"ESTUDO DE ALGORITMOS DE BUSCA EM GRAFOS
E SUA APLICAÇÃO A PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO"

CLOVIS CAESAR GONZAGA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIA (D.Sc.).

Aprovada por:

Nelson Ortegosa da Cunha
(Presidente)

Manuel Sobral Jr.

Jack Schechtman

Ysmar Vianna e Silva F.

Antonio Salles Campos F.

RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
OUTUBRO DE 1973

À Tânia

AGRADECIMENTOS

Desejo agradecer ao Professor Nelson Ortegosa da Cunha, não somente pela orientação, mas principalmente pela amizade com que acompanhou meu trabalho.

A Sérgio S. Brito devo o tema da pesquisa e as constantes discussões relacionadas à sua aplicação, um trabalho de equipe realizado em colaboração com Ronaldo C. Marinho Persiano e com o eficiente analista Osias Appel.

BIOGRAFIA DO AUTOR

Clóvis Caesar Gonzaga nasceu a 6 de setembro de 1944 em Lajes, estado de Santa Catarina. Permaneceu nesse estado até ingressar no Instituto Tecnológico da Aeronáutica, em São José dos Campos, São Paulo, onde recebeu em 1967 o titulo de Engenheiro de Eletrônica. Ingressou na COPPE no ano seguinte, completando o mestrado em Engenharia Elétrica em 1970. Faz parte do corpo docente da COPPE desde 1969, ensinando e pesquisando em áreas relacionadas a otimização e controle.

RESUMO

Estudam-se técnicas de Programação Heurística para a busca de caminhos de custo mínimo em grafos. Um algoritmo bastante geral é proposto e estuda-se sua extensão a grafos dotados de uma ordenação parcial do conjunto de nós. A aplicação dessas técnicas a problemas de decisões sequenciais conduz a um método para a resolução de problemas de planejamento a longo prazo de sistemas descritos por redes. Esses problemas são formalizados, fazendo-se um estudo detalhado da otimização a curto prazo, necessário à resolução do problema de otimização a longo prazo. Esses resultados são particularizados para o caso de redes de transmissão de energia elétrica, que é completamente resolvido, apresentando-se finalmente resultados relativos ao planejamento de dois sistemas reais.

ABSTRACT

Heuristic Programming techniques are studied, related to the search for minimum-cost paths in a graph. A rather general algorithm is proposed, being afterwards extended to graphs in which a partial ordering is defined for the set of nodes. The application of these techniques to sequential decision problems leads to a method for the solution of long term planning problems related to systems modelled by networks. These last problems are formalized and short term optimization is closely studied, in order to be used by the long term optimization schemes. These results are then particularized to the case of electric power transmission networks, which is completely solved. The results obtained by the long term optimization of two real power systems are finally presented.

INDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O presente trabalho originou-se em um problema real ligado à economia brasileira. Trata-se do planejamento da expansão a longo prazo do sistema de transmissão de potência da região centro sul do Brasil. A grande extensão territorial da região e a elevada taxa de crescimento da demanda no sistema tornam excepcionalmente rentável a aplicação de técnicas elaboradas de otimização, em contraposição às sistemáticas tradicionais de planejamento, baseadas na intuição de pessoal experimentado.

Embora a pesquisa seja suscitada pelo estudo de sistemas elétricos, não se restringe a esses sistemas: estudam-se técnicas gerais para a resolução de problemas de decisões sequenciais, aplicados posteriormente a sistemas de transmissão de potência.

O estudo é feito em três níveis, de generalidade decrescente. No primeiro nível, propõe-se uma abordagem geral a problemas de decisão sequencial discretos, formulando-os em termos de grafos e propondo-se um método para sua solução baseado em Programação Heurística em grafos. Esse estudo consta do Capitulo V e independe do restante da tese.

No segundo nível, propõe-se uma formalização bastante geral aos problemas de planejamento da expansão de sistemas descritos por redes (capítulo II). Um método para a solução de problemas de planejamento a curto prazo é apresentado no Capítulo III, estu -

I.

dando-se o planejamento a longo prazo no Capitulo VI. O restante da tese ocupa-se do nível de menor generalidade, aplicando as técnicas propostas a sistemas elétricos, finalizando pela apresentação de alguns exemplos práticos de sua aplicação ao planejamento da expansão de vários sistemas reais de transmissão de potência.

Neste capitulo, comenta-se informalmente o conteúdo da tese, segundo os níveis de generalidade apontados acima.

