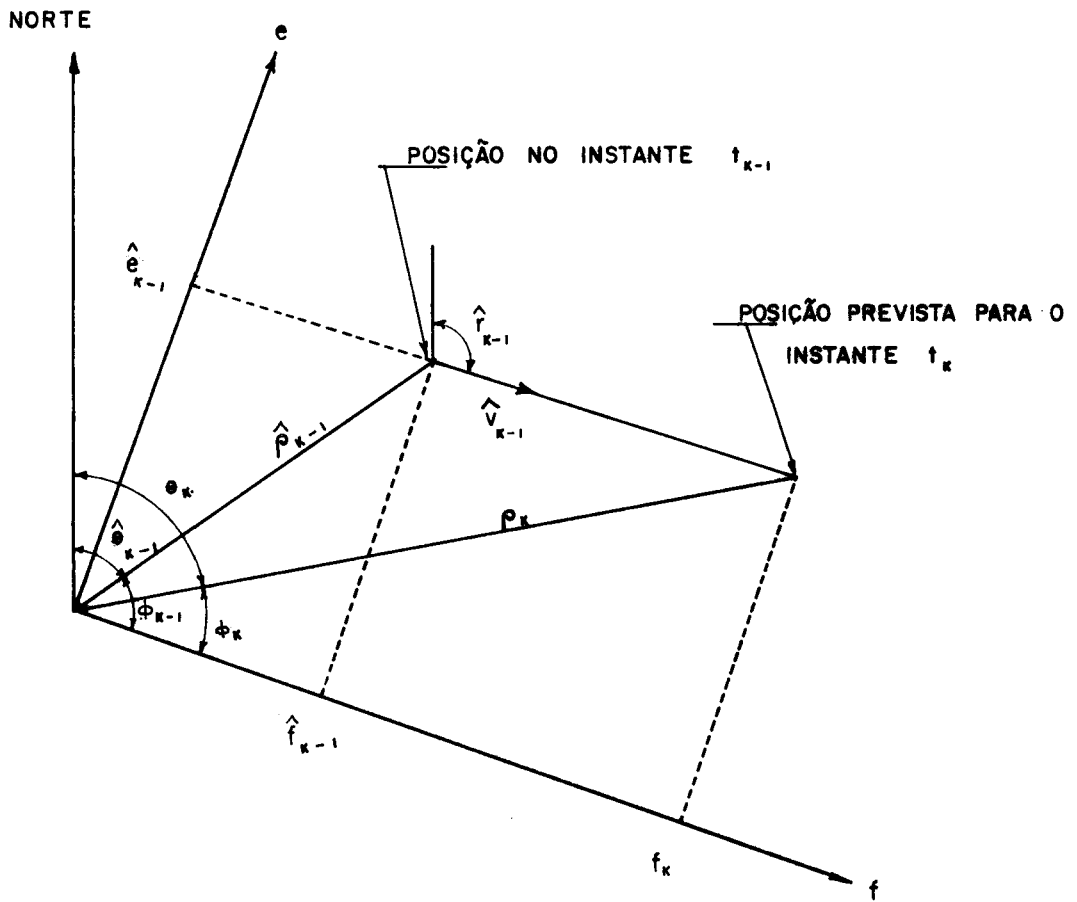
$$\hat{\phi}_k = \text{arc tg} \frac{\hat{e}_k}{\hat{f}_k}$$

$$\hat{\theta}_k = r_k - \hat{\phi}_k$$

} conversão da posição estimada para o sistema (ρ, θ)

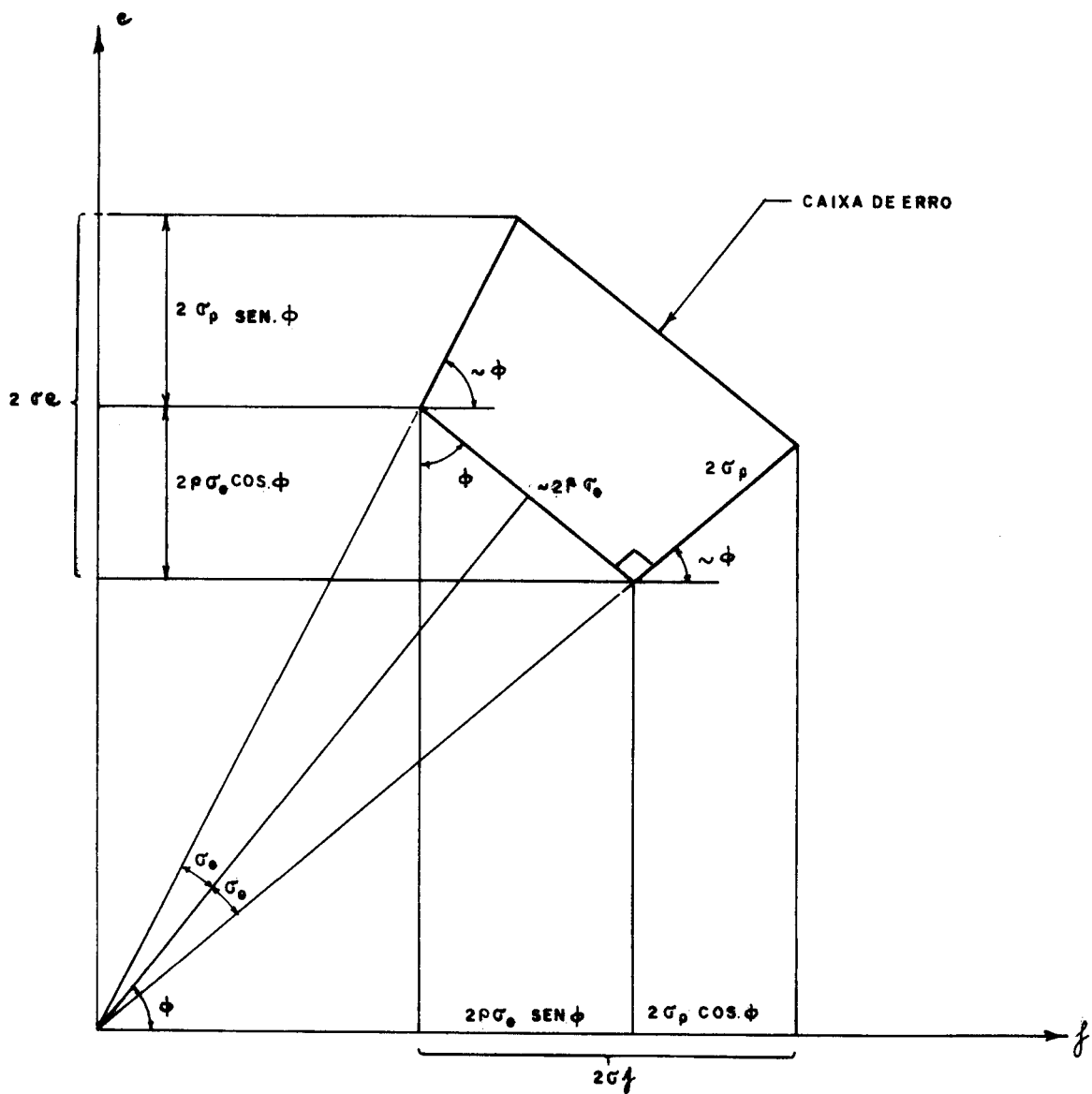
$$\left. \begin{aligned}
 \hat{v}_k &= (\hat{e}_k^2 + \hat{f}_k^2)^{1/2} \\
 \phi_v &= \text{arc tg } \frac{\hat{e}_k}{\hat{f}_k} \\
 \hat{r}_k &= r_k - \phi_v
 \end{aligned} \right\} \text{ convers\~{a}o da velocidade es-} \\
 \text{timada para o sistema } (\rho, \theta)$$

Os valores obtidos acima para ρ , θ , r e v s\~{a}o a sa\~{i}da do filtro Alfa-beta para o instante t_k .



PREVISÃO

FIGURA III - 1



CONVERSÃO DOS DESVIOS PARA O SISTEMA (F,E)

FIGURA-III-2

3.5.2. O Extrapolador

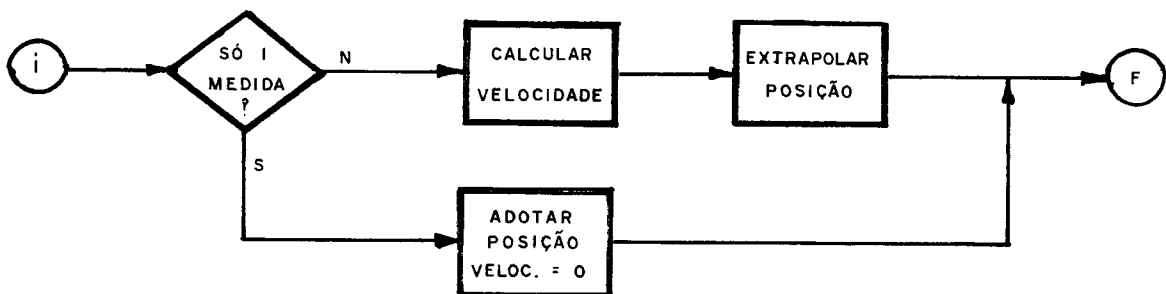
Segue-se a descrição detalhada do filtro chamado Extrapolador. Sua característica principal é a simplicidade, não dependendo de ajustes de certos parâmetros, como os outros filtros, antes de poder funcionar.

Antes do filtro há um agrupamento de posições medidas, dentro de um intervalo de 25s, para formar um ponto médio que é então filtrado.

Esta técnica é chamada na literatura de compressão de dados ou pré-filtragem. Seu uso se faz quando o processo de medida fornece mais dados, que o necessário, desejável ou possível de processar.

O uso de compressão dos dados dentro de um mesmo intervalo de 25s é um resultado empírico usado para alvos submarinos.

As variáveis de estados são (x, \dot{x}, y, \dot{y})



PROCESSAMENTO DE MEDIDA FEITA NO INSTANTE t_k

Se decorridos menos de 25s do início de um período de grupamento, acumular x , y e t_k para calcular média e incrementar o contador de pontos grupados c . Neste caso o filtro não dá uma saída.

Se decorridos mais de 25s calcular:

$$x_i = \frac{\Sigma x}{c}$$

$$y_i = \frac{\Sigma y}{c}$$

$$t_i = \frac{\Sigma t_k}{c}$$

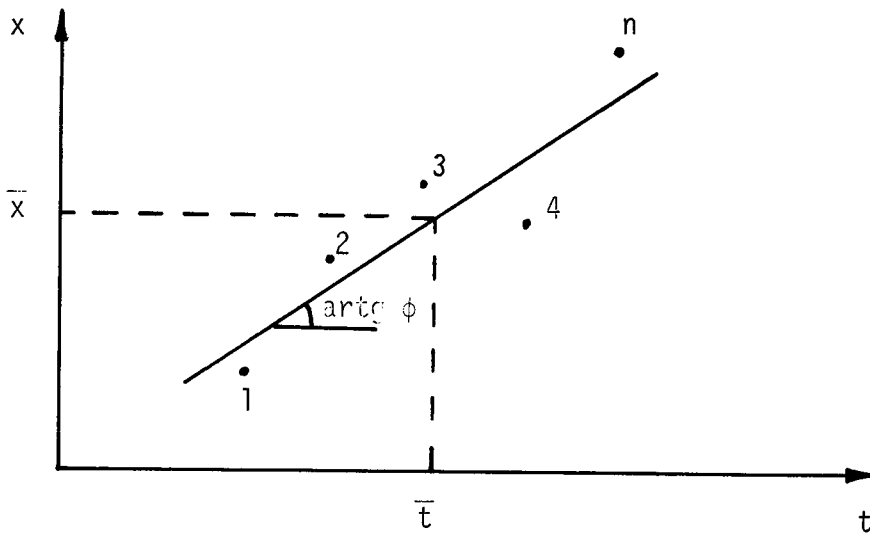
$$c_i = c$$

Armazenar x_i , y_i , t_i , c_i na tabela de pontos grupados. Iniciar novo período de grupamento no instante t_k , acumulando os valores medidos neste instante.

