



**COPPE/UFRJ**

UMA NOVA ESTRATÉGIA DA DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A  
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA - APLICAÇÃO AO  
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

Tiago Norbiato dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Sistemas e Computação.

Orientadores: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Rio de Janeiro

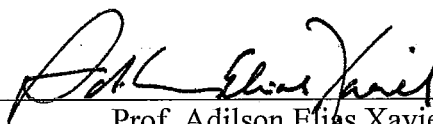
Março de 2009

UMA NOVA ESTRATÉGIA DA DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A  
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA - APLICAÇÃO AO  
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

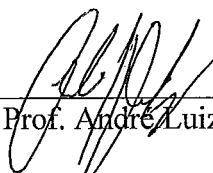
Tiago Norbiato dos Santos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE SISTEMAS E COMPUTAÇÃO.

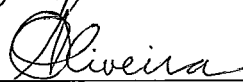
Aprovada por:



Prof. Adilson Elias Xavier, D.Sc.



Prof. André Luiz Diniz Souto Lima, D.Sc.



Prof. Antonio Alberto Fernandes de Oliveira, D.Sc.



Profª. Maria Elvira Piñeiro Maceira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2009

Santos, Tiago Norbiato dos

Uma Nova Estratégia da Definição dos Estágios para a Programação Dinâmica Dual Determinística - Aplicação ao Problema da Programação Diária da Operação/ Tiago Norbiato dos Santos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XV, 83 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Sistemas e Computação, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 74-80.

1. Planejamento de sistemas hidrotérmicos. 2. Programação Dinâmica Dual Determinística. 3. Programação Linear. I. Xavier, Adilson Elias, *et al*, II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UMA NOVA ESTRATÉGIA DA DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A  
PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL DETERMINÍSTICA - APLICAÇÃO AO  
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

Tiago Norbiato dos Santos

Março/2009

Orientadores: Adilson Elias Xavier  
André Luiz Diniz Souto Lima.

Programa: Engenharia de Sistemas e Computação

Neste trabalho propõe-se uma nova estratégia de definição dos estágios para a programação dinâmica dual, com o objetivo de reduzir o tempo computacional e o número de iterações para se resolver um problema de otimização multi-período determinístico. A proposta consiste em agregar em um mesmo estágio dois ou mais intervalos de tempo. Com isso, fica explícita dentro de cada estágio da programação dinâmica dual uma parcela dos acoplamentos temporais, os quais são característicos do problema de operação de sistemas hidrotérmicos, para o qual a metodologia foi aplicada. Apresentam-se estudos de caso baseados no sistema elétrico brasileiro, onde se constatou uma redução significativa no tempo computacional com a metodologia proposta. Estudos adicionais de sensibilidade mostraram que o fator ótimo de agregação, que oferece a melhor compensação entre o tempo para resolver cada subproblema de programação linear e o número de subproblemas resolvidos, depende das restrições consideradas em cada caso, tais como: rede elétrica, volumes de espera, restrições de rampa e/ou tempo de viagem da água.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A NEW STRATEGY OF DEFINITION OF STAGE TO DUAL DYNAMIC  
PROGRAMMING - APPLIED TO SHORT-TERM HYDROTHERMAL  
SCHEDULING PROBLEM

Tiago Norbiato dos Santos

March /2009

Advisors: Adilson Elias Xavier

André Luiz Diniz Souto Lima

Department: System and Computation engineering.

In this work a new strategy to define the stages for the dual dynamic programming approach is proposed, with the objective of reducing both the CPU time and the number of iterations to solve a deterministic multi-period optimization problem. The proposal consists in joining two or more time steps into a single stage of the dual dynamic programming strategy. In this sense, time couplings within several time steps - which are an important characteristic of the short term hydrothermal scheduling problem considered - become explicit in a same linear program. Study cases were presented based on the real Brazilian electrical system, where a significant reduction in the CPU time to solve the problem was verified with the proposed methodology. Additional sensitivity analysis showed that the optimal aggregation factor - which best balances the time to solve each linear programming subproblem and the number of subproblems to be solved - depends on the type of constraints considered in each case, such as: electrical network, flood control constraints, ramp constraints and water delay times.

# ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROELÉTRICA.....</b>	<b>4</b>
2.1. Características do Planejamento da Operação.....	4
2.2. Etapas do Planejamento da Operação do Sistema Interligado Nacional Brasileiro .....	5
2.3. Revisão Bibliográfica do problema de PDO .....	7
<b>3. MODELO MATEMÁTICO PARA A PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO .....</b>	<b>12</b>
3.1. Função Objetivo .....	13
3.2. Equação de Conservação da Água.....	14
3.2.1. Tempo de viagem da água.....	16
3.3. Atendimento à Demanda dos Subsistemas.....	17
3.4. Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA).....	18
3.5. Restrições Operativas .....	18
3.6. Restrições da Rede Elétrica .....	19
3.7. Inviabilidades .....	20
3.8. Problema completo.....	21
<b>4. DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS/PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL</b>	<b>22</b>
4.1. Decomposição de Benders 2-Estágios determinístico.....	22
4.1.1. Desenvolvimento dos Cortes .....	23
4.2. Decomposição de Benders Multi-Estágio (PDD) determinístico.....	25
4.3. Aplicação à PDO .....	27
4.4. Incorporação da Rede Elétrica.....	30
4.5. Tratamento das inviabilidades .....	31
<b>5. NOVA ESTRATÉGIA DE DEFINIÇÃO DOS ESTÁGIOS PARA A PDD ...</b>	<b>33</b>
5.1. Introdução.....	33
5.2. Metodologia Proposta.....	34
5.2.1. Exemplos de decomposição do problema .....	34