Problemas de Decisão Sequencial: Entre os possíveis problemas de decisão sequencial, tem importância fundamental os problemas discretos determinísticos com espaço de estado finito, devido aos aspectos computacionais de seu tratamento. Sua resolução tem sido abordada principalmente sob o enfoque de Programação Dinâmica |1|, encontrando-se sérias dificuldades relacionadas a requisitos computacionais à medida que cresce o porte dos sistemas considerados.

Pouca ênfase tem sido dada ao fato de que, para esses problemas, a Programação Dinâmica pode ser considerada como um método de busca em grafos (Ver |2|), sendo sua eficiência bastante pobre quando comparada, por exemplo, ao algorítmo de Dijkstra |3|, como se comenta em |4|. A aplicação de técnicas eficientes de busca em grafos em pesquisa operacional é extensa, no contexto de metodos de "BRanch and Bound" |5|, aplicados à Programação Inteira. Não parece existir, no entanto, nenhum esforço de unificação desses métodos no que diz respeito à sua aplicação a problemas de decisão sequencial. Como resultado, pesquisadores não especializados em grafos ou programação inteira tendem a limitar-se a aplicações de Programação Dinâmica. As técnicas e a terminologia de gra

I.

fos tem-se limitado a especialistas, ou a campos como ciência de computação e inteligência artificial.

Uma nova abordagem a problemas de otimização consiste na utilização de informações adicionais porventura existentes a respeito de cada problema particular, resultando em um campo bem formalizado em |6|, a Programação Heurística. Originada no contexto de Inteligência Artificial, a Programação Heurfstica em grafos tem-se conservado restrita a esse campo, sendo estudada em |2|,|7|,|8|

Neste trabalho, propõe-se uma extensão ao algorftmo A" desenvolvido em |6|, de modo a adaptá-lo à resolução de problemas de decisão sequencial envolvendo sistemas de grande porte. Desenvolve-se também uma técnica especial para o tratamento de grafos cujos nós admitem uma ordenação parcial capaz de acelerar a operação do algoritmo.

Problemas de Planejamento : Um grande número de sistemas de grande porte admite uma modelagem por redes finitas de maneira imediatamente aparente. O planejamento da evolução de tais sistemas pode prender-se a características dos ramos ou dos nós das redes que os modelam. Neste trabalho, a ênfase é colocada no planejamento de certas características dos ramos, descritas em geral como o "estado" dos ramos.

Exemplos típicos de sistemas aos quais aplica-se esta abordagem são redes de transmissão de energia elétrica, sistemas de distribuição de água, coleta de esgotos, oleodutos, gasodutos, todos eles modelados por redes com fluxo não endereçado. Sistemas de tráfego aéreo, terrestre ou marftimo e sistemas de transmissão de informação apresentam o problema adicional de fluxos endereçados, o que dificulta sua modelagem. Sistemas de reservatórios de água interligados exigem o planejamento de características dos nós, o que também ocorre em sistemas de geração de energia elétrica: esses problemas não podem ser tratados imediatamente pelo método proposto, sendo necessários desenvolvimentos adicionais.

O problema a ser estudado consiste, portanto, no seguinte: um sistema descrito por uma rede finita com fluxo limitado por parâmetros associados a seus nós e ramos deve evoluir a partir de uma configuração inicial conhecida, durante um número finito de estágios de planejamento. A evolução do sistema consiste na modificação do estado de seus ramos de modo a satisfazer condições de viabilidade dependentes do estado. Procura-se uma sequência Ôtima de transições de estado nos ramos da rede, de modo que as condições de viabilidade sejam satisfeitas a cada estágio e que o custo total da estratégia (levando em conta implementações e custos de operação), seja mínimo.

Tomando como exemplo um sistema de transmissão de potência, procura-se uma estratégia de construções de linhas de transmissão de mínimo custo entre as estratégias que garantam a estabilidade e segurança do sistema a cada estágio, conhecida a programação de produção e demanda de energia.

Planejamento a Curto Prazo : No planejamento a curto prazo, considera-se somente um estágio, o que simplifica radicalmente o problema. Trata-se então de um problema de programação matemática, que consiste em encontrar um estado para o sistema que o viabilize a mínimo custo. Esse problema tem sido resolvido por várias técnicas a

I.

proximadas para sistemas de transmissão de potência, como métodos gra dientes |9|, programação linear aplicada a uma aproximação contínua |10|, análise de alternativas usando informações heurísticas baseadas na experiência de planejadores |11|, ou ainda métodos discretos simplificados para viabilização, sem preocupação com otimalidade |12|.

Neste trabalho, desenvolve-se uma técnica geral para a resolução de uma generalização do problema de otimização a curto prazo, utilizando um algorítmo de busca em grafos capaz de minimizar a memória de computador ocupada (Ver Capítulo III).