A tabela de pontos grupados contém no máximo 5 pontos. À medida que novos pontos vão sendo obtidos, se necessário, os pontos mais antigos vão sendo apagados da tabela.

A velocidade para extrapolação é obtida ajustando-se uma reta aos pontos grupados com menos de 10 minutos de idade.

Se só houver um ponto grupado, ele é adotado como a posição estimada para o instante t_k e a velocidade é estimada em zero.



AJUSTAGEM DE RETA A N PONTOS GRUPADOS

Procuramos uma reta que passe por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

e cuja inclinação ϕ proporcione o mínimo erro quadrático, i.e.,

$$\frac{x - \bar{x}}{t - \bar{t}} = \phi \quad \text{ou} \quad x = \bar{x} + \phi(t - \bar{t})$$

onde ϕ minimiza

$$\sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x} - \phi(t_i - \bar{t})]^2$$

derivando em relação a ϕ e igualando a zero temos:

$$-2 \sum_{i=1}^n [x_i - \bar{x} - \phi(t_i - \bar{t})](t_i - \bar{t}) = 0$$

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(t_i - \bar{t})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$$

Se a cada ponto grupado contendo c_i medidas, atribuímos o peso c_i , chegaríamos à expressão:

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(t_i - \bar{t})c_i}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 c_i} = \hat{x}$$

ϕ é a estimativa da velocidade.

Um cálculo semelhante é feito para a coordenada y dando \hat{y} .

A posição no instante t_k é então extrapolada:

$$\hat{x}_k = \bar{x} + \hat{x}(t_k - \bar{t})$$

$$\hat{y}_k = \bar{y} + \hat{y}(t_k - \bar{t})$$

As equações acima produzem a saída do filtro.

3.5.3. O filtro de Kalman

Segue-se a descrição detalhada do filtro de KALMAN, descrito em 1961 por KALMAN e BUCY [3]. As variáveis de estado são posição (x, y) e velocidade (\dot{x}, \dot{y}) e a estimativa é feita minimizando o traço da matriz covariância do erro definida como $P = \underline{\tilde{x}} \cdot \underline{\tilde{x}}^T$

$$\text{onde } \underline{\tilde{x}} = \underline{\hat{x}} - \underline{x}$$

$$\text{e } \underline{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

A formulação do algoritmo é baseada na representação do sistema por variáveis de estado.

$$\text{Equação do sistema: } \underline{x}_k = \Phi_{k-1} \underline{x}_{k-1}$$

$$\text{onde } \Phi_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T = t_k - t_{k-1}$$

Nota-se aqui a hipótese básica que não existem acelerações.

O processo de medição é descrito por:

$$\underline{z}_k = H_k \underline{x}_k + \underline{v}_k, \text{ sendo } \underline{v}_k \text{ o ruído de medida.}$$

$$\text{onde } H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{v}_k = \begin{bmatrix} v_{x_k} \\ v_{y_k} \end{bmatrix}$$

e \underline{v}_k é uma variável aleatória descorrelacionada no tempo com média zero e covariância

$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_{x_k}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_k}^2 \end{bmatrix}$$

A estimação é feita recursivamente por:

$$\hat{\underline{x}}_k = \underline{x}_k + K_k [z_k - H_k \underline{x}_k]$$

onde K_k é o ganho calculado segundo o critério de Kalman

Ao adotarmos as formas acima para Φ , H e R estamos admitindo que o movimento no eixo dos x é descorrelacionado com o movimento no eixo dos y . Isto nos permite substituir o sistema de 4 estados $\underline{x}^T = (x, \dot{x}, y, \dot{y})$ por 2 sistemas de 2 estados (posição, velocidade) o que representa uma redução considerável dos cálculos necessários. Descreveremos a filtragem apenas da coordenada x que é idêntica à filtragem da coordenada y . Para uma coordenada apenas as matrizes se reduzem a:

$$\Phi_{xk} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_{xk} = [1 \quad 0] \quad R_{xk} = \sigma_{xk}^2$$

$$P_{xk} = \begin{bmatrix} P_{11xk} & P_{12xk} \\ P_{12xk} & P_{22xk} \end{bmatrix}$$

e os vetores a $\underline{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$ $\underline{z} = x_m$

PROCESSAMENTO DE MEDIDA FEITA NO INSTANTE t_k

A previsão dos estados para o instante t_k é feita através da equação do sistema

$$\left. \begin{aligned} x_k &= \hat{x}_{k-1} + T \bar{x}_{k-1} \\ \dot{x}_k &= \bar{x}_{k-1} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{previsão de estados para o} \\ \text{instante da medida} \end{array}$$

A previsão da matriz covariância do erro é feita através da expressão $P_k = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T$ que se desdobra em:

$$\left. \begin{aligned} P_{11xk} &= P_{11x(k-1)} + 2T P_{12x(k-1)} + T^2 P_{22x(k-1)} \\ P_{12xk} &= P_{12x(k-1)} + T P_{22x(k-1)} \\ P_{22xk} &= P_{22x(k-1)} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{previsão do valor} \\ \text{de } P_x \text{ para o} \\ \text{instante da medida} \end{array}$$

Segue-se o cálculo do ganho K_k que é feito através da fórmula:

$$K_k = P_k H^T [H P_k H^T + R_k]^{-1}$$

que simplificada pelas condições descritas anteriormente se desdobra em:

$$K_{xk} = \frac{1}{P_{11xk} + \sigma_{xk}^2} \begin{bmatrix} P_{11xk} \\ P_{12xk} \end{bmatrix}$$

fazendo $K_{xk} = \begin{bmatrix} \alpha_{xk} \\ \beta_{xk} \\ T \end{bmatrix}$, onde a divisão por T é desti-

nada a tornar β_{xk} adimensional, temos:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{xk} &= \frac{P_{11xk}}{P_{11xk} + \sigma_{xk}^2} \\ \beta_{xk} &= \frac{T P_{12xk}}{P_{11xk} + \sigma_{xk}^2} \end{aligned} \right\} \text{c\u00e1lculo dos ganhos}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_k &= x_k + \alpha_{xk} (x_m - x_k) \\ \tilde{x}_k &= \hat{x}_k + \frac{\beta_{xk}}{T} (x_m - x_k) \end{aligned} \right\} \text{estima\u00e7\u00e3o dos estados}$$

Com a incorpora\u00e7\u00e3o da medida, a matriz covari\u00e2ncia \u00e9 atualizada com a f\u00f3rmula:

$$P_k = [I - K_k H] P_k$$

que se desdobra em:

$$\left. \begin{aligned} P_{11xk} &= (1 - \alpha_{xk}) P_{11xk} \\ P_{22xk} &= P_{22xk} - \frac{\beta_{xk}}{T} P_{12xk} \\ P_{12xk} &= (1 - \alpha_{xk}) P_{12xk} \end{aligned} \right\} \text{atualiza\u00e7\u00e3o da matriz covari\u00e2ncia}$$

Os valores obtidos das equa\u00e7\u00f5es de estima\u00e7\u00e3o s\u00e3o a sa\u00edda do filtro.

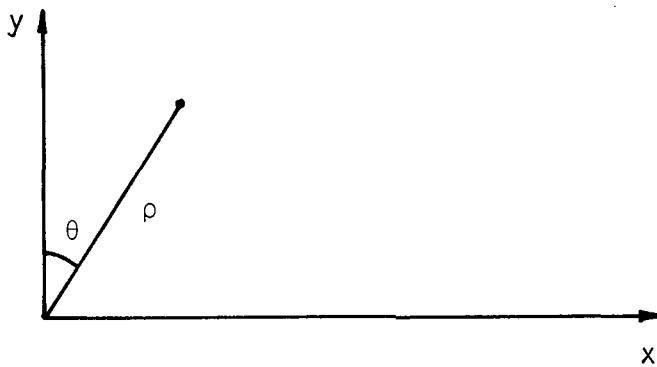
A matriz covariância atualizada dá uma medida da incerteza associada a cada estado, após a incorporação da medida, através dos elementos de sua diagonal principal.

DECOMPOSIÇÃO DOS ERROS DE MEDIDA SEGUNDO X e Y

Para calcular os ganhos é necessário conhecer σ_x^2 e σ_y^2 para uma dada medida.

Como veremos em 3.6, os erros de medida são dados no sistema (ρ, θ) sendo necessário converter σ_ρ^2 e σ_θ^2 em σ_x^2 e σ_y^2 .

A relação entre o sistema (x,y) e (ρ,θ) é mostrada abaixo.



$$x = \rho \sin \theta$$

$$y = \rho \cos \theta$$

RELAÇÃO ENTRE COORDENADAS (x,y) E (ρ,θ)

Os erros de ρ e θ são admitidos como variáveis Gaussianas com média nula, variância σ_ρ^2 e σ_θ^2 e temporalmente decorrelacionadas. Nestas condições temos:

$$E |x| = E |\rho \text{sen} \theta| = E |\rho| \cdot E |\text{sen} \theta|$$

$$E |\rho| = \bar{\rho} \quad , \quad E |\theta| = \bar{\theta}$$

$$E |\text{sen} \theta| = \frac{1}{\sigma_{\theta} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \text{sen} \theta e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta - \bar{\theta}}{\sigma_{\theta}} \right)^2} d\theta$$

O desenvolvimento desta fórmula, bem como de outras que se seguem, é longo e trabalhoso, podendo ser encontrado em CANTRELL ¹⁴. O resultado final é

$$E |\text{sen} \theta| = e^{-\frac{\sigma_{\theta}^2}{2}} \text{sen} \bar{\theta}$$

para σ_{θ} pequeno $E |\text{sen} \theta| \cong \text{sen} \bar{\theta}$

$$\text{Var} |x| = E |x^2| - E |x|^2 =$$

$$E |\rho^2| E |\text{sen}^2 \theta| - E |\rho|^2 E |\text{sen} \theta|^2$$

$$E |\text{sen}^2 \theta| = \frac{1}{\sigma_{\theta} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \text{sen}^2 \theta e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta - \bar{\theta}}{\sigma_{\theta}} \right)^2} d\theta$$

$$E |\rho^2| = \frac{1}{\sigma_{\rho} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \rho^2 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\rho - \bar{\rho}}{\sigma_{\rho}} \right)^2} d\rho$$

desenvolvendo e admitindo σ_{θ} pequeno

$$\text{Var} |x| = \sigma_x^2 = \sigma_{\rho}^2 \text{sen}^2 \bar{\theta} + \bar{\rho}^2 \sigma_{\theta}^2 \cos^2 \bar{\theta}$$

Analogamente, para σ_{θ} pequeno

$$E |y| = \bar{\rho} \cos \bar{\theta}$$

$$\text{Var} |y| = \sigma_y^2 = \sigma_{\rho}^2 \cos^2 \bar{\theta} + \bar{\rho}^2 \sigma_{\theta}^2 \text{sen}^2 \bar{\theta}$$

Um modo abreviado de obter este resultado é

através do teorema de propagação de erro que diz que se

$$Q = f(x_1, x_2, \dots)$$

onde x_1, x_2, \dots são variáveis aleatórias independentes en-

$$\text{tão } \sigma_Q^2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots$$

se σ_{x_i} , $i = 1, 2, \dots$ são pequenos

Usando este teorema temos diretamente:

$$x = \rho \operatorname{sen} \theta$$

$$\sigma_x^2 = \operatorname{sen}^2 \theta \sigma_\rho^2 + (\rho \cos \theta)^2 \sigma_\theta^2$$

$$y = \rho \cos \theta$$

$$\sigma_y^2 = \cos^2 \theta \sigma_\rho^2 + (-\rho \operatorname{sen} \theta)^2 \sigma_\theta^2$$

DIVERGÊNCIA

O filtro de Kalman, como enunciado, não tem capacidade de acompanhar alvos cujo comportamento não é assumido, isto é: com rumo e velocidade constantes. Se o alvo acelerar o erro do filtro crescerá sem limites pois a medida que os elementos de P decrescem o filtro levará em conta cada vez menos os resíduos observados mesmo que sejam grandes.