5.3.	Exemplo comparativo entre as metodologias tradicional e proposta .....	35
5.3.1.	Metodologia tradicional.....	36
5.3.2.	Metodologia Proposta.....	38
5.3.3.	Múltiplas soluções de mesmo custo .....	39
5.4.	Aplicação à Programação Diária da Operação .....	40
5.5.	Considerações adicionais sobre as metodologias tradicional e a proposta.....	42
<b>6.</b>	<b>ESTUDOS DE CASOS.....</b>	<b>44</b>
6.1.	Definições.....	44
6.2.	Análise de Consistência.....	45
6.2.1.	Consistência da Metodologia - Casos com discretização horária.....	46
6.2.2.	Consistência da Metodologia - Casos com discretização em patamares cronológicos. ....	55
6.3.	Análise de Sensibilidade.....	60
6.3.1.	Rede Elétrica.....	61
6.3.2.	Perdas na rede elétrica .....	63
6.3.3.	Tempo de Viagem .....	64
6.3.4.	Restrições de Rampa .....	66
6.3.5.	Volume de Espera.....	68
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>71</b>
<b>8.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>74</b>
<b>9.</b>	<b>APÊNDICES.....</b>	<b>81</b>
9.1.	Dados do caso de Setembro/2008.....	81
9.1.1.	Dados das usinas Termoelétricas.....	81
9.1.2.	Dados das usinas Hidroelétricas .....	81
9.2.	Dimensão dos casos estudados .....	83

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPEL para o planejamento da Operação do SIN.....	6
Figura 2 - Definição de período.....	13
Figura 3 - Curva de custo unitário de déficit por profundidade de corte de carga. ....	14
Figura 4 - Função de custo futuro.....	14
Figura 5 - Desenho esquemático de um desvio de água e de uma usina elevatória. ....	15
Figura 6 - Esquema de tempo de viagem da água de 1 hora entre duas usinas A e B em cascata.....	16
Figura 7 - Acoplamento temporal provocado pelo tempo de viagem. ....	17
Figura 8 - Definição tradicional dos estágios na PDD. ....	28
Figura 9 - Simulação Forward. ....	28
Figura 10 - Recursão Backward. ....	29
Figura 11 - Exemplo de processo de convergência da PDD. ....	30
Figura 12 - Fluxograma para consideração da rede elétrica na resolução de cada subproblema da PDD.....	31
Figura 13 - Exemplo da nova definição dos estágios para a PDD, para um fator de agregação ( $k$ ) igual a 2.....	34
Figura 14 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia tradicional ( $k=1$ ). ....	35
Figura 15 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ( $k=2$ ).....	35
Figura 16 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ( $k=3$ ).....	35
Figura 17 - Divisão dos intervalos de tempo na metodologia proposta ( $k=6$ ).....	35
Figura 18 - Problema completo e a sua solução ótima. ....	36
Figura 19 - Problema da Figura 18 decomposto em quatro subproblemas. ....	36
Figura 20 - Fluxograma para a resolução do problema proposto na Figura 19.....	37
Figura 21 - Problema com a decomposição proposta.....	38
Figura 22 - Fluxograma da metodologia proposta .....	38
Figura 23 - Exemplo de diferentes soluções com custos equivalentes.....	40
Figura 24 - Divisão dos períodos proposta para a PDO. ....	41



Figura 25 - Comparação do acoplamento entre os períodos 1 e 2 entre a metodologia tradicional e a proposta.....	42
Figura 26 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Dezembro/2007.....	50
Figura 27 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Fevereiro/2008.....	50
Figura 28 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Abril/2008.....	51
Figura 29 - Gráfico do tempo total e do número de iterações para o caso baseado no PMO de Setembro/2008.....	51
Figura 30 - Distribuição acumulada dos desvios para geração: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$ . .....	53
Figura 31 - Distribuição acumulada dos desvios para o volume armazenado: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$ . .....	54
Figura 32 - Distribuição acumulada dos desvios para CMO: Setembro/2008, $k=168$ e $k=21$ . .....	54
Figura 33 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Dezembro/2007.....	56
Figura 34 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Fevereiro/2008.....	57
Figura 35 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Abril/2008.....	57
Figura 36 - Tempo total e o número de iterações o PMO de Setembro/2008.....	58
Figura 37 - Distribuição acumulada dos desvios para geração: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$ . .....	59
Figura 38 - Distribuição acumulada dos desvios para volume armazenado: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$ . .....	60
Figura 39 - Distribuição acumulada dos desvios para o CMO: Setembro/2008, $k=1$ e $k=30$ . .....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Múltiplas soluções de mesmo custo .....	39
Tabela 2 - Número de colunas, linhas e elementos não nulos da matriz do PL dos casos bases.....	46
Tabela 3 - Análise de consistência para os casos de Dezembro/2007.....	47
Tabela 4 - Análise de consistência para os casos de Fevereiro/2008.....	47
Tabela 5 - Análise de consistência para os casos de Abril/2008.....	48
Tabela 6 - Análise de consistência para os casos de Setembro/2008.....	48
Tabela 7 - Comparação entre os tempos dos casos horários .....	49
Tabela 8 - Diferenças nos CMO's.....	52
Tabela 9 - Diferenças nas gerações .....	52
Tabela 10 - Diferenças nos Volumes finais, de cada período, nos reservatórios .....	52
Tabela 11 - Resumo dos resultados para os casos baseados nos PMO's de Dezembro/2007, Fevereiro/2008, Abril/2008 e Setembro/2008.....	55
Tabela 12 - Comparação dos menores tempos e os tempos metodologia tradicional ....	58
Tabela 13 - Porcentagem de valores diferentes para o CMO's.....	59
Tabela 14 - Porcentagem de valores diferentes para a geração.....	59
Tabela 15 - Porcentagem de valores diferentes para os volumes armazenados.....	59
Tabela 16 - Comparação entre os casos base e os casos com a rede elétrica: 30 períodos.....	62
Tabela 17 - Comparação entre os casos base e os casos com a rede elétrica: 168 períodos para os casos Dezembro/2007 e abril/2008.....	63
Tabela 18 - Comparação entre os casos bases e os casos com rede elétrica e perdas. ...	64
Tabela 19 - Comparação entre os casos bases e os casos com tempo de viagem: 30 períodos.....	65
Tabela 20 - $Z_{inf}$ e $Z_{sup}$ dos casos com tempo de viagem da água entre reservatórios.....	65
Tabela 21 - Comparação entre os casos bases e os casos com tempo de viagem: 168 períodos, Fevereiro/2008 e Setembro/2008.....	66
Tabela 22 - Comparação entre os casos bases e os casos com restrições de rampa.....	67