Planejamento a Longo Prazo : Trata-se de um problema de decisões sequenciais, cuja resolução tem sido tentada por meio de Programação Dinâmica |10|,|12|. A otimização a curto prazo deve ser realizada a cada estágio, fornecendo as transições de estado necessárias à solução dos problemas de decisão sequencial.

Uma simples sequência de otimizações a curto prazo gera uma solução rápida, chamada solução incremental, que em alguns casos fornece bons resultados, como se comenta em |13|, com relação à expansão da geração de energia elétrica. Em geral, resultados superiores são obtidos por uma otimização global, como se exemplifica no Capítulo VII .

Como o problema de que se está tratando costuma ter gran de porte, torna-se inviável uma aplicação direta de Programação Dinâmica, o que motivou o desenvolvimento de técnicas baseadas em aprimoramentos iterativos de soluções iniciais do tipo incremental |10| , |12|, ou em modificações do algorítmo de Programação Dinâmica para introduzir certas características típicas a algorítmos de busca em grafos |14|, ou em procedimentos não determinísticos |15|. Uma modi

I.

ficação do algorítmo de Dijkstra aplicada a problemas de planejamento a longo prazo foi desenvolvida em |11|.

A abordagem seguida neste trabalho baseia-se nas técnicas de resolução de problemas de decisão sequencial desenvolvidas no Capitulo V, e procura diretamente uma sequência de soluções sub-ótimas para o problema de planejamento. Essa sequência tende em tempo finito para uma solução Ótima, terminando o processo, ou pára ao esgotar-se o tempo de computação disponível, fornecendo uma solução sub-ótima nunca pior do que a estratégia incremental (Ver Capitulo VI).

Expansão de Sistemas de Transmissão de Potência : Desenvolve-se no Capitulo IV o modelo de desempenho de redes de transmissão empregado em estudos de planejamento, que se baseia em uma aproximação linear dos testes de Fluxo de Carga. Um estudo de sensibilidade fornece um método para a execução rápida de análises de contigências.

Com essas ferramentes, descreve-se um método para a otimização a curto prazo, utilizando o algorítmo comentado acima (Ver Capítulo IV). A otimização a longo prazo resulta da aplicação direta dos resultados gerais comentados acima (Ver Capítulo VI).

Comenta-se, finalmente, no Capítulo VII, uma implementação do método desenvolvido, apresentando-se alguns exemplos de projetos ligados a sistemas de transmissão de potência brasileiros.

CAPÍTULO II

PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO

Neste capítulo expõem-se formalmente os problemas de planejamento propostos. O formato escolhido para a formalização é suficientemente geral para englobar problemas pertencentes a vários campos de estudo (Ver Seção 4), mas evita-se uma generalização excessiva. A motivação para a formalização proposta está em sistemas de transmissão de energia elétrica, o que ficará evidente nos capítulos IV e VII, onde se trata especificamente desses sistemas. Procura-se portanto, manter a generalidade do problema formal compatível com a complexidade dos sistemas de transmissão que se deseja estudar. Com essa motivação, procura-se planejar somente características dos ramos das redes que modelam os sistemas (linhas de transmissão). As características dos nós (geração de potência) são consideradas conhecidas a priori, deterministicamente. No entanto, para permitir o emprego do modelo ao estudo da geração de potência, ou ao planejamento de reservatórios de água, incluem-se na seção 4 alguns possíveis caminhos para a generalização ou particularização do modelo.

Utiliza-se extensivamente, teoria de grafos em todo o trabalho e torna-se conveniente listar alguns conceitos e resultados dessa teoria, o que é feito no Apêndice A. Tratamentos extensos encontram-se em |16|, |17|, |18|.

II.

Pretende-se planejar a evolução da estrutura de um sistema. O estudo parte de uma estrutura básica geral do tipo rede finita, limitando-se o sistema a assumir estruturas dadas por sub-redes parciais da rede básica. Define-se então configuração como cada uma dessas sub-redes, dotada de um estado que caracteriza a composição de seus ramos. Enunciam-se a seguir os problemas de otimização a curto e a longo prazo.

II.1

Seção 1 - O MODELO

1 **Definição**: Seja (N,M) uma rede. Diz-se que uma rede (N',M') está contida em (N,M),

$$(N',M') \subset (N,M) \quad , \text{ se } (N',M') \text{ é uma sub-rede parcial de } (N,M).$$

2 Considere-se uma rede finita $(\bar{N},\bar{M})$, chamada rede básica, onde:

$\bar{N} = (\bar{n}_j)_{j=1,2,\dots,\bar{n}}$, é o conjunto de nós básicos, $|\bar{N}| = \bar{n}$

$\bar{M} = (\bar{r}_i)_{i=1,2,\dots,\bar{m}}$, é a família de ramos básicos, $|\bar{M}| = \bar{m}$.