Uma das maneiras de resolver este problema, mantendo o modelo de 2 estado, é incorporar ruído de sistema. (GELG |¹⁵| PAG.279).

Admitindo que existe uma aceleração aleatória

o modelo seria:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\underline{x}_k} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\Phi_{xk-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\underline{x}_{k-1}} + \underbrace{a_k \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}}_{\underline{w}_k}$$

$$Q_k = \underline{w}_k \underline{w}_k^T = a_k^2 \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 \\ T^3/2 & T^2 \end{bmatrix}$$

$$P_{xk} = \Phi_{x(k-1)} P_{x(k-1)} \Phi_{x(k-1)}^T + Q_k$$

$$\text{ou } \begin{cases} P_{11k} = P_{11(k-1)} + 2T P_{12(k-1)} + T^2 P_{22(k-1)} + \frac{a_k^2 T^4}{4} \\ P_{12k} = P_{12(k-1)} + T P_{22(k-1)} + \frac{a_k^2 T^3}{2} \\ P_{22k} = P_{22(k-1)} + a_k^2 T^2 \end{cases}$$

$$\alpha_x = \frac{P_{11xk}}{P_{11xk} + R_{xk}} \quad \beta_x = \frac{P_{12xk}}{P_{11xk} + R_{xk}} \quad a_{k+1} = \frac{x_m - x_k}{(P_{11xk} + R_{xk})^{1/2}}$$

O ruído de sistema heurísticamente quantificado como descrito acima é usado para tornar o filtro adaptativo dando-lhe a capacidade de detetar manobras do alvo.

INICIALIZAÇÃO DO FILTRO

É necessário assumir valores iniciais para os

vetores de estado $x_0^T = (x_0 \dot{x}_0)$ e $y_0^T = (y_0 \dot{y}_0)$ e para as matrizes covariância P_{x_0} e P_{y_0} .

VETORES DE ESTADO

Ao ser fornecida a primeira medida (ρ_0, θ_0) fazemos

$$z_{x_0} = \rho_0 \sin \theta_0$$

$$z_{y_0} = \rho_0 \cos \theta_0$$

Como os erros de medida tem média zero, assumiremos

$$x_0 = z_{x_0}$$

$$y_0 = z_{y_0}$$

Como uma única posição não dá indicações sobre a velocidade do alvo e admitindo que ela pode assumir qualquer valor no intervalo $(-25 \text{ n\~{o}s a } +25 \text{ n\~{o}s})$ com distribuição uniforme, admitiremos:

$$\dot{x}_0 = 0$$

$$\dot{y}_0 = 0$$

MATRIZES COVARIÂNCIA

$$P_{x_0} = \begin{bmatrix} P_{11x_0} & P_{12x_0} \\ P_{12x_0} & P_{22x_0} \end{bmatrix}$$

$$P_{11x_0} = \text{VAR}|x_0| = \text{VAR}|medida| = \sigma_\rho^2 \sin^2 \theta_0 + \rho_0^2 \sigma_\theta^2 \cos^2 \theta_0$$

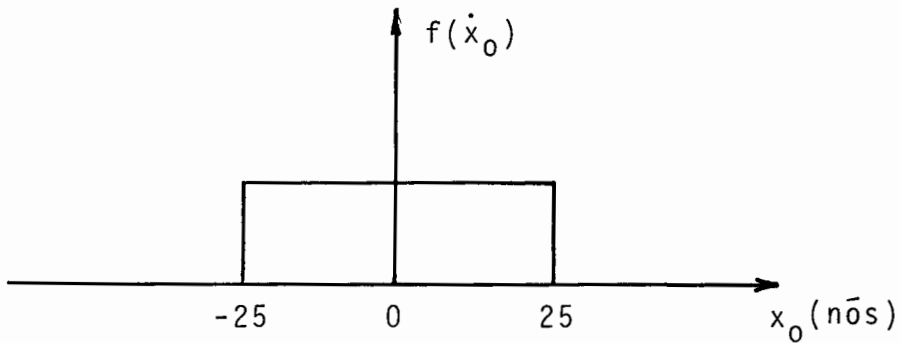
$$P_{12x_0} = \text{COV}|x_0 \dot{x}_0| = E|(x_0 - \bar{x}_0)(\dot{x}_0 - \bar{\dot{x}}_0)| = E|x_0 \dot{x}_0| - \bar{x}_0 \bar{\dot{x}}_0$$

Admitindo que a posição inicial \bar{e} independente da velocidade inicial

$$P_{12x_0} = 0$$

$$P_{22x_0} = \text{VAR}|\dot{x}_0| = E|\dot{x}_0^2| - \bar{x}_0^2$$

Conforme já dito antes, admitimos



$$E|\dot{x}_0| = 0$$

$$\text{VAR}|\dot{x}_0| = \frac{(50 \cdot 0,5144)^2}{12} = 55,127 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2,$$

onde o fator 0,5144 faz a conversão de n̄s para m/s.

Para P_{y_0} teremos analogamente:

$$P_{11y_0} = \sigma_\rho^2 \cos^2 \theta_0 + \sigma_\theta^2 \rho_0^2 \sin^2 \theta_0$$

$$P_{12y_0} = 0$$

$$P_{22y_0} = 55,127$$

NOTA: inicialização pessimista para P_{22} seria assumir que inicialmente cometeremos o erro máximo de 25 n̄s

$$P_{22} = (25 \cdot 0,5144)^2 = 165,3796$$

3.6. Erros de medida

Por meio do SONAR são efetuadas medidas de posição (ρ, θ) de alvos submarinos. Estas medidas estão sujeitas a vários erros, que se superpõe, oriundos do equipamento, do meio ambiente, do operador e das características do alvo.

ERROS DO EQUIPAMENTO

O SONAR emite um pulso sonoro na água e a seguir deve determinar, ou ajudar um operador a determinar, se ocorre ou não eco em um dado período de tempo. Esta operação é repetida continuamente.

A capacidade de detetar sinais na presença de ruído depende do projeto do equipamento, que pode prover variados graus de processamento do sinal como: filtros casados, medição doppler, cálculo de correlação, etc destinados todos a reduzir as incertezas da medida.

O tamanho do transdutor e frequência de emissão são alguns dos fatores que afetam o diagrama de irradiação do SONAR afetando diretamente a precisão com que pode ser medida a direção de onde vem o eco.

ERROS DO AMBIENTE

O Ambiente contribui para os erros da medida através de ruídos e de não homogeneidade que produz propagação irregular do som na água.

Os ruídos presentes no mar podem ser classificados como ruídos de fundo e reverberação; que é o espalhamento irregular pelo ambiente do som emitido pelo nosso equipamento.

Os ruídos de fundo, ou ambientais, são causados por vários fatores. Alguns deles citados por URICK ^[9], são:

- ondas e marés
- perturbações sísmicas
- turbulência oceânica
- tráfego de navios
- agitação térmica
- fauna marinha
- chuva
- explosões de prospecção

A propagação do som na água está sujeita a várias não homogeneidades tais como:

- a superfície,
- o fundo
- variações de salinidade,
- variações de temperatura;

além de outras de menor importância.

O resultado combinado de todos estes fatores são refrações e reflexões que produzem diagramas de propagação extremamente complexos como estudado por URICK ^[9] e grande número de outros autores.

Resumindo, diríamos que o ambiente contribui

com ruídos que tendem a ocultar a presença de ecos, e com a distorção dos caminhos de irradiação que afeta diretamente a medição da distância.

ERROS DO OPERADOR

Observando o sinal audível e o sinal visual fornecido pelo SONAR o operador deverá decidir se há um eco presente e posicionar um cursor sobre o ponto da apresentação visual onde ele julga que o alvo está. Neste momento, o computador lê a posição do cursor e obtém assim ρ e θ .

O erro introduzido na medida pelo operador ao proceder como descrito acima já foi objeto de vários estudos ergonômicos e originou mesmo uma nova ciência a psico-acústica que se ocupa do sistema biológico ouvido-cérebro como analisador de sinais acústicos.

O efeito de todos estes erros combinados é observado comparando medições feitas com sonar de alvos em posições conhecidas.

Estas medições feitas por várias marinhas e fabricantes de SONAR mostram os seguintes resultados:

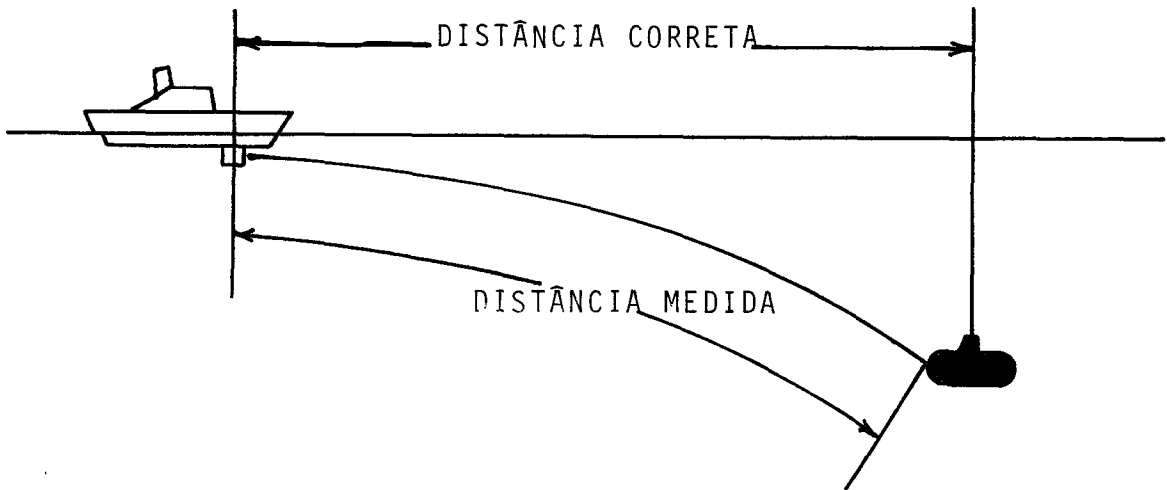
MEDIDA ANGULAR

O erro angular médio amostral é nulo e o desvio padrão pode ser modelado por:

$$\sigma_{\theta} = 0,15 \rho \begin{cases} \sigma_{\theta} & \text{em graus} \\ \rho & \text{em km} \end{cases}$$

$$\mu_{\theta} = 0$$

MEDIDA DE DISTÂNCIA



DIFERENÇA ENTRE DISTÂNCIA CORRETA PARA FINS MILITARES E DISTÂNCIA MEDIDA

A distância de interesse para fins navais é medida na superfície do mar entre as verticais que passam pelo navio e pelo submarino.