Tabela 23 - $Z_{inf}$ e $Z_{sup}$ dos casos com tempo de viagem da água entre reservatórios.....	67
Tabela 24 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera: 30 períodos. ....	68
Tabela 25 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera: 168 períodos, Fevereiro/2008 e Setembro/2008.....	69
Tabela 26 - Comparação entre os casos base e os casos com restrições de volume de espera (80%) para o caso de Dezembro/2007 com 30 períodos.....	69
Tabela 27 - Dados das usinas térmicas do Setembro/2008. ....	81
Tabela 28 - Dados das usinas hidroelétricas do Setembro/2008. ....	82

## SIGLAS UTILIZADAS

BCH	→	British Columbia Hydro Power Authority;
CMO	→	Custo Marginal de Operação;
CEPEL	→	Centro de Pesquisas em Energia Elétrica;
CMO	→	Custo Marginal da Operação;
FCF	→	Função de Custo Futuro;
FPHA	→	Função de produção hidráulica aproximada;
IT	→	Intervalo de tempo;
N	→	Subsistema Norte;
NE	→	Subsistema Nordeste;
ONS	→	Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro;
PL	→	Programação Linear;
PDD	→	Programação Dinâmica Dual;
PDO	→	Programação Diária da Operação;
PMO	→	Programa Mensal de Operação;
PPO	→	Problema do Planejamento da Operação;
POA	→	Progressive Optimality Algorithm;
PPL	→	Problema de Programação Linear;
S	→	Subsistema Sul;
SE	→	Subsistema Sudeste;
SIN	→	Sistema Interligado Nacional Brasileiro;
TV	→	Tempo de viagem;
VE	→	Volume de espera;

## NOTAÇÃO

$A$	→ Matriz de restrições de um PPL;
$b$	→ Vetor com limites de um PPL;
$B$	→ Matriz de admitância nodal;
$c$	→ Vetor de custo de um PPL;
$CT_j$	→ Custo linear de geração para a usina termoeletrica $j$ ;
$DK^t$	→ Demanda do subsistema $k$ no período $t$ ;
$defc_{k,p}^t$	→ Déficit de energia no subsistema $k$ , com profundidade $p$ , no intervalo $t$ ;
$e$	→ Índice de estágio da PDD;
$E$	→ Número de estágios da PDD;
$gap$	→ Tolerância de otimalidade;
$f_g$	→ Vetor com variáveis de folga;
$f_{km}$	→ Fluxo de potência entre as barras $k$ e $m$ ;
$\overline{f_{km}}$	→ Limite superior de fluxo para a linha entre as barras $k$ e $m$ ;
$\underline{f_{km}}$	→ Limite inferior de fluxo para a linha entre as barras $k$ e $m$ ;
$Z$	→ Função objetivo da PPL;
$GH_i^t$	→ Energia gerada no período $t$ pela usina hidroeletrica $i$ ;
$GT_j^t$	→ Energia gerada no período $t$ pela usina termoeletrica $j$ ;
$i$	→ Índice para usinas hidroeletricas;
$I$	→ Matriz identidade;
$Int_{k,p}^t$	→ Intercâmbio de energia do subsistema $k$ para o subsistema $p$ no período $t$ ;
$j$	→ Índice para usinas termoeletricas;
$JB_i$	→ Conjunto de usina elevatória tais que a usina $i$ é jusante;
$k$	→ Índice para subsistemas;
$M_i$	→ Conjunto de usinas a montante da usina $i$ ;
$Mb_i$	→ Conjunto de usinas elevatórias tais que a usina $i$ é montante;
$Md_i$	→ Conjunto de usinas que desviam água para a usina $i$ ;
$NB$	→ Número de barras na rede elétrica;
$nc$	→ Número de cortes da função de custo futuro;
$NCD$	→ Número de curvas para o custo de déficit;
$NE$	→ Número de usinas Elevatórias;
$NH$	→ Número de usinas Hidroeletricas;