Tem-se portanto (Ver A.1), $\bar{r}_i \in \bar{N}\times\bar{N}$ e permitem-se ramos repetidos, uma vez que $\bar{M}$ é uma família.

3 **Convenções** - Seja $(\bar{N},\bar{M})$ uma rede básica (2) e considere-se uma rede $(N,M) \subset (\bar{N},\bar{M})$, com n nós e m ramos. Fazem-se as seguintes convenções:

$N = (n_q)_{q=1,2,\dots,n}$, onde $n_q = \bar{n}_{i_q}$, $q=1,2,\dots,n$

$M = (r_p)_{p=1,2,\dots,m}$, onde $r_p = \bar{r}_{i_p}$, $p=1,2,\dots,m$

Dada uma família qualquer

$(\bar{\alpha}_i)_{i=1,2,\dots,\bar{m}}$, indexada segundo os ramos de $(\bar{N},\bar{M})$, denota-se por $(\alpha_i)_{i=1,2,\dots,m}$ a sub-família correspondente aos ramos de (N,M). O mesmo tipo de reindexação é feita para famílias indexadas segundo os nós de $(\bar{N},\bar{M})$ e (N,M).

II.1

4 Considerem-se os conjuntos finitos $\bar{\sigma}_i \subset R$, $i=1,2,$ [redacted] associados aos ramos de uma rede básica $(\bar{N},\bar{M})$. Chama-se a cada $\bar{\sigma}_i$ de conjunto de estados admissíveis para o ramo $\bar{r}_i$. Seguindo as convenções (3), associam-se conjuntos $\sigma_p = \bar{\sigma}_{i_p}$, $p=1,2,\ldots,m$ aos ramos de uma rede contida em $(\bar{N},\bar{M})$.

5 <u>Definição</u>: Uma <u>configuração</u> da rede básica $(\bar{N},\bar{M})$ (ou simplesmente configuração, se não houver dividas quanto a $(\bar{N},\bar{M})$), é uma tripla ordenada $C = (N,M,S)$, onde

(i) $(N,M) \subset (\bar{N},\bar{M})$ é uma rede, chamada <u>topologia</u> da configuração C

(ii) $S \in R^m$ é um vetor de estado, cada componente de S satisfaz $S_i \in \sigma_i$ e é chamada <u>estado do ramo r_i</u>.

Usam-se as convenções (3).

6 <u>Definição</u> : Dada uma rede $(N,M) \subset (\bar{N},\bar{M})$, define-se o espaço de estados admissíveis associado à topologia (N,M) por

$$\sigma = \sigma_1 \times \sigma_2 \times \ldots \times \sigma_m .$$

Observe-se que (5 ii) poderia ser escrito $S \in \sigma$.

Pretende-se estudar problemas de planejamento das características dos ramos de sistemas modelados por redes. Uma configuração para um tal sistema é modelada por uma 'configuração 'segundo a definição acima, sendo comum definirem-se condições de viabilidade para o sistema baseadas no conceito de capacidade associada aos ramos da rede que o modela:

Considerem-se dados os mapeamentos

7 $$\bar{\gamma}_i : \bar{\sigma}_i \rightarrow R \quad , i=1,2,\ldots,\bar{m}$$

que associam a cada estado admissível $s \in \bar{\sigma}_i$ para o ramo i da rede básica, a <u>capacidade</u> $\bar{\gamma}_i(s)$ do ramo i no estado s.

Dada uma configuração $C = (N,M,S)$, particularizam-se os mapeamentos γ_i segundo as convenções (3), definindo-se o vetor de capacidades associado a C por

$$[\gamma(S)]_p = \gamma_p(S_p) \qquad , p=1,2,\ldots,m .$$

A figura II.1 ilustra uma rede básica e duas possíveis configurações.