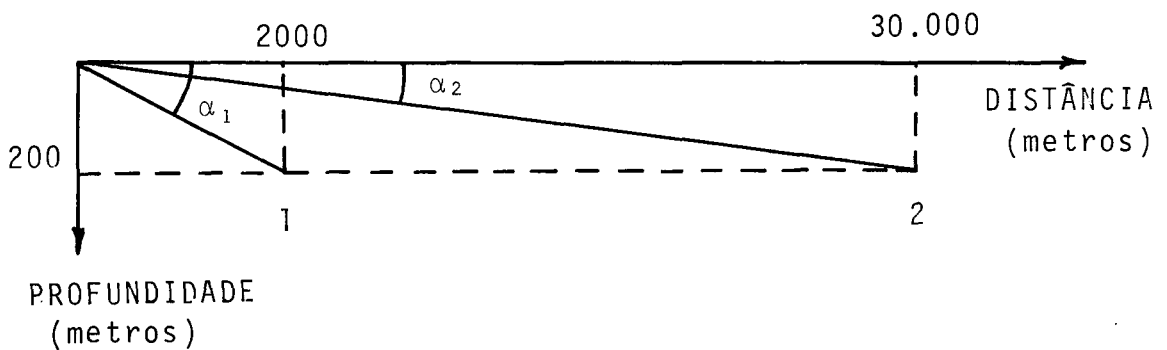
A distância fornecida pelo SONAR é medida sobre o raio sonoro curvado por refrações e reflexões.

Considerando o erro total da medida como a diferença entre estas duas distâncias, vemos que o erro médio amostral não deve ser nulo: a distância medida será sempre maior que a distância correta.

Este fato é confirmado por experimentação e é o resultado combinado de duas causas:

a) efeito da profundidade do submarino que é desconhecida.

O Erro devido ao submarino não estar na superfície é mais sensível a curtas distâncias como mostrado na figura abaixo. Estão mostrados valores típicos de distâncias e profundidades



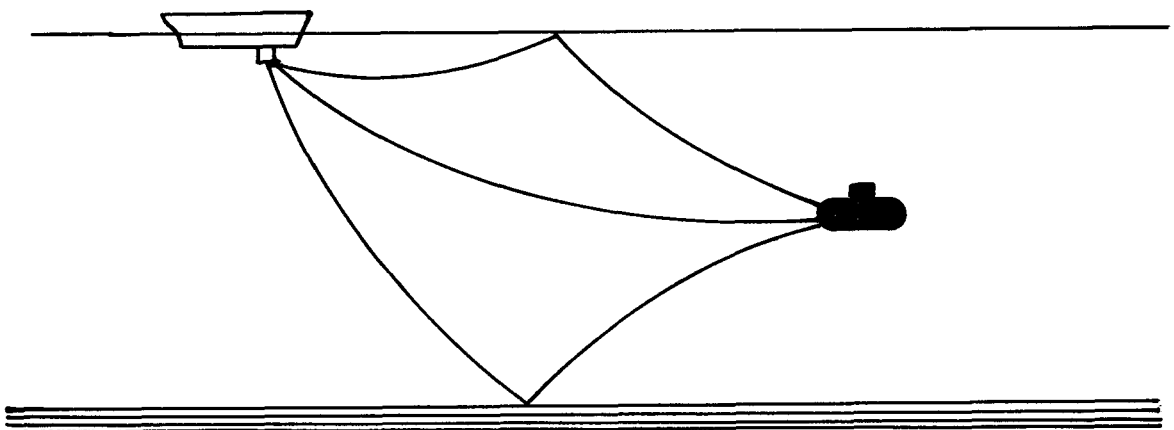
Se a medida fosse em linha reta teríamos distância correta = distância medida $\cdot \cos \alpha$

$$\text{para o ponto 1 } \alpha_1 = \text{arc tg } \frac{200}{2000} \approx 5,7^\circ \quad \cos \alpha_1 = 0,995$$

$$\text{para o ponto 2 } \alpha_2 = \text{arc tg } \frac{200}{30.000} \approx 0,9^\circ \quad \cos \alpha_2 = 1$$

Vemos que este efeito é praticamente desprezível a não ser a distâncias muito curtas, mas contribui sempre para uma distância medida maior que a de interesse.

b) efeito do encurvamento do raio acústico



A distância medida ao longo de um raio acústico encurvado será sempre maior que a distância de interesse.

Medições feitas, e a consulta a manuais de sonares mostram que o erro em distância pode ser modelado por:

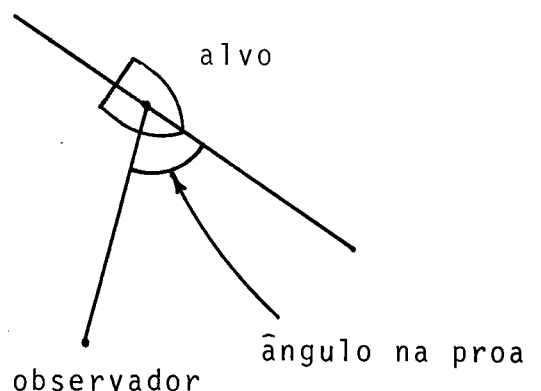
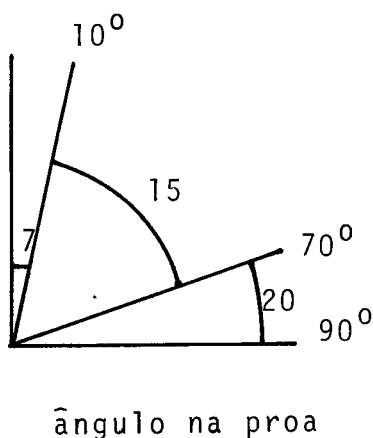
$$\mu_{\rho} = 1,2\% \rho$$

$$\sigma_{\rho} = 0,7\% \rho$$

NOTA: Para fins da simulação que se segue, interessa apenas o σ_{ρ} , pois o μ_{ρ} se incluído na geração do erro de medida seria cancelado por uma correção aplicada a todas as medidas feitas.

ERROS DO ALVO

Alvos submarinos refletem tanto mais energia quanto mais área apresentem à onda sonora incidente. Desta forma o eco de um submarino visto de lado é muito mais forte que o eco do mesmo submarino visto de frente ou de trás. URICK [9] mostra como valores típicos um diagrama que pode ser simplificado pela figura abaixo:



onde os números 7, 15 e 20 se referem aos níveis, em dB entre as energias refletidas quando o alvo muda sua atitude em relação ao observador.

Para fins da simulação que se segue, este efeito será modelado variando a variância das medidas proporcionalmente aos níveis da figura acima.

Desta forma, para ângulos na proa entre 70° e 90° teremos σ como modelado anteriormente. Entre 10° e 70° teremos $\frac{4}{3}\sigma$ e entre 0° e 10° $\frac{20}{7}\sigma$.

A distribuição do erro em ângulo e distância será admitida como Gaussiana com média zero e desvio como descrito acima.

Este procedimento é justificado pelo Teorema do momento central que garante que a distribuição da soma de um grande número de variáveis aleatórias é gaussiana, independentemente da distribuição de cada variável.

Como vimos acima, o número de variáveis aleatórias afetando as medições é muito elevado.

3.7. Modelo do alvo

Na simulação que se segue são consideradas as seguintes trajetórias do alvo, todas com duração de 10 minutos.

1. RUMO E VELOCIDADE CONSTANTES

posição inicial (2.000,10.000)

rumo 135°

velocidade 25 nós

2. RUMO E ACELERAÇÃO CONSTANTES

posição inicial (2.000,10.000)

rumo 135°

velocidade inicial 10 nós

aceleração +2 nós/minuto

3. GUINADA LENTA

posição inicial (2.000,10.000)

rumo 180°

velocidade 25 nós

guinada guinada para 090 em 7 minutos

mantendo a velocidade de 25 nós

4. GUINADA RÁPIDA

posição inicial (2.000,10.000)

rumo 180°

velocidade 25 nós

guinada após 3 minutos guinada para 090 em 45s

com a velocidade caindo para 15 nós no

final e subindo de novo até 25 nós em 45s

5. ZIG-ZAG

posição inicial (2.000,10.000)

rumo 180°

velocidade 25 nós

zig-zag : série de guinadas de 90° com duração de 80s de maneira a manter o rumo resultante 180° .

CAPÍTULO IV

MÉTODO

4.1. Critério de avaliação de desempenho

Vários critérios podem ser adotados para comparar o desempenho de filtros, como por exemplo: a carga de computação que eles representam, o espaço de memória que ocupam, a precisão com relação à estimação de estados escolhidos, tempo de convergência, atraso menor para detetar manobras, etc.

Para fins de direção de tiro de projetis não dirigidos (balístico), por exemplo, a determinação correta da velocidade e da posição são importantes a fim de se prever onde o alvo estará ao final do vôo do projétil.

Para projetis dirigidos contra alvos lentos, como é o caso de submarinos, o critério mais importante é a estimação precisa a cada instante da posição do alvo. Este será o critério adotado para avaliar o desempenho dos 3 filtros.

Basicamente, portanto, procuraremos obter, por meio de simulação, usando o Método Monte Carlo, curvas mostrando a variação do erro médio quadrático de posição com o tempo, para as situações descritas em 3.7.

4.2. Simulação

Para comparação do desempenho dos filtros foi usado um programa de simulação, como mostrado na figura IV.1.

A figura IV-2 descreve os dados de entrada. Nas figuras IV.3 e IV.4 estão mostradas as representações das trajetórias estudadas.

Para geração de erros de medida, como descrito em III.6, foi necessário gerar números aleatórios com distribuição Gaussiana. A geração de números aleatórios está descrita no apêndice C, e a listagem do programa é o apêndice D. Um exemplo de trajetória medida é mostrado na figura IV.5.

A obtenção de erros médios quadráticos é baseada em percorrer a trajetória um número determinado de vezes, simulando medidas diferentes a cada percurso. Os erros observados entre as saídas dos filtros e a posição correta são acumulados para, no final dos percursos, calcular a média.

O erro médio quadrático entre as medidas geradas e a posição correta é calculado para servir de termo de comparação com os erros de cada filtro.

O número de percursos adotado foi obtido por tentativas. A trajetória 1 foi percorrida 10, 50 e 100 vezes. Os resultados obtidos com 50 e 100 vezes não diferiram mais que 5% indicando que os valores amostrais estão suficientemente próximos dos valores estatísticos.

Desta forma, as análises foram feitas baseadas em 200 percursos de cada trajetória - o dobro do que seria suficiente para garantir resultados significativos.

Os apêndices E, F e G, antes das estatísticas para cada trajetória, listam: a definição da trajetória, os parâmetros de percurso e, a título de exemplo, dados do primeiro percurso da trajetória. A simbologia usada é a seguinte:

X , Y - posição correta do alvo

XME, YME - posição medida do alvo

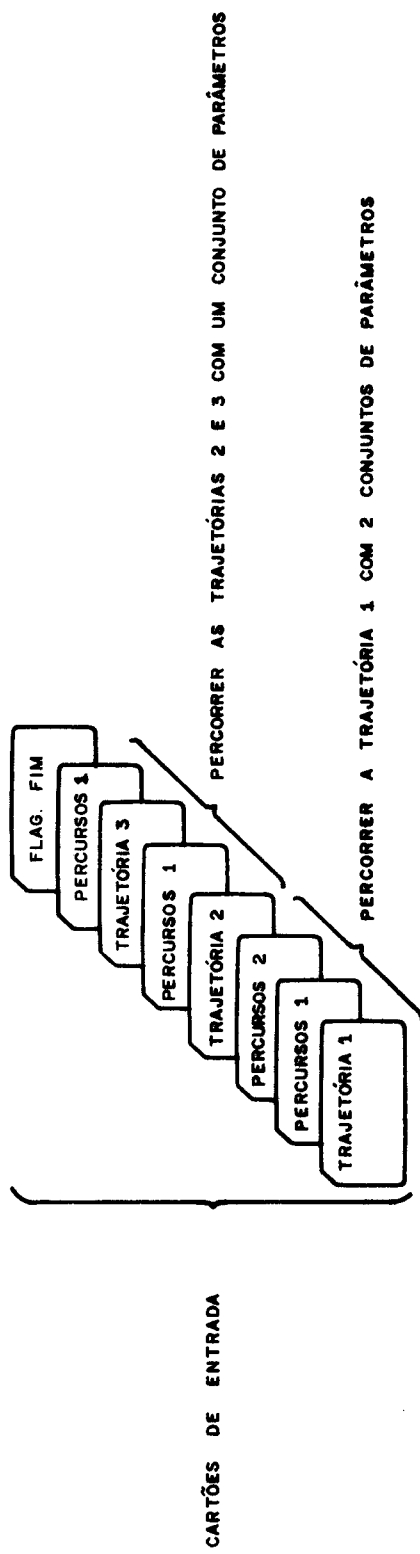
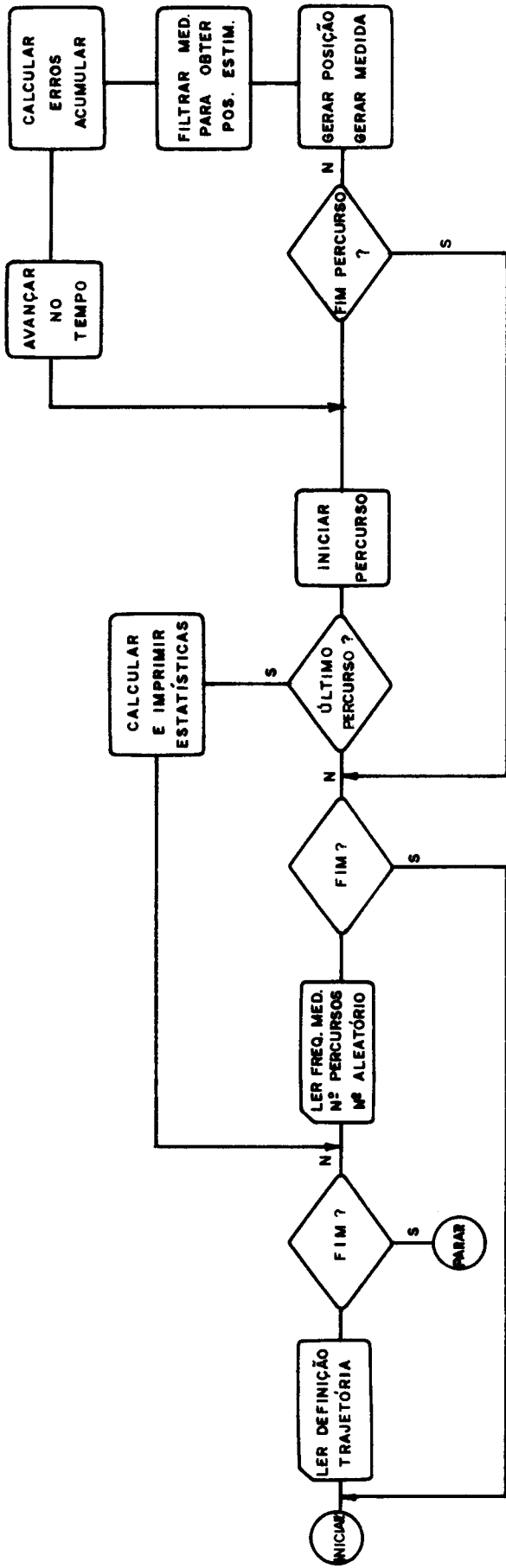
XAB, YAB - posição estimada pelo filtro Alfa-beta

XEX, YEX - posição estimada pelo filtro Extrapolador

XKA, YKA - posição estimada pelo filtro de Kalman

MAM, DIM - posição medida do alvo em coordenadas cilíndricas.

A seguir, serão apresentados os erros médios quadráticos obtidos ao final da simulação para a posição medida e para as estimações.



FLUXOGRAMA DA SIMULAÇÃO

FIGURA IV - 1

FORMATO DOS CARTÕES QUE DEFINEM A TRAJETÓRIA

DA COL	À COL	CONTEÚDO
1	1	"T"
2	7	t em s
8	13	x em m
14	19	y em m
20	25	rumo em graus (r)
26	31	velocidade em n̄os (v)
32	32	parâmetro

VALOR PARÂMETRO	SIGNIFICADO
0	manter r e v
1	manter r e variar v linearmente
2	manter v e variar r linearmente
3	variar r e v linearmente
4	fim de período para traj periódica (t=período)
8	fim da trajetória (t = inst final traj)
9	fim da simulação

DEFINIÇÃO DOS CARTÕES DE ENTRADA

Figura IV.2

FORMATO DOS CARTÕES QUE DEFINEM PARÂMETROS DE PERCURSO

DA COL	À COL	CONTEÚDO
1	1	"p"
2	7	Δt em s (intervalo entre medidas)
8	13	nº vezes que a trajetória será per- corrida
14	19	valor inicial do gerador de núme- ros aleatórios
20	20	branco para cartão normal 9 para fim dos cartões per- curso

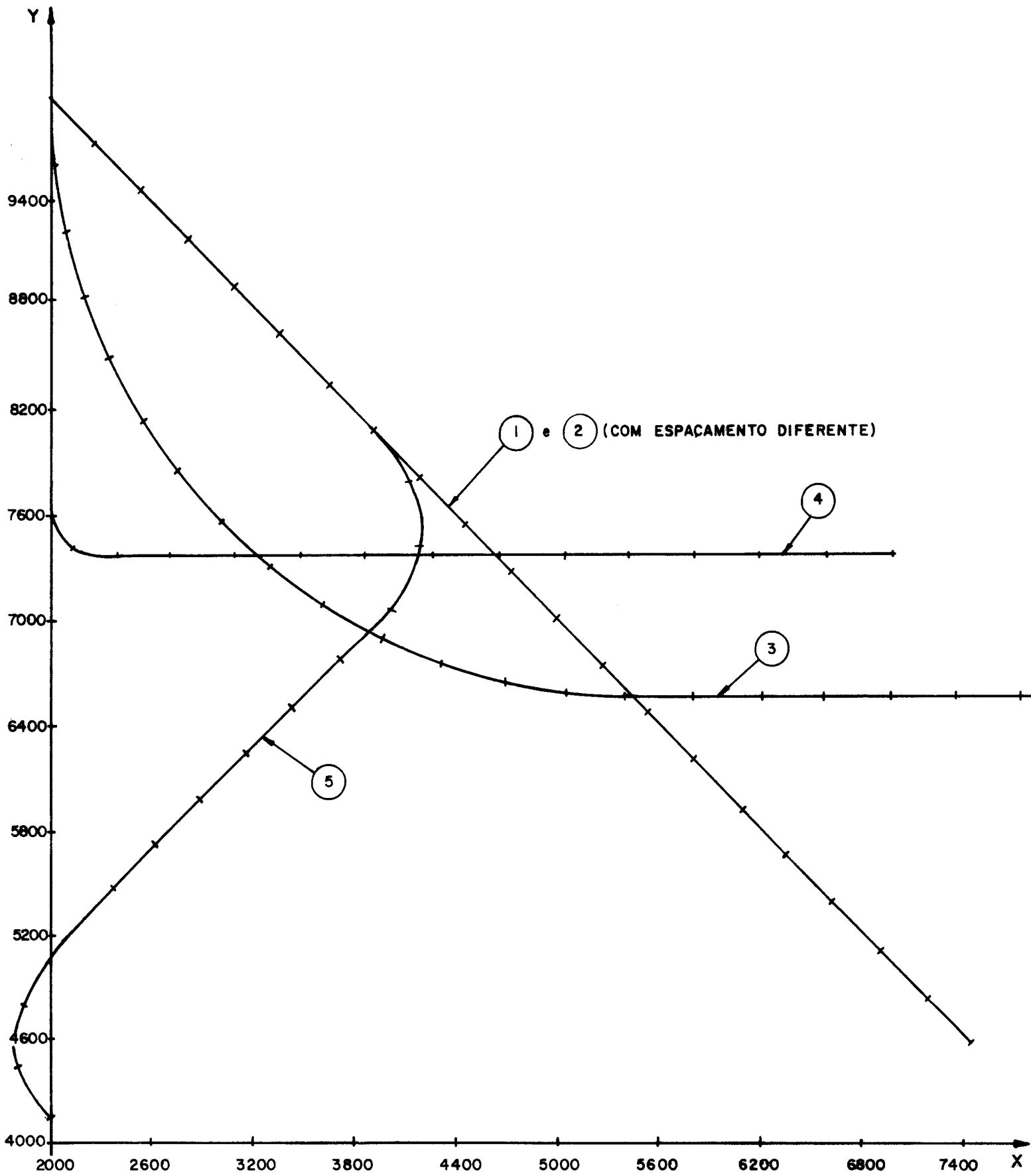
DEFINIÇÃO DOS CARTÕES DE ENTRADA

Figura IV.2

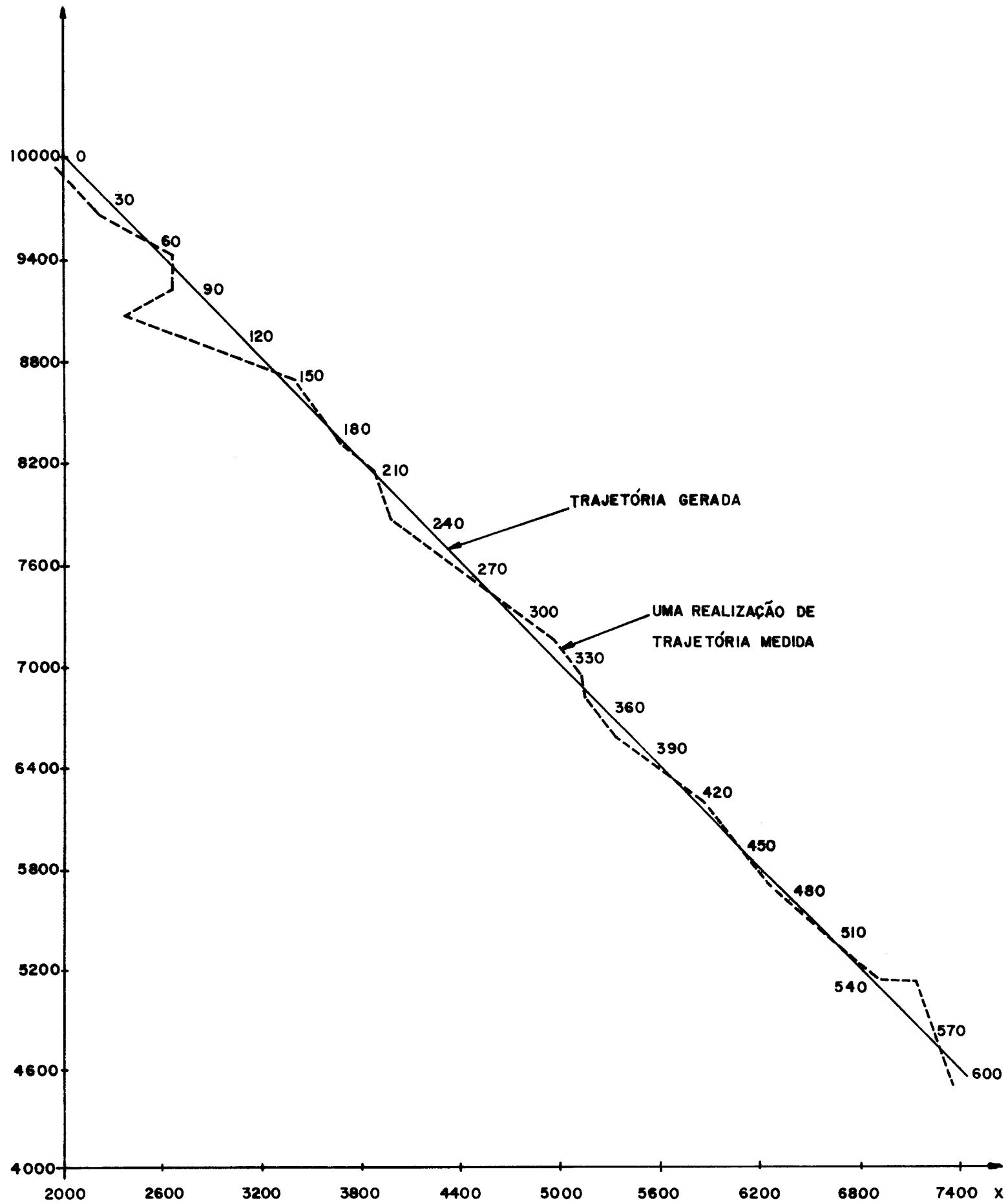
tipo	t	x	y	r	v	par	TRAJETÓRIA
T	0	2000	10000	135	25	0	1
T	600					8	
T	0	2000	10000	135	10	1	2
T	600				30	8	
T	0	2000	10000	180	25	2	3
T	420			090		0	
T	600					8	
T	0	2000	10000	180	25	0	4
T	180					3	
T	225			090	15	1	
T	270				25	0	
T	600					8	
T	0	2000	10000	135	25	0	5
T	220					2	
T	300			225		0	
T	520					2	
T	600			135		8	