$NS$	→ Número de subsistemas;
$NT$	→ Número de usinas Termoelétricas;
$P$	→ Vetor com as injeções líquidas de potência ativa;
$Q_i^t$	→ Volume turbinado no período $t$ pela usina hidroelétrica $i$ ;
$Qdesv_i^t$	→ Volume desviado pela usina $i$ no período $t$ ;
$Qbomb_j^t$	→ Volume bombeado pela usina elevatória $j$ no período $t$ ;
$S_i^t$	→ Volume vertido no período $t$ pela usina hidroelétrica $i$ ;
$t$	→ Índice para intervalos de tempo;
$T$	→ Número total de períodos;
$\bar{u}$	→ Vetor com os Limites superiores de variáveis;
$\underline{u}$	→ Vetor com os Limites inferiores de variáveis;
$V_i^t$	→ Volume ao final do período $t$ da usina hidroelétrica $i$ ;
$x$	→ Vetor de variáveis;
$Z$	→ Custo de um PPL;
$Z_{sup}$	→ Valor máximo para o custo total da operação;
$Z_{inf}$	→ Valor mínimo para o custo total da operação;
$\alpha(x)$	→ Custo futuro;
$EH$	→ Conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de volume de espera;
$DH$	→ Conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de defluência máxima e/ou mínima;
$\pi$	→ Vetor com as variáveis duais de um PPL;
$\tau_{i,j}$	→ Número de períodos que a água leva entre sair de $i$ e chegar em $j$ ;
$\mathcal{G}_k^H$	→ Conjunto de usinas hidroelétricas no subsistema $k$ ;
$\mathcal{G}_k^T$	→ Conjunto de usinas termoelétricas no subsistema $k$ ;
$\Omega_k$	→ Conjunto de subsistemas interligados ao subsistema $k$ ;
$\gamma_{const,i}^t$	→ Termo constante na inequação da FPHA da usina hidroelétrica $i$ no período $t$ ;
$\gamma_{Q,i}^t$	→ Coeficiente para o turbinamento inequação da FPHA da usina hidroelétrica $i$ no período $t$ ;
$\gamma_{S,i}^t$	→ Coeficiente para o vertimento da inequação da FPHA da usina hidroelétrica $i$ no período $t$ ;
$\gamma_{V,i}^t$	→ Coeficiente para o volume da inequação da FPHA da usina hidroelétrica $i$ no período $t$ ;

- $\theta$  → Vetor com os ângulos das tensões nodais;
- $\theta_k$  → Ângulo da barra  $k$ ;
- $\theta_{km}$  → Diferença angular entre as barras  $k$  e  $m$ ;
- $\gamma_{km}$  → Reatância entre as barras  $k$  e  $m$ ;
- $\mathcal{R}^n$  → Conjunto dos números reais com dimensão  $n$ ;

# 1. INTRODUÇÃO

O problema de planejamento da operação (PPO) de sistemas hidrotermoelétricos consiste em determinar uma política de operação para as usinas hidroelétricas e termoelétricas que minimize o custo total de operação, para um horizonte em geral de 5 a 10 anos. Devido ao fato do problema ser complexo e de grande porte, como no caso brasileiro, pode-se dividi-lo em 3 etapas, denominadas na literatura como: longo prazo, médio prazo e curto prazo.

O trabalho apresentado nesta dissertação está focado na etapa de curto prazo, denominada no Brasil de programação diária da operação (PDO). Este problema consiste em determinar um despacho horário para as usinas ao longo de uma ou duas semanas, com o objetivo de minimizar a soma dos custos de operação ao longo das semanas com o custo futuro, sinalizado pela etapa de médio prazo (denominada no Brasil de curto prazo).

Para se obter o despacho das usinas é necessário considerar, além do atendimento à demanda, do balanço hídrico e da função de produção das usinas hidroelétricas, diversos outros aspectos do sistema, tais como: a rede de transmissão de energia elétrica, limites inferiores e superiores de defluências para as usinas, tempos de viagem da água entre reservatórios, volumes de espera para o controle de cheias, etc. De forma a considerar simultaneamente todos esses aspectos, faz-se necessário o desenvolvimento de ferramentas matemáticas e computacionais robustas, precisas e que forneçam o resultado em tempo hábil.

Em geral, no estudo de PDO, o sistema é ricamente detalhado, o que leva a um grande número de restrições e variáveis para o problema de otimização a ser resolvido. Desta forma, é comum empregar técnicas de decomposição para resolver o problema, o que leva à sua divisão em um determinado número de subproblemas. Esta divisão do problema de PDO será analisada em detalhes neste trabalho, no contexto de utilização da técnica de programação dinâmica dual (PDD) para resolver o problema.

O Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL) desenvolve uma cadeia de modelos utilizada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) para o planejamento do Sistema Interligado Nacional (SIN) brasileiro. Adotando a terminologia vigente no



Brasil, para o médio prazo têm-se o modelo NEWAVE, para o curto prazo o modelo DECOMP e para a PDO o modelo DESSEM, que está sendo validado pelo ONS e empresas do setor elétrico.

Tradicionalmente, se decompõe o problema de PDO em  $T$  subproblemas, onde  $T$  é o número de intervalos de tempo em que se subdivide o horizonte de estudo. Esta decomposição é a natural, pois se decompõe o problema da mesma forma em que se discretiza o horizonte de estudo. Os modelos NEWAVE e DECOMP, assim como o modelo DESSEM, aplicam a estratégia de PDD para resolver o problema, com essa decomposição de 1 estágio para cada intervalo de tempo. Entretanto, observa-se que o modelo DESSEM pode levar um grande tempo computacional para resolver o problema quando o número de estágios é grande, devido ao fato desse modelo representar restrições que promovem um forte acoplamento temporal como, por exemplo, o tempo de viagem da água.

O objetivo deste trabalho é propor uma forma alternativa de decompor o problema dentro do contexto de utilização da PDD para o modelo DESSEM, com a finalidade de reduzir o tempo computacional para resolver o problema de PDO. A estratégia proposta consiste em incluir em um mesmo subproblema mais de um intervalo de tempo. Com isso há uma redução no número de subproblemas a serem resolvidos, embora o tempo para resolver cada subproblema se torne maior. Num balanço final entre o tempo por subproblema e o número de subproblemas, busca-se o ponto em que o tempo computacional seja o mínimo possível.