8 <u>Matrizes de Incidência</u> - Conhecida a matriz de incidência da rede básica, é imediata a determinação das matrizes de incidência para suas configurações. Seja $C = (N,M,S)$, conforme (5), onde

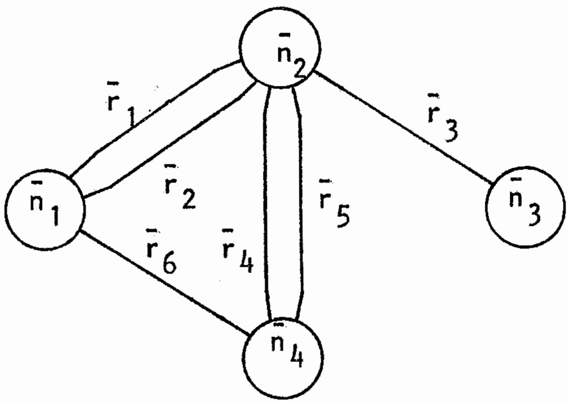
$$N = (n_1,n_2,\ldots,n_n) = (\bar{n}_{j_1},\bar{n}_{j_2},\ldots,\bar{n}_{j_n})$$

$$M = (r_1,r_2,\ldots,r_m) = (\bar{r}_{i_1},\bar{r}_{i_2},\ldots,\bar{r}_{i_m})$$

Seja $\bar{T}$ a matriz de incidência de $(\bar{N},\bar{M})$. A matriz de incidência T de (N,M) é dada por

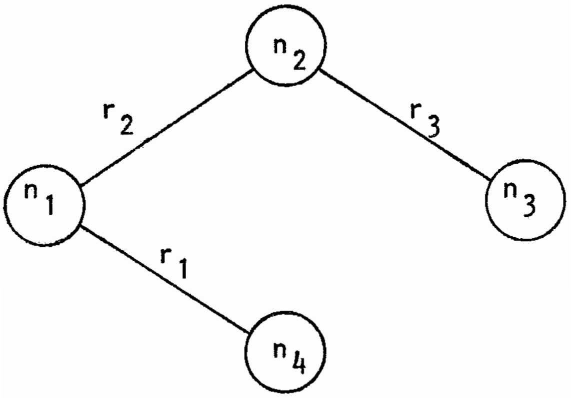
$$T_{qp} = \bar{T}_{i_q i_p} \qquad , q=1,2,\ldots,n \qquad p=1,2,\ldots,m$$

II.1



$\bar n = 4$

$\bar m = 6$

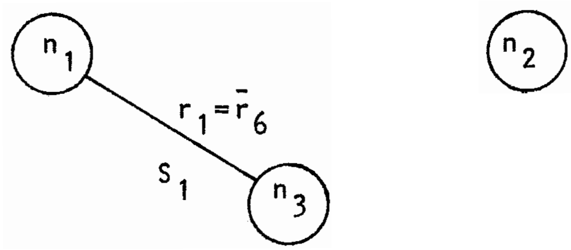


$n_i = \bar n_i \quad , \quad N=\bar N$

$$M = (r_1,r_2,r_3)=(\bar r_6,\bar r_1,\bar r_3)=$$
$$=(\bar r_{i_1},\bar r_{i_2},\bar r_{i_3})$$

$i_1 = 6 \ , \ i_2 = 1 \ , \ i_3 = 3$

$\sigma_1 = \bar\sigma_6 \quad \sigma_2 = \bar\sigma_1 \quad \sigma_1 = \bar\sigma_3$



$N = (n_1,n_2,n_3) = (\bar n_1,\bar n_3,\bar n_4)$

$M = (r_1 = (\bar r_6)$

$S_1 \varepsilon \sigma_1 = \bar\sigma_6 \quad , \quad \gamma_1 = \bar\gamma_6$

$\gamma_1(S_1) = \bar\gamma_6(S_1)$

Fig. II.1 - **Rede** básica **de dois exemplos de configurações**

<u>Exemplo</u> - A matriz de incidência da rede básica da fig. II.1 é

$$\bar{T} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Para a primeira configuração da figura,

$$\bar{T} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{l} i_q = q \\ i_1 = 6 \;,\; i_2 = 1 \;, \\ i_3 = 3 \end{array}$$

Se os sistemas em estudo são modelados por redes com fluxo, deve-se considerar a ocorrência de fontes e sumidouros. Em geral, consideram-se parâmetros associados aos nós de uma rede assumindo-se que o sistema fica totalmente especificado por sua configuração segundo (5) e pelos parâmetros dos nós.

9 <u>Definição</u> - O <u>vetor de parâmetros dos nós</u> é um vetor n-dimensional $P \in R^n$, cuja componente P_j, $j=1,2,\ldots,m$ é chamada parâmetro do nó n_j da configuração.