DEFINIÇÃO DAS TRAJETÓRIAS ESTUDADAS

Figura IV.3



TRAJETÓRIAS PARA AVALIAÇÃO DOS FILTROS



TRAJETÓRIA I

FIGURA IV-5

CAPÍTULO VRESULTADOS5.1. Análise dos parâmetros obtidos na simulação

Os resultados obtidos constam do apêndice E. Foram obtidos com a geração de erros de medida descritos em 3.6 que são:

$$\sigma_{\theta} = 0,00015 \quad \text{graus/metro de distância}$$

$$\sigma_{\rho} = 0,007 \quad \text{metros/metro de distância}$$

Estes parâmetros são usados também nos filtros Alfa-beta e Kalman. O Extrapolador não necessita tomar conhecimento da precisão do sensor.

A observação dos gráficos mostra que, nas circunstâncias consideradas:

- a) O filtro Alfa-beta praticamente acompanha os valores medidos, podendo mesmo ser omitido no processamento sem perda de precisão no tocante à estimação da posição.
- b) O filtro Extrapolador apresenta sempre um transiente inicial, quando suas estimativas são baseadas em poucas medições. Seu desempenho é consistentemente pior que o do filtro Alfa-beta, especialmente durante manobras quando o erro de suas estimativas chega a ser o triplo do erro que seria obtido sem filtro.

As figuras E-2, E-4 e E-5 mostram claramente a dificuldade que o extrapolador tem de acompanhar manobras do alvo.

c) O filtro de Kalman tem desempenho consistentemente melhor que os outros dois, mesmo durante as manobras. Em todos os casos, suas estimativas têm um erro menor que as medidas, evidenciando sua propriedade de reduzir os efeitos dos erros do processo de medição.

Uma outra heurística para fixar o nível de ruído de sistema do filtro talvez possa melhorar ainda mais suas estimativas.

5.2. Análise de sensibilidade quanto a variações nos erros de medida

Para obter uma idéia de como as propriedades dos filtros em estudo variam, quando as medições processadas são feitas com diferentes SONARES, foram repetidos os testes anteriores com os seguintes desvios:

$$\sigma_{\theta} = 0,0003 \quad \text{graus/metro de distância}$$

$$\sigma_{\rho} = 0,014 \quad \text{metros/metro de distância}$$

os resultados da simulação com estes valores constam do apêndice F

$$\sigma_{\theta} = 0,000075 \quad \text{graus/metro de distância}$$

$$\sigma_{\rho} = 0,0035 \quad \text{metros/metro de distância}$$

os resultados da simulação com estes valores constam do apêndice G.

As observações feitas anteriormente continuam válidas para os valores aumentados de erros, como demonstram as listagens e gráficos do apêndice F. Apenas as trajetórias 1 e 4 foram reproduzidas em gráficos como exemplo.

Para os erros menores também se mantêm as precisões relativas dos filtros, como mostram os gráficos e listagens do apêndice G.

As observações anteriores não apresentam, portanto sensibilidade a variações de erros de medida na faixa considerada.

Os gráficos dos apêndices E, F e G evidenciam que a filtragem é tanto mais útil quanto maiores os erros de medida, como seria de se esperar.

Valores típicos obtidos dos gráficos indicam que o filtro de Kalman proporciona as melhoras abaixo, na precisão das estimativas em relação aos erros da medida

erros pequenos	5%
erros médios	10%
erros grandes	25%

CAPÍTULO VIDISCUSSÃO

Os resultados obtidos mostram que os filtros estudados tem desempenho consistente em todas as situações consideradas, representativas das situações de interesse. O filtro mais preciso é o de Kalman seguido do Alfa-beta e do Extrapolador. Esta ordem se mantém quer se varie as manobras do alvo, quer se varie a precisão do SONAR.

O Extrapolador poderia ter melhor desempenho se as situações de interesse permitissem uma maior frequência de medições. Apresenta, no entanto, a vantagem de permitir a exclusão de uma medida do processo de estimação se se concluir, por outros métodos, que ela está muito errada. Os filtros recursivos não permitem a exclusão de medidas depois que tenham sido processadas.

O Alfa-beta praticamente não filtra as medições. Seu desempenho pode ser radicalmente alterado fixando-se outros limites para o fator de qualidade e outras máscaras. Provavelmente é possível melhorar seu desempenho para as situações de interesse variando estes parâmetros.

Tal estudo poderia ser feito segundo o mesmo método deste trabalho, variando os parâmetros e observando o efeito resultante no erro médio quadrático da saída do filtro. Como o filtro é empírico, o "afinamento" dos parâmetros teria que ser feito por tentativas pois não há teoria para apontar o caminho a seguir.

O filtro de Kalman, mesmo considerando apenas 2 estados, conseguiu acompanhar todas as manobras do alvo. Uma outra heurística para determinar o nível de ruído de sistema poderia dar melhores resultados. Os requisitos de cancelamento dos erros de medida e de pronto reconhecimento de manobras do alvo são conflitantes. Um estudo futuro poderia tentar achar uma heurística que equilibre estes requisitos para um dado conjunto de situações.

CAPÍTULO VIICONCLUSÃO

É possível, sem perda de precisão, substituir o filtro Extrapolador por um filtro Alfa-beta, como especificado no capítulo III, para as situações objeto do presente trabalho.

Tanto o Extrapolador, quanto o Alfa-beta poderiam ser substituídos, com vantagens, por um filtro de Kalman de 2 estados com detecção de manobras através da introdução artificial de ruído de sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [¹] GAUSS, K.F., "Theoria Motus", 1809, e também "Theory of The Motion Of Heavenly Bodies About The Sun In Conic Sections", Dover, New York, 1963.
- [²] WIENER, N., "The Extrapolation, Interpolation And Smoothing Of Stationary Time Series", Research Project DIC-6037, MIT, Fev.1942.
- [³] KALMAN, R.E. e BUCY, R.S., "New Results In Linear Filtering And Prediction Theory", Journal Of Basic Engineering, Março 1961, 95-108.
- [⁴] BROWN, C.M. e PRICE, CF, "Adaptive Tracking Filter Design And Evaluation For Gunfire Control Systems", TR-387-1 Do Naval Ordnance Systems Command, 23/1/74.
- [⁵] WISHNER, R.P., LARSON, R.E. e ATHANS, M, "Status Of Radar Tracking Algorithms", Systems Control Inc, Palo Alto, Califórnia.
- [⁶] MEHRA, R.K., "A Comparison Of Several Nonlinear Filters For Reentry Vehicle Tracking", IEEE Transactions On Automatic Control, Agosto 1971.
- [⁷] SINGER, R.A. e BEHNKE, K.W., "Real Time Tracking Filter Evaluation And Selection For Tactical Applications", IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems", Janeiro 1971.
- [⁸] MOON, J.R. "Caais Auto-Tracking", Ferranti Ltd. Internal Note, 30/6/77.

- [⁹] URICK, J., "Principles Of Underwater Sound", McGraw Hill Inc, 1967.
- [¹⁰] CARNHAM, B, LUTHER, H.A. And WILKES, J.O., "Applied Numerical Methods", John Wiley, 1969.
- [¹¹] BOX, E.P. And MULLER, M.E. "A Note On The Generation Of Random Normal Deviates", Ann.Math.Stat., 29, Pag.610-611, 1958.
- [¹²] MORRISON, N., "Introduction To Sequential Smoothing And Prediction", McGraw Hill, 1969.
- [¹³] BENEDICT, T.R. And BORDENER, G.W., "Synthesis Of An Optimal Set Of Radar Track-While-Scan Smoothing Equations", IRE Transactions AC-7, nº 4, pag.27-32, Julho de 1962.
- [¹⁴] CANTRELL, B.H. "Description Of An α - β Filter In Cartesian Coordinates", Naval Research Laboratory (NRL) Report 7548, Março de 1973.
- [¹⁵] GELB, A. E OUTROS, "Applied Optimal Estimation", MIT Press, 1974.

APÊNDICE ASIMBOLOGIA E CONVENÇÕES

<u>SÍMBOLO</u>	<u>DEFINIÇÃO</u>	<u>1.^a REFERÊNCIA PÁG.</u>
a_k	parâmetro heurístico usado no filtro de Kalman	
c	contador do detetor de manobras	18
c_i	contador de medidas dentro do i -ésimo ponto agrupado	
$c_{f/e}$	contador de desvios de mesmo sinal na coordenada f/e	18
COV	covariância	
E	média	
(f,e)	posição cartesiana com o eixo dos f orientado no sentido do vetor velocidade de um dado alvo	16
H_k	matriz de observação no instante k	29
K_k	matriz ganho do filtro de Kalman	31
$m_{f/e}$	máscara para detetor de aceleração/guinada	18
P_k	matriz covariância do erro de estimação	29
Q_k	matriz covariância do ruído de sistema	36
q	fator de qualidade	18
$q_{\max/\min}$	valor máximo/mínimo do fator de qualidade	18
R_k	matriz covariância do ruído de medida	30
r_k	rumo (ângulo que o vetor velocidade faz com o norte) no instante k	16
T	intervalo de amostragem	

<u>SÍMBOLO</u>	<u>DEFINIÇÃO</u>	<u>1.^a REFERÊNCIA PÁG.</u>
t_i	instante do i-ésimo ponto grupado	26
t_k	instante k	
v_k	velocidade no instante k	16
\underline{v}_k	vetor de ruído de medida	29
Var	variância	
\underline{w}_k	vetor de ruído de sistema	
x	valor verdadeiro do vetor x ou valor previsto; o contexto deixa claro o significado	
\dot{x}	derivada de x em relação ao tempo	
\underline{x}	valor estimado do vetor x	7
\bar{x}	média amostral de valores x	
\underline{x}_k	valor do vetor x no instante k	
\underline{x}_m	valor medido do vetor x	31
\tilde{x}	vetor erro de estimação	7
(x,y)	posição cartesiana com o eixo dos y orientado para o Norte	25
(x_i, y_i)	posição do i-ésimo ponto grupado	26
\underline{z}_k	vetor de medidas	
ϕ	ângulo auxiliar com vários significados	17
Φ_k	matriz de transição no instante k	29
μ	valor médio	
(ρ, θ)	posição cilíndrica com θ medido a partir do Norte no sentido horário	16
(ρ_m, θ_m)	posição medida	17
σ	desvio padrão	
σ^2	variância	30
$\sigma_{f/e}$	desvio padrão do sensor na coordenada f/e	17
σ_ρ	desvio padrão do sensor em distância	17
σ_θ	desvio padrão do sensor em ângulo	17
θ_k	marcação no instante k	16

APÊNDICE BÍNDICE POR ASSUNTO

Acompanhamento	8
Alfa-Beta	1,16,57,61,63
Compressão de dados	14,25
Erros	
ambientais	39
do alvo	44
do operador	41
Estimação	1,6
Extrapolador	1,25,57,61,63
Filtragem	6
Filtros	
adaptativos	13
ótimos	6
sub-ótimos	10
Kalman	29,58,62,63
Máscara	18
Número aleatórios	49,69
uniformes	69
gaussianos	69
Pré-filtragem	14,45
Simulação	48,49
SONAR	1,39,41,42

APÊNDICE CGERADORES DE NÚMEROS ALEATÓRIOSDISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Para geração de números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $(0,1)$, foi adotado o gerador multiplicativo congruente sugerido por CARNAHAM, LUTHER e WILKES [10], cujo período é 2^{18} .