Sendo  $k$  o número médio de intervalos de tempo englobados em um mesmo subproblema (fator de agregação), faz-se um estudo de sensibilidade de como se comporta o valor ótimo de  $k$  na a metodologia proposta de acordo com diversos aspectos que podem ser incluídos no problema, tais como a consideração da rede elétrica, o tempo de viagem da água entre reservatórios, restrições para o controle de cheias e limites de rampa para geração para as usinas hidroelétricas.

Um dos motivos da decomposição tradicional do problema de PDO em subproblemas é a limitação de hardware (computadores) e software (pacotes de otimização). Com as inovações tecnológicas alcançadas na última década, tanto na área de computadores quanto na área de programas de otimização, pode-se resolver problemas de

Programação Linear de maior porte (maior número de colunas, linhas e elementos não nulos da matriz de restrições) em um tempo razoável. Esta é uma dos motivos principais para a aplicação da estratégia proposta neste trabalho.

O modelo DESSEM, desenvolvido pelo CEPEL para a programação diária da operação, será utilizado como ferramenta para os estudos apresentados. O problema resolvido possui as restrições de balanço hídrico e função de produção para cada usina hidroelétrica, atendimento à demanda por subsistema, restrições operativas (defluência máxima/mínima, manutenção de máquinas, controle de cheias,...), limites de fluxo nas linhas de transmissão, entre outras. O horizonte de estudo é de até 1 semana e dois tipos de discretização foram consideradas: uma horária, típica na literatura e uma em intervalos de tempos com duração de várias horas, que é a discretização adotada pelo ONS. O acoplamento com o médio prazo é feito por uma função de custo futuro (FCF).

Os resultados mostram que a metodologia proposta oferece uma significativa redução de tempo computacional. Observou-se que o fator "ótimo" de agregação, para o qual se obtém o menor tempo computacional, depende das restrições consideradas no problema. Em alguns casos, principalmente quando se considera tempo de viagem da água, o menor tempo foi obtido utilizando-se o fator máximo de agregação, ou seja, sem decompor o problema.

Este trabalho foi dividido em três partes principais. Na primeira parte descreve-se de forma superficial o problema planejamento da operação (capítulo 2) e o modelo matemático para o problema de PDO considerado neste trabalho (capítulo 3). Na segunda parte, descreve-se a metodologia de PDD adotada para resolver o problema de PDO, tanto na forma tradicional, apresentada na literatura (capítulo 4), quanto na forma proposta neste trabalho (capítulo 5). Na terceira parte, realizam-se estudos de caso com o intuito de comparar as duas metodologias e realizar uma análise de sensibilidade da metodologia proposta em relação a variações na formulação do problema (capítulo 6). Ao final do trabalho são apresentadas as conclusões e considerações finais (capítulo 7), além de sugestões para trabalhos futuros.

## 2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROELÉTRICA

### 2.1. Características do Planejamento da Operação

O problema de planejamento da operação (PPO) de sistemas hidrotérmicos consiste, tradicionalmente, em se obter uma política de operação para as usinas hidroelétricas e termoelétricas, a qual minimize a soma dos custos operacionais a curto, médio e longo prazos [1], [2]. Esta política, calculada em geral para um horizonte de estudo de 5 a 10 anos, é obtida a partir de uma configuração do sistema definida pelo planejamento da expansão.

As principais características do PPO são:

**Estocasticidade:** as afluições às usinas hidroelétricas no futuro não são conhecidas. Utilizam-se, portanto, métodos estocásticos, baseados em séries temporais, para gerarem cenários futuros de afluições às usinas;

**Acoplamento Temporal:** como a disponibilidade de água para as usinas hidroelétricas depende não só das afluições naturais, mas também do volume armazenado em seus reservatórios, a decisão do despacho de geração hidroelétrica e/ou termoelétrica no presente interfere na disponibilidade de água para as usinas hidroelétricas no futuro;

**Acoplamento Espacial:** as usinas hidroelétricas são acopladas espacialmente, devido à presença de várias usinas em uma mesma cascata. Assim a disponibilidade de água para a geração em uma usina depende das defluências realizadas pelas usinas à montante.

Por essas características, o PPO é considerado um problema complexo, em particular para sistemas de grande porte como o brasileiro, com mais de 120 usinas hidroelétricas e mais de 70 usinas termoelétricas. Por isso, existe a necessidade de uma formulação matemática e métodos computacionais eficientes, que forneçam um resultado com boa precisão e em tempo hábil.

Uma forma de reduzir a complexidade deste problema é decompô-lo em subproblemas correspondentes ao planejamento a longo, médio e curto prazos, conforme descrito na seção seguinte.

## 2.2. Etapas do Planejamento da Operação do Sistema Interligado Nacional Brasileiro

No Brasil, o problema de planejamento da operação (PPO) do sistema interligado nacional (SIN) é dividido nas três etapas seguintes, de acordo com a nomenclatura definida pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS):

- **Médio Prazo**: No estudo de médio prazo têm-se um horizonte de 5 a 10 anos, discretizados mensalmente. O estudo, nesta etapa, tem um enfoque maior para o tratamento das incertezas do problema, com um menor detalhamento do sistema. Por exemplo, as usinas hidroelétricas são representadas por sistemas equivalentes e a transmissão através dos intercâmbios energéticos entre os subsistemas. Por outro lado, as incertezas em relação às aflúncias naturais às usinas hidroelétricas são modeladas através de um sofisticado modelo de séries temporais auto-regressivo;
- **Curto Prazo**: No curto prazo, têm-se um horizonte de até 1 ano. A discretização é semanal para o primeiro mês, com um único cenário para as aflúncias, e mensal para o restante do horizonte de estudo, considerando-se uma árvore de cenários para as aflúncias às usinas hidroelétricas. As usinas hidroelétricas são representadas individualmente e a rede de transmissão é considerada através dos intercâmbios entre os subsistemas;
- **Programação Diária da Operação (PDO)**: Nesta etapa, considera-se um horizonte de no máximo duas semanas, com discretização tipicamente horária. Prioriza-se uma modelagem detalhada do sistema, incluindo-se a representação de detalhada da rede elétrica e de algumas especificidades de geração das usinas como, por exemplo, o tempo de viagem da água entre reservatórios. Por outro lado, o problema é modelado de forma determinística, considerando um único cenário de aflúncias às usinas hidroelétricas.