10 Viabilidade de uma Configuração: Suponha-se que existe uma lei de formação de **vínculos**, que associa a cada configuração um conjunto de vínculos

$$C = (N,M,S) \mapsto g_C$$

onde

$$g_C : R^m \times R^n \longrightarrow R^k \qquad , \quad k \geq 1, \text{ dependente de } C$$

é tal que

$$\gamma \in R^n \ , \ P \in R^m \ \mapsto \ g_C(\gamma,P) \in R^k$$

11 **Definição** - Uma **configuração** $C = (N,M,S)$ da rede **básica** $(\bar{N},\bar{M})$ é dita **viável** com respeito aos **parâmetros** $P \in R^n$ se

$$g_C(\gamma(S),P) \leq 0$$

Os vínculos g_C podem ser **muito** complexos, podendo mesmo ser **vínculos** lógicos, dependentes da resolução de outros problemas de **otimização** (Ver |10|), ou dependentes de **sequências** de testes executados sobre o sistema modelado. Em geral **é difícil** colocar os **vínculos** no formato **(11)**, pois a viabilidade de C é testada por um programa separado em computador. Os sistemas **elétricos** estão neste caso, como se **verá** no Capitulo IV, onde suas condições de viabilidade são desenvolvidas. Em outros casos, os **vínculos** são simplesmente uma limitação dos fluxos **permissíveis** nos ramos.

II.2

Seção 2 - OTIMIZAÇÃO A CURTO PRAZO

Na otimização a curto prazo, procura-se **viabilizar** uma configuração dada com respeito a um vetor de **parâmetros também** dado, por meio de uma mudança de estado de **mínimo** custo. O custo deve levar em conta as características da configuração resultante (custos de operação) e o custo da transição de estado.

Embora a otimização a curto prazo **seja,por** definição, executada em apenas um estágio, deve-se desde **já** introduzir este fator, uma vez que o objetivo do trabalho encontra-se na otimização a longo prazo. Quando se tratar somente de otimização a curto prazo, basta fazer $T = \{0\}$ abaixo.

Considere-se então dada uma **família** finita de estágios

12 $$T = (1,2,\dots,f)$$

Sejam também dados $t \in T$, $\forall s \in \bar{\sigma}_i$, $\forall i=1,2,\dots,\bar{m}$, os conjuntos

13 $\delta_i(s,t) \subset \bar{\sigma}_i$, denominados conjuntos de estados sucessores de s para o ramo i no estágio t.

Esses conjuntos limitam as **transições** de estado admitidas em cada estágio. Como de costume (3), pode-se reindexar os conjuntos para uma configuração particular, definindo-se **também** o conjunto de estados sucessores de $S \in R^m$ no **estágio** t por

$$\delta(s,t) = \delta_1(s_1,t) \times \delta_2(s_2,t) \times \dots \times \delta_m(s_m,t) .$$

Passa-se agora **à** caracterização de configurações sucessoras e **à** definição de expansão de uma configuração, conceitos esses fundamentais para toda a **sequência.**

Considere-se conhecida uma rede básica $(\bar{N},\bar{M})$.

14 Seja $\bar{C} = (\bar{N},\bar{M},\bar{S})$ uma <u>configuração básica</u> dada, isto é, uma configuração cuja topologia é $(\bar{N},\bar{M})$. Sejam dadas uma configuração $C^o = (N^o,M^o,S^o)$ e uma topologia $(N,M) \subset (\bar{N},\bar{M})$ com

$$N^o = (n_q^o)_{q=1,2,\dots,n_o} \qquad N = (n_q)_{q=1,2,\dots,n}$$

$$M^o = (r_p^o)_{p=1,2,\dots,m_o} \qquad M = (r_p)_{p=1,2,\dots,m}$$

Supondo-se ainda que

$(N^o,M^o) \subset (N,M)$, com a convenção

15 $$n_q^o = n_q \qquad q=1,2,\dots,n_o$$

$$r_p^o = r_p \qquad p=1,2,\dots,m_o$$

Ou seja, os primeiros nós e ramos coincidem em ambas as topologias.

Conhecidos os elementos introduzidos em (14), sejam dados um vetor de parâmetros $P \in R^n$ e um estágio $t \in T$.

16 <u>**Definição**</u> - Uma configuração $C = (N,M,S)$ é sucessora de C^o com respeito aos parâmetros P e à topologia (N,M) no estágio t (ou simplesmente sucessora quando não houver confusão possível) se

(i) $(N^o,M^o) \subset (N,M)$

(ii) $S_p \in \delta_p(S_p^o,t) \qquad p=1,2,\dots,n_o$

II.2

$$S_p \in \delta_p(\bar{S}_{i_P}, t) \qquad p=n_o+1,\dots,n \qquad \text{(usando os índices de (15))}$$

(iii) C é viável com respeito a P.