A fórmula recursiva é $x_n = ((2^{10} + 3)x_{n-1}) \text{ módulo } 2^{20}$ inicializada com $x_0 = 566.387$.

A figura C-1 representa o resultado do teste deste gerador.

DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA

Três métodos de geração de números aleatórios normalmente distribuídos com desvio unitário e média nula foram testados, sendo o gerador BOX-MULLER escolhido para a simulação. Segue-se a descrição dos métodos.

GERADOR DE REJEIÇÃO

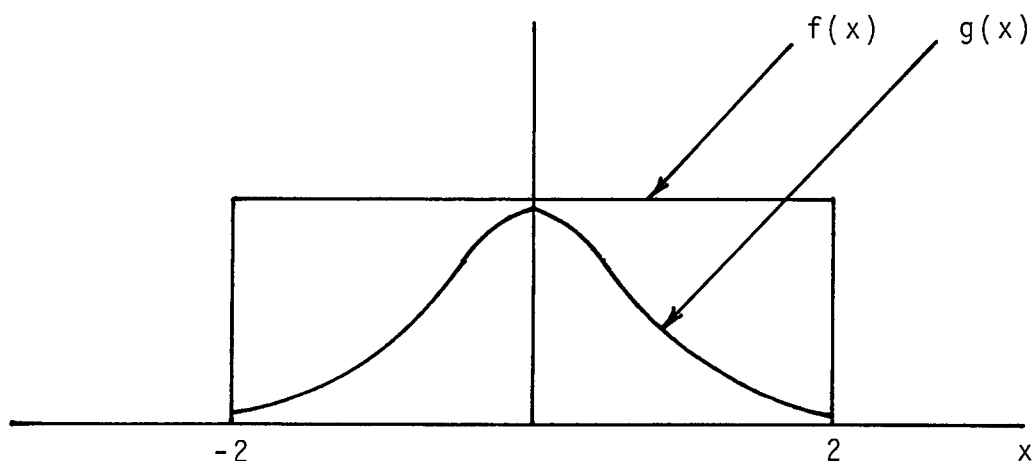
Seja $h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ uma função densidade

gaussiana com média zero e desvio unitário. Seja

$$f(x) = \begin{cases} 1/4 & \text{para } -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{para } -2 > x > 2 \end{cases} \quad \text{uma função maior que}$$

$h(x)$ no intervalo $-2 \leq x \leq 2$.

$$\text{Seja } g(x) = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} h(x) = \frac{1}{4} e^{-\frac{x^2}{2}}$$



FUNÇÕES USADAS NO GERADOR DE REJEIÇÃO

A geração é feita através dos seguintes passos:

1. gerar x_1 no intervalo $(0,1)$ com distribuição uniforme
2. estender o intervalo para $(-2,2)$ fazendo

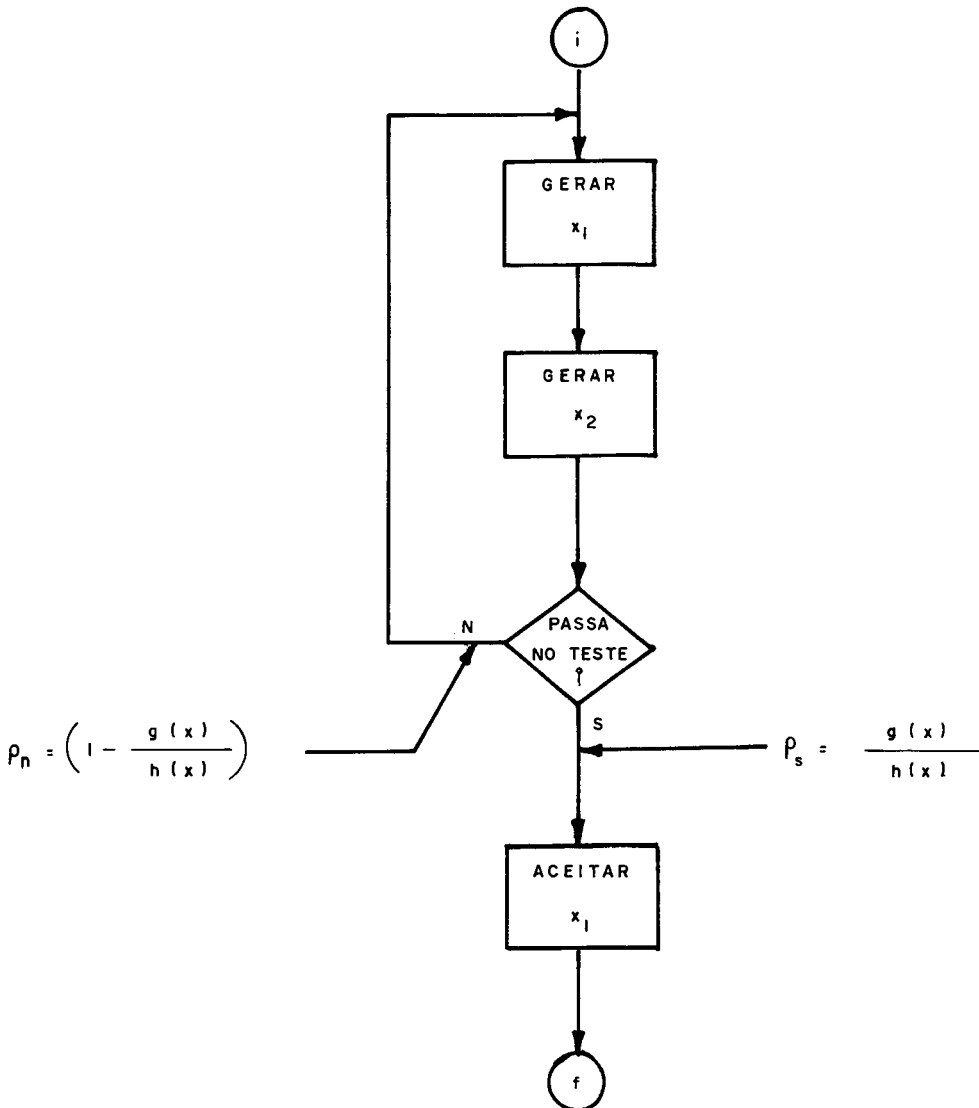
$$x_1 = 4x_1 - 2$$

3. calcular a razão $\frac{g(x_1)}{f(x_1)} = k = e^{-\frac{x_1^2}{2}}$, $0 < k \leq 1$

4. gerar x_2 no intervalo $(0,1)$ com distribuição uniforme

5. Se $x_2 > k$ o valor de x_1 é rejeitado e o algoritmo volta ao passo 1

6. Se $x_2 < k$ fazer $x_1 = \frac{4}{\sqrt{2\pi}} x_1$ e x_1 é aceito como a saída do gerador, tendo distribuição Gaussiana com média zero, variância unitária e valor máximo de 3,2 desvios. A probabilidade de aceitar x_1 da primeira vez é $g(x)/h(x) = \sqrt{2\pi}/4 = 0,625$

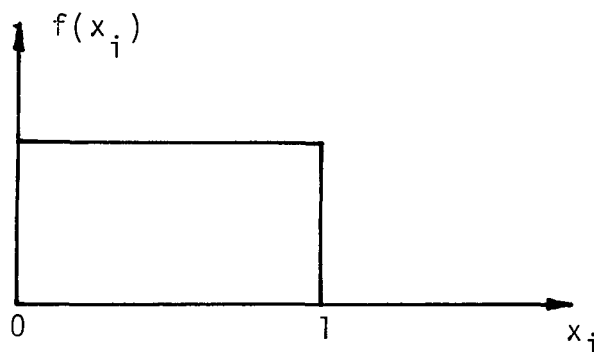


FLUXOGRAMA DO GERADOR DE REJEIÇÃO

GERADOR PELO LIMITE CENTRAL

Este gerador \bar{e} baseado no teorema do limite central que garante que, se somarmos um número grande de variáveis aleatórias com distribuições quaisquer, a variável aleatória assim obtida terá distribuição Gaussiana.

Seja x_i variáveis aleatórias com distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$.

FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DAS VARIÁVEIS DO GERADOR PELO LIMITE CENTRAL

Temos $E|x_i| = 1/2$

$$\text{Var}|x_i| = 1/12$$

Fazendo $x = \sum_{i=1}^{12} x_i$, isto é somando 12 variáveis descritas acima

Temos $E|x| = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$

$$\text{Var}|x| = 12 \cdot \frac{1}{12} = 1$$

Fazendo $x_0 = x - 6$

$$\text{Temos } E|x_0| = E|x| - 6 = 0$$

$$\text{Var}|x_0| = \text{Var}|x| = 1$$

E a distribuição de x_0 deve se aproximar da Gaussiana pelo teorema do limite central.

x_0 é pois a saída do gerador, tendo distribuição Gaussiana, variância unitária e média nula.

GERADOR BOX-MULLER

BOX e MULLER [11] desenvolveram o gerador abaixo que produz duas variáveis aleatórias com média nula e variância unitária.

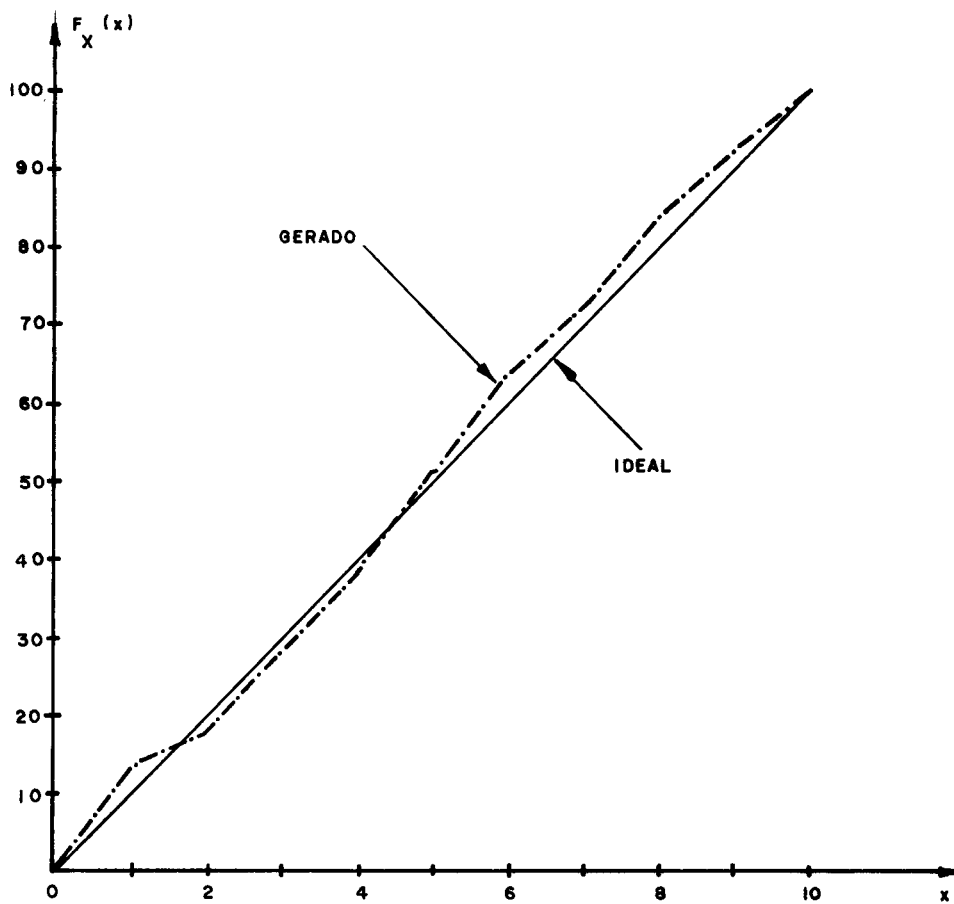
1. Gerar x_1 e x_2 , variáveis aleatórias com distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$.