Na discretização temporal do problema de PDO, os intervalos de tempo são também denominados de patamares cronológicos<sup>1</sup> ou períodos, os quais podem ter duração de

---

<sup>1</sup> Os patamares cronológicos recebem este nome, pois, apesar de estarem associados aos patamares de carga, respeitam a uma cronologia. Nos modelos NEWAVE e DECOMP, os patamares de carga aproximam a curva de duração de carga em cada período, e não possuem ordem cronológica entre si.

tempo não uniforme. Cada patamar cronológico varia, em geral, de no mínimo 30 minutos até algumas horas.

Na etapa de PDO, que será o foco deste trabalho, o objetivo é obter uma solução que minimize o custo total da operação, o qual se divide em duas parcelas. A primeira parcela é o custo presente, avaliado ao longo do horizonte de estudo, que é a soma dos custos de geração das usinas termoeletricas e o custo de déficit, que consiste no custo de não atendimento à demanda do sistema. A segunda parcela é o custo futuro, que é sinalizado por meio de uma Função de Custo Futuro (FCF) fornecida pela etapa de curto prazo. Esta FCF relaciona o estado final do sistema (volumes finais nos reservatórios) com o custo estimado de operação do sistema após o horizonte de estudo da PDO, contabilizado a valor presente.

O Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS) realiza o planejamento do SIN utilizando uma cadeia de modelos desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL). Para o médio prazo, utiliza-se o modelo NEWAVE [3]; para o curto prazo, utiliza-se o modelo DECOMP [4]; e para a PDO está sendo validado, pelo ONS e diversas empresas do setor elétrico, o modelo DESSEM-PAT [5].

A Figura 1 ilustra as etapas no planejamento da operação do SIN:

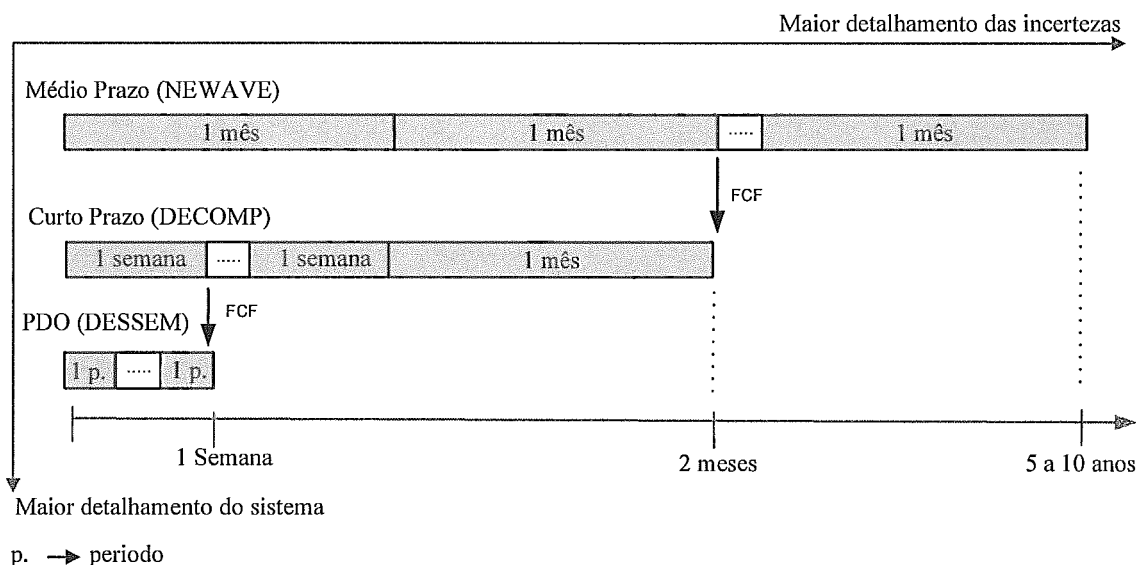


Figura 1 - Cadeia de modelos desenvolvida pelo CEPEL para o planejamento da Operação do SIN.

Mensalmente, o ONS realiza a Programação Mensal da Operação (PMO), executando o modelo NEWAVE a fim de determinar uma política de operação do sistema. Com isso,

define-se uma FCF a ser utilizada pelo modelo DECOMP e obtêm-se uma estimativa da evolução do armazenamento dos reservatórios equivalentes do sistema, e das gerações das usinas termoeletricas nos próximos meses, para diversos cenários hidrológicos. Também são realizados diversos estudos com o objetivo de analisar o suprimento de energia no futuro.

Posteriormente, em cada semana do mês em vigor, executa-se o modelo DECOMP a fim de se obter metas semanais de geração para as usinas, em cada patamar de carga (leve, média e pesada). Simultaneamente, obtêm-se os preços de energia em cada um desses patamares, a partir dos custos marginais de operação (CMO) do sistema obtidos pelo modelo. Atualmente, com base nestas metas semanais, realiza-se a PDO com uma antecedência de dois dias.

Está em validação, desde 2008, o modelo DESSEM-PAT, objeto desta dissertação. No futuro, este modelo deverá servir de ferramenta de auxílio para a elaboração da PDO pelo ONS. Este programa obtém uma programação com um horizonte de até quinze dias, o qual é discretizado em patamares cronológicos cuja duração pode variar de meia hora até algumas horas. A rede de transmissão é considerada de forma detalhada, representando-se cada circuito da rede elétrica e considerando os seus limites de fluxo.