17 Definição - A expansão de uma configuração com respeito a uma topologia $\tau = (N,M)$ e ao vetor de parâmetros P no estágio $t \in T$, consiste na obtenção de todas as sucessoras de C^o com respeito a τ e P no estágio t. Ao mapeamento Γ, tal que

$$C^o,\tau,P,t \mapsto \Gamma(C^o,\tau,P,t) = \{C \mid C \text{ sucessora de } C^o \text{ c.r. a } \tau \text{ e P no estágio } t\}$$

definido para toda configuração $C^o = (N^o,M^o,S^o)$ de $(\bar{N},\bar{M})$, para toda topologia satisfazendo $(N^o,M^o) \subset \tau$, para todo vetor de parâmetros P compatível com , $t \in T$, chama-se operador sucessor de $(\bar{N},\bar{M})$.

18 Observação - Como todos os conjuntos $\bar{\sigma}_i$ são finitos, $\Gamma(C^o,\tau,P,t)$ será sempre um conjunto finito.

Ao estudar problemas de expansão de sistemas descritos por redes, é interessante deter-se sobre as possíveis transições de estados em tais sistemas. Encontram-se usualmente algumas transições de estado elementares, que consistem na prática na implementação de instalações padronizadas. Definem-se a seguir essas transições, sem que se imponha nenhuma nova restrição, uma vez que podem-se definir como elementares todas as transições possiveis.

II.2

19 <u>Definição</u> - Considerem-se os conjuntos $\bar{a}$ introduzidos em (4). Uma <u>transição de estado</u> para o ramo i é um par ordenado

$$(s,s') \in \bar{\sigma}_i \times \bar{\sigma}_i$$

Uma transição de estado correspondente a uma topologia (N,M) é um par $(S,S') \in a \times \sigma$, com a definido em (6) .

20 Considera-se conhecido para cada i , , [redacted] um conjunto de transições de estado elementares contido em $\sigma_i \times \bar{\sigma}_i$, satisfazendo a seguinte condição:

Se $s,s' \in \bar{a}_i$, então existe uma sequência finita de estados

$(s_k)_{k=0,1,2,...,K}$ $K \geq 1$, tal que

$s_0 = s$, $s_K = s'$ e

(s_{k-1},s_k) , $k=1,2,...,K$ são transições elementares de estado para o ramo i .

21 **<u>Definição</u>** - Uma transição de estado (S,S') correspondente a uma topologia (N,M) é elementar se existir $k \leq m$ tal que

$S_p = S'_p$ para $p \neq k$

(S_k,S'_k) é uma transição elementar para o ramo k .

A partir das definições acima, podem-se définir os custos associados às transições de estado na rede.

II.2

22 Custo da transição de estados: suponham-se conhecidos os seguintes **mapeamentos** correspondentes aos **ramos** de $(\bar{N},\bar{M})$:

$$\bar{c}_i : \bar{\sigma}_i \times \bar{\sigma}_i \times T \longrightarrow R \qquad i=1,2,\ldots,\bar{m}$$

que associam **à** mudança de estado em um ramo, um custo atualizado

$s,s' \in \bar{\sigma}_i$, $t \in T \mapsto \bar{c}_i(s,s',t) \in R$, satisfazendo as con**dições** de consistência abaixo:

23 (i) $(\forall\ \hat{s} \in \bar{\sigma}_i) \qquad \bar{c}_i(s,s',t) \leq \bar{c}_i(s,\hat{s},t) + \bar{c}_i(\hat{s},s',t)$

(ii) Existe uma **sequência** de transições elementares

$((s_{k-1},s_k))_{k=1,2,\ldots,K}$, $K \geq 1$, tal que $s_O=s$, $s_K=s'$, satisfazendo

24 $$\sum_{k=1}^{K} \bar{c}_i\ (s_{k-1},s_k,t) = \bar{c}_i(s,s',t) .$$

Das condições acima, conclui-se imediatamente que o custo de uma transição de estados **é** dado pelo mínimo entre as so**matórias** (24) para todas as **sequências** de transições conduzindo de s a **s'** .

Esses custos correspondem aos custos **necessários à** implementação de uma mudança de estado em cada estágio e supõe-se que uma implementação será sempre feita a **mínimo** custo.

Pode-se agora definir o custo da transição de uma configuração para outra. Sejam $\bar{C} = (\bar{N},\bar{M},\bar{S})$, $C^o = (N^o,M^o,S^o)$, $C = (N,M,S)$ configurações definidas conforme **(14)**, isto é, tais que os primeiros **nós** e ramos de C correspondem aos **nós** e ramos de

C^o. Seja $t \in T$ um estágio dado.