$$2. y_1 = \sqrt{-2\ln x_1} \cdot \cos 2\pi x_2, \text{ e}$$

$$y_2 = \sqrt{-2\ln x_1} \cdot \sin 2\pi x_2$$

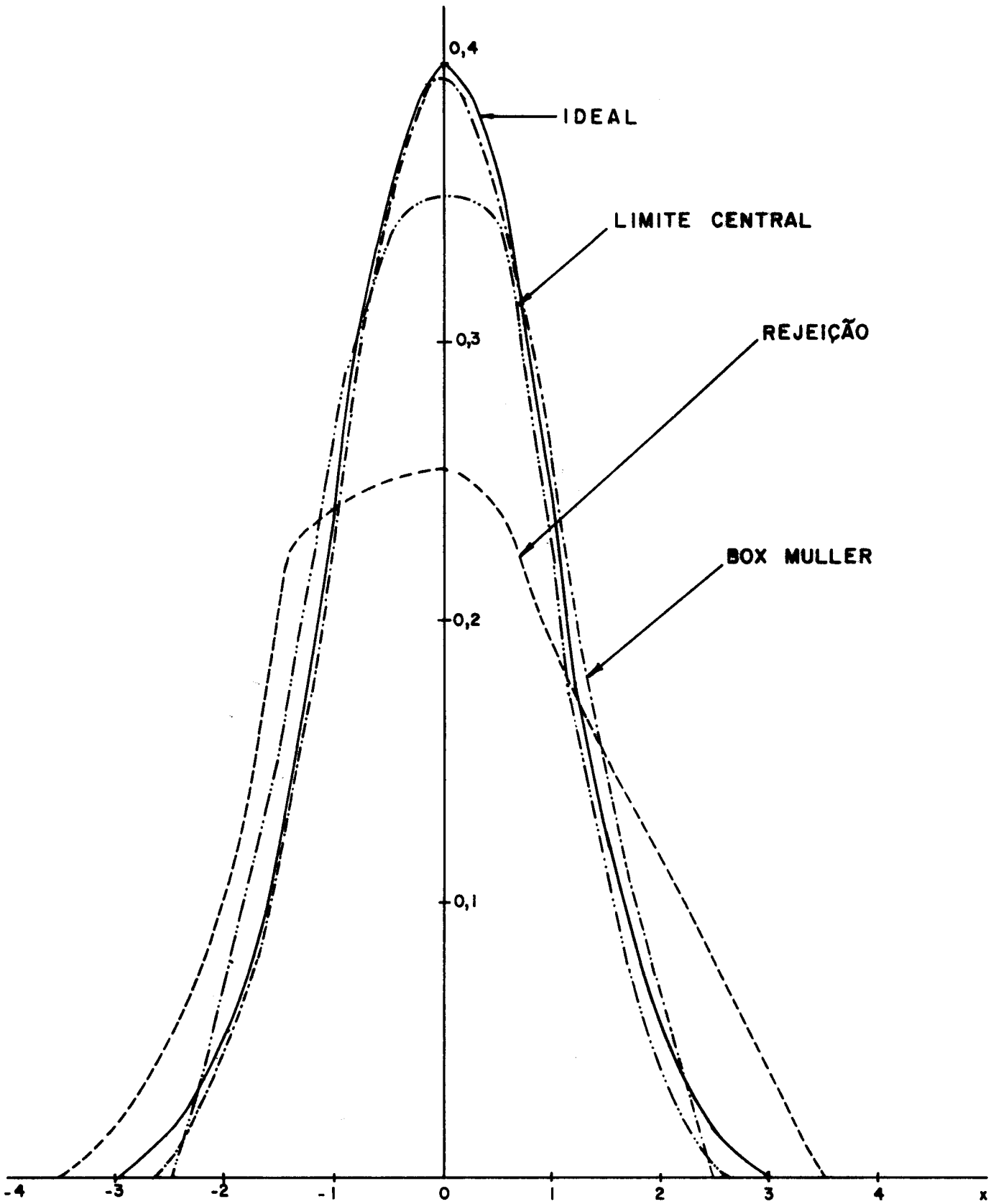
são variáveis aleatórias com distribuição Gaussiana com média nula e variância unitária.

Estes três tipos de geradores variam quanto à sua precisão e eficiência computacional. O resultado de um teste baseado na geração de 100 números aleatórios consta da figura C-2.



TESTE DO GERADOR DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

FIGURA C-1



HISTOGRAMA DE
TESTE GERADORES DISTRIB. GAUSSIANA

FIGURA C-2

APÊNDICE D

LISTAGEM DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

```
C---- SIMULACAO DE FILTROS
C---- OBTER DESCRICAO DA TRAJETORIA E INICIALIZAR
  5 CALL LETRAJ(INT)
    IF(INT.EQ.9)STCP
C---- OBTER PARAMETROS PARA PERCURSO
  10 CALL PARPER(NPER,INP)
    IF(INP.EQ.9)GO TO 5
C---- PERCORRER A TRAJETORIA VARIAS VEZES
  DG 50 I=1,NPER
C---- INICIALIZAR
  CALL INIPER
  CALL PERCOR(J)
  IF(J.EQ.0) GO TO 50
  WRITE(6,15)I
  15 FORMAT(1H0,'ERRO NO PERCURSO ',I6,' DESTA TRAJETORIA')
  GO TO 5
  50 CONTINUE
C---- IMPRIMIR RESULTADOS
  CALL CALIMP
  GO TO 10
  END
```

```
SUBROUTINE LETRAJ(INT)
C-----
C     ESTA SUBROTINA LE A DEFINICAC DA TRAJETORIA
C     A SER SIMULADA E ZERA ACUMULADRES DE ERROS
C-----
DIMENSION IT(10),IX(10),IY(10),IR(10),IV(10)
INTEGER   IP(10)
DIMENSION TER(30,4)
INTEGER   IIP
COMMON    /C0/LIS
COMMON    /C1/IT,IX,IY,IR,IV,IP,ITMAX,IFP,TFT,IT
COMMON    /C4/TER,ITER
WRITE(6,100)
100 FORMAT(1H1,"T--(S) X--(M) Y--(M) R--(G) V--(N) PAR",/)
      J=0
      IFP=0.
C-----
C     DESPREZAR CARTOES QUE NAO DEFINEM TRAJETORIA, PROCURAR FIM
105 READ(5,110)IIP,I,X,Y,R,V,INT
110 FORMAT(11,5F6.0,11)
      IF(IIP.NE.1)GO TO 105
      IF(INT.EQ.9)RETURN
      J=J+1
      WRITE(6,115)I,X,Y,R,V,INT
115 FORMAT(5(1X,F6.0),2X,11)
      IT(J)=I
      IX(J)=X
      IY(J)=Y
      IR(J)=R*0.0174532
      IV(J)=V*0.5144
      IP(J)=INT
      IF(INT.EQ.4)IFP=I
      IF(INT.NE.8)GO TO 105
C-----
C     ANGIAR TAMANHO DA TABELA
      ITMAX=J
      IF(IFP.NE.0.)ITMAX=ITMAX-1
      TFT=I
C-----
C     ZERAR ACUMULADRES DE ESTATISTICAS
      DO 120 J=1,30
      DO 120 K=1,4
      TER(J,K)=0.
120 CONTINUE
C-----
C     ATIVAR A IMPRESSAO DE UM EXEPLC DE PERCURSO
      LIS=0
      INT=C
      RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE PARPER(N,INP)
-----
C
C  ESTA SUBROTINA LE O INTERVALO ENTRE MEDIDAS,
C  O NUMERO DE VEZES QUE A TRAJETORIA SERA PER-
C  CORRIDA PARA OBTEN ESTADISTICAS E A SEMENTE
C  DO GERADOR DE NUMEROS ALEATORIOS. O INTERVA-
C  LO ENTRE MEDIDAS DEVE SER MULTIPLO DE 5 SEG.
C  -----
      INTEGER    TIP
      COMMON     /C3/DT,NPER,INA
      COMMON     /C6/MX
200  READ(5,203)TIP,DT,NPER,INA,INP
203  FORMAT(I1,F6.0,I6,I6,I1)
      IF(TIP.NE.2)GO TO 200
      IF(INP.EQ.9)RETURN
C----- ASSUMIR VALORES SE NECESSARIO
      IF(DT.EQ.0.)DT=30.
      IF(INA.EQ.0)INA=566387
      IF(NPER.EQ.0)NPER=1
205  WRITE(6,210)NPER,DT,INA
210  FORMAT(1HC,'PERCURSOS SIMULADOS= ',I6/
1     1HC,'TEMPO ENTRE MEDIDAS= ',F7.0,' SEG'/
2     1HC,'SEM NUM ALEATORIOS= ',I6//)
C----- PLANTAR SEMENTE DOS NUMEROS ALEATORIOS
      MX=INA
      INP=0
      N=NPER
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE INIPER

C
C
C

ESTA SUBROTINA INICIALIZA PERCURSO E FILTROS

DIMENSION IT(10),TX(10),TY(10),TR(10),TV(10)
 INTEGER IP(10)
 COMMON /C1/ TI, TX, TY, TR, TV, IP, ITMAX, IFP, TFI, IT
 COMMON /C2/ XI, XI, YI, RB, VB, R
 COMMON /C5/ IAB, TMD
 COMMON /C7/ IEXT
 COMMON /C8/ IKAL
 COMMON /C9/ IAB

C---- INICIALIZAR A DEFINICAO= DA TRAJETORIA

IT=1
 TI=TI(1)
 XI=TX(1)
 YI=TY(1)
 RB=TR(1)
 VB=TV(1)
 IAB=TI

C---- PRIMEIRA MEDIDA COINCIDE COM O INICIO DA TRAJETORIA

TMD=TI
 R=RB

C---- INICIALIZAR FILTROS

IEXT=0
 IKAL=0
 IAB=0
 RETURN
 END

RESULTADOS OBTIDOS COM 200 PERCURSOS DA TRAJETORIA

T-- (S) EMQ-ALFBET EMQ-EXTRAP EMQ-KALMAN EMQ-MECIDA

0.	737.2	0.0	737.2	737.2
30.	642.2	810.7	485.2	642.2
60.	622.5	1509.7	488.7	634.1
90.	557.9	984.1	462.7	583.0
120.	580.7	751.0	495.7	588.7
150.	522.7	646.2	480.3	542.5
180.	483.3	596.5	435.2	502.7
210.	470.2	580.9	426.8	486.9
240.	381.4	576.9	350.0	375.7
270.	371.6	518.4	313.3	346.3
300.	354.9	429.1	305.0	350.8
330.	341.6	406.2	295.0	326.6
360.	389.5	422.7	362.3	437.8
390.	430.5	455.1	417.3	475.7
420.	482.2	516.1	452.5	519.7
450.	478.9	536.0	452.9	529.9
480.	509.6	482.6	513.2	566.6
510.	521.7	606.3	512.6	589.7
540.	602.6	634.2	588.8	677.9
570.	630.9	683.2	619.0	732.0
600.	657.8	724.3	630.1	736.6