### **2.3. Revisão Bibliográfica do problema de PDO**

O problema de PDO tem sido estudado desde a década de 60, tendo sido utilizados desde então diversos modelos matemáticos e estratégias de solução. Em muitos desses estudos, empregam-se técnicas de decomposição, motivadas pelas limitações das máquinas (hardware), valendo-se do fato que, muitas vezes, é mais eficiente resolver vários subproblemas menores, sucessivas vezes, do que resolver um grande problema de uma única vez.

Neste capítulo, será feita uma breve referência a alguns trabalhos representativos na modelagem e resolução do PPO e mais especificamente do problema de PDO.

Em [6] é apresentado um modelo para resolver o PPO dividido em duas etapas: a longo e a curto prazo. Não linearidades são representadas na Função Objetivo utilizando-se relaxação Lagrangeana. Para o problema de curto prazo, é realizada uma simulação AC

da rede elétrica. Ao final do trabalho, é apresentado um estudo com 2 usinas hidroelétricas e 2 usinas termoelétricas.

Em [7], é utilizado um método direto para resolver o PDO de sistemas hidrotérmicos. Neste trabalho, o Planejamento da Operação foi modelado como um problema de programação não-linear, com a função objetivo não-linear, e restrições lineares e não-lineares. Esta técnica resolve o problema utilizando um método de direções viáveis.

Técnicas de decomposição e de coordenação são utilizadas em [8] para resolver o PPO estocástico. Neste caso, o problema foi decomposto em Subproblemas Térmico, Estocástico e Hidráulico, através da dualização das restrições de atendimento à demanda para cada cenário de aflúncias. Também é feita uma breve interpretação econômica do problema. Discute-se a questão de custo / benefício entre usar a água presente nos reservatórios das usinas hidroelétricas, para gerar energia elétrica, ou manter armazenada a água para o futuro, utilizando as usinas termoelétricas para atender a demanda.

Um algoritmo de otimalidade progressiva (Progressive Optimality Algorithm, POA) foi utilizado em [9] para resolver o problema de programação em um curto prazo, com usinas em cascata e considerando o tempo de viagem da água entre os reservatórios. Neste trabalho a rede elétrica foi representada por um modelo AC.

Em [10] o PPO é dividido em três etapas: estratégia de longo prazo, programação de médio prazo e pré-despacho, tendo como um dos principais objetivos do PPO o estabelecimento de metas semanais para as usinas hidroelétricas e termoelétricas. O problema de pré-despacho tem como objetivo produzir um despacho horário para a geração, que não viole as restrições da rede elétrica, e atenda à meta semanal estabelecida pela Programação à Médio Prazo. O problema é modelado como um problema de programação linear (PL) de grande porte e resolvido por decomposição de Dantzig-Wolfe. Os subproblemas de "re-despacho ótimo horário", são resolvidos pelo método Dual-Simplex. Ao final é apresentado um estudo de caso com a Região Sudeste do Brasil, com 20 geradores e uma rede elétrica representada por 47 barras e 97 linhas de transmissão.

Uma metodologia para coordenar a programação de médio e curto prazo de sistemas hidrotermoelétricos é apresentada em [11], onde os problemas da rede elétrica,

encontrados no curto prazo, são traduzidos em restrições para o médio prazo. Essas restrições, construídas através dos cortes de Benders, constituem-se em um instrumento de coordenação entre o curto e o médio prazo. Com esta técnica de separar o problema de médio e curto prazo em dois subproblemas, que trocam informações através dos Cortes de Benders, permite-se que tais subproblemas possuam técnicas específicas de resolução, resultando em melhor desempenho no tempo computacional e eficiência na otimização global.

Uma vertente da programação dinâmica, denominada de "Programação Dinâmica Multi-Passo", foi utilizada em [12], incluindo-se restrições de rampa para a geração das usinas. A proposta foi de se utilizar apenas soluções viáveis, passo a passo, ao invés de se utilizar todos os estados para a geração das usinas, como na Programação Dinâmica tradicional.

O trabalho [13] propôs um modelo para a programação a curto prazo de sistemas hidrotérmicos decompondo o sistema em duas partes: um subsistema térmico, onde é definido o custo marginal para uma dada produção hidroelétrica, e o subsistema hidráulico, onde é obtida a programação com base nos custos marginais definidos pelo subsistema térmico. A mesma técnica de decomposição foi utilizada em [14], onde também foram empregadas técnicas de otimização baseadas na programação de fluxo em redes, com o intuito de aprimorar a eficiência computacional do modelo.

Em [15], é apresentado um método para análise de re-despacho das usinas em situação de contingência na rede elétrica. Utilizou-se um algoritmo de fluxo em redes linear, um modelo DC para a rede elétrica e aplicaram-se técnicas heurísticas. O problema é dividido em dois estágios. No primeiro estágio é obtida uma solução ótima para a programação em condições normais, enquanto que no segundo estágio são inseridas as possíveis contingências na rede elétrica.

Em [16] o problema de curto prazo foi resolvido por relaxação Lagrangeana das metas semanais de defluências para as usinas. A rede elétrica é representada por um modelo DC. Outra importante característica do modelo é a representação do tempo de viagem da água entre os reservatórios. Propôs-se de fazer uma simulação hidráulica, minimizando os desvios das metas de geração estabelecidas pelo modelo de médio/longo prazo, e em seguida uma otimização do sistema elétrico.



Em [17] foi apresentada a programação dinâmica dual aplicada ao planejamento da operação, tanto para o caso determinístico (para o curto prazo) quanto para o caso estocástico (para o médio e longo prazo).