25 Definição : O custo da transição de C^o para C no estágio t é dado por

$$c_t(C^o,C,t) = \sum_{p=1}^{n_o} c_p(s_p^o,s_p,t) + \sum_{p=n_o+1}^{n} c_p(\bar{s}_{i_p},s_p,t) \quad ,$$

onde c_p são os custos de transição de estados (22). Condições equivalentes a (23) são obtidas imediatamente como consequência da definição de c_t e de (23): existe sempre uma sequência de configurações entre C^o e C correspondentes a transições elementares de estado que fornecem o custo da transição de C^o para C.

26 Custo de operações : suponha-se conhecido o mapeamento

$$c_o : C,P,t \mapsto c_o(C,P,t) \in R$$

que associa a cada configuração C e a qualquer vetor de parâmetros, para os nós de C um custo descontado real. Esse custo corresponde à operação do sistema durante um período pré-determinado. Tipicamente, corresponde a custos de manutenção de equipamento e perdas de energia.

Pode-se agora passar ao enunciado do problema de otimização a curto prazo (PCP).

27 Problema de otimização a curto prazo (PCP) - Considerem-se conhecidos os elementos introduzidos em (14), ou seja, $\bar{C}$, C^o, (N,M). Sejam também fornecidos um estágio $t \in T$ e os parâmetros $P \in R^n$.

PCP : Encontrar uma configuração $\hat{C}$ sucessora de C^o com respeito à topologia (N,M) no estágio t que minimize entre as sucessoras de C^o com respeito a $(N,M),t$, o custo

28 $$c(C^o,C,P,t) \triangleq c_t(C^o,C,t) + c_o(C,P,t)$$

Utilizando o operador sucessor (17), pode-se reescrever :

29 PCP :

$$\min_{C \in \Gamma(C^o,(N,M),P,t)} c(C^o,C,P,t)$$

Deve-se lembrar que está implícita em PCP a viabilidade da configuração ótima $\hat{C}$, uma vez que deve ser sucessora de C^o (Ver 16) . Note-se também que devido a este fato, o estado de $\hat{C}$ é limitado pelas transições admissíveis no estágio t.

O problema PCP é um problema de programação inteira, uma vez que os conjuntos $\bar{\sigma}_i$ são finitos por hipótese. Soluções para o caso de sistemas de transmissão de potência foram propostas em |9| , |10| , | 11 | , | 14 | , e serão comentadas no Capítulo IV, onde será apresentado um novo método de solução. Um método de solução para o caso de reservatórios de água foi proposto em | 20 | .

Seção 3 - OTIMIZAÇÃO A LONGO PRAZO

A otimização a longo prazo parte de uma configuração inicial, que deve evoluir segundo um número finito de estágios de planejamento. Supõem-se conhecidas as topologias e os vetores de parâmetros dos nós a cada estágio e procura-se otimizar a evolução do estado das configuraçẽos restrito pelas condições de viabilidade a cada estágio. Os custos dependem do estágio, levando em conta descontos e condições terminais. Uma análise econômica desses fatores encontra-se em |24| , |25| . Resultados para sistemas elétricos serão apresentados no Capítulo VII.

Considerem-se conhecidos os seguintes elementos:

30 (i) Uma família de estágios $T = (1,2,\ldots,f)$,

31 (ii) Uma rede básica $(\bar{N},\bar{M})$, conforme (2) ,

32 (iii) Um estado inicial $\bar{S}$ admissível para a rede básica (e portanto, uma configuração básica $(\bar{N},\bar{M},\bar{S}))$,

33 (iv) Uma sequência de topologias de configurações de $(\bar{N},\bar{M})$,

$((N^o,M^o),(N^1,M^1),\ldots,(N^f,M^f))$, tais que

$(N^{t-1},M^{t-1}) \subset (N^t,M^t)$ $\forall t \varepsilon T$ e tais que para $t=0,1,\ldots,f$,

$|N^t| = n_t$, $|M^t| = m_t$

$N^t = (\bar{n}_{i_1},\bar{n}_{i_2},\ldots,\bar{n}_{i_{n_t}})$, $M^t = (\bar{r}_{i_1},\bar{r}_{i_2},\ldots,\bar{r}_{i_{m_t}})$

Note-se que com esta convenção, os primeiros nós e ramos da uma topologia (N^t,M^t) coincidem com os nós e ramos de (N^{t-1},M^{t-1}), do mesmo modo que em (14), o que nos permite utilizar os conceitos definidos anteriormente, relacionados a custos ,