Em 1994 foi proposto por [18] um modelo de otimização para a geração de curto prazo, com uma representação DC da rede elétrica, utilizando-se Programação Linear (PL) tradicional.

A resolução do problema de programação de curto prazo através de algoritmos de fluxo em redes também foi descrita em detalhes em [19], no qual se utilizou um modelo DC da rede elétrica, um modelo linear para a geração hidroelétrica, restrições de reserva de energia, entre outras.

Em [20], apresenta-se um modelo de programação inteira-mista para as usinas hidroelétricas no planejamento de curto prazo. A vantagem apresentada pelo autor foi de considerar como pontos de quebra, na construção da função de produção hidroelétrica, apenas os pontos de máxima eficiência. O problema é decomposto para cada usina hidroelétrica, sendo considerados os custos de partida das usinas.

A relaxação Lagrangeana foi utilizada em [21] para determinar a coordenação de sistemas hidrotérmicos. Em [22] foi estudado um novo procedimento de atualização dos multiplicadores de Lagrange, que é uma questão importante quando se utiliza relaxação Lagrangeana para resolver o problema. Em [23], uma técnica baseada em algoritmos genéticos (AG) foi utilizada para determinar o despacho horário ótimo para um sistema hidrotérmico.

A “British Columbia Hydro Power Authority” (BCH) desenvolveu um modelo para determinar a geração horária ótima aplicada ao sistema do Canadá, para o qual se utilizou PL e o pacote de resolução CPLEX e AMPL [24].

Em [2] é apresentada uma descrição das principais características dos modelos a serem utilizados para o planejamento e para a operação do sistema energético brasileiro.

Em [25], apresentou-se um modelo baseado em PDD com a consideração da rede elétrica por meio de um modelo DC. O aperfeiçoamento deste modelo deu origem futuramente ao modelo DESSEM-PAT, a partir do qual se realizou o trabalho desta dissertação.

Esta breve revisão está longe de ser exaustiva, e procurou apenas mencionar alguns dos trabalhos e técnicas importantes apresentadas na literatura para os problemas de planejamento da operação e da PDO. Uma revisão mais completa sobre técnicas de resolução e modelagem do problema de planejamento da operação é apresentada em [26].

### 3. MODELO MATEMÁTICO PARA A PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO

O problema de programação diária da operação (PDO) considerado neste trabalho é modelado por restrições lineares. Eventuais não linearidades são representadas, quando possível, por aproximações lineares por partes. Com isto obtêm-se um problema de programação linear (PPL) com  $m$  restrições e  $n$  variáveis, como definido em (1):

$$\begin{aligned} \min Z &= c^T x & (a) \\ \text{s.a.} & & \\ \underline{b} &\leq Ax \leq \bar{b} & (b) \\ \underline{u} &\leq x \leq \bar{u} & (c) \end{aligned} \tag{1}$$

onde  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $c \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\bar{b}$  e  $\underline{b} \in \mathfrak{R}^m$ ,  $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ ,  $\bar{u}$  e  $\underline{u} \in \mathfrak{R}^n$ , e  $Z$  é a função objetivo. O vetor  $x$  contém as variáveis do PPL (gerações, volumes, turbinamentos, etc);  $c$  é um vetor com os custos unitários para as variáveis (ex.: custo linear de geração térmica, custo de déficit, etc);  $\bar{b}$  e  $\underline{b}$  são os limites superiores e inferiores das restrições, sendo que, nos casos de restrições de igualdade (como por exemplo, as equações de conservação da água, vide seção 3.2), os dois valores são iguais;  $A$  é a matriz com os coeficientes das restrições;  $\bar{u}$  e  $\underline{u}$  são os limites e/ou capacidades das variáveis (capacidade de geração, capacidade de armazenamento, etc). As restrições e variáveis serão detalhadas posteriormente.

As restrições do problema podem ser divididas em dois tipos: as físicas e as operativas. As restrições físicas são definidas pelas características naturais dos componentes do sistema, tais como o armazenamento máximo dos reservatórios e a capacidade de geração das usinas. As restrições operativas representam requisitos para a operação do sistema, tais como a demanda a ser atendida e as defluências máximas e/ou mínimas para as usinas hidroelétricas.

O horizonte de estudo é dividido em intervalos de tempo, também denominados de períodos. Os períodos podem ter a sua duração variável. Como resultados da PDO obtêm-se os valores das variáveis e restrições (descritas a seguir) para cada período. A Figura 2 ilustra a definição de período.

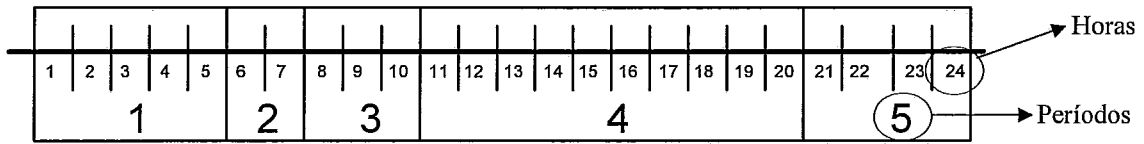


Figura 2 - Definição de período.

Na Figura 2, tem-se um horizonte de um dia (24 horas) dividido em 5 períodos ou intervalos de tempo<sup>2</sup>. Em cada período os valores para os dados e variáveis correspondem aos valores médios ao longo das horas que compõem o período.

### 3.1. Função Objetivo

Deseja-se minimizar a soma dos custos de geração térmica com os custos de não atendimento à demanda, também denominado de custo de déficit, e o custo futuro. Desta forma a função objetivo é definida pela equação (2):

$$Z = \sum_{t=1}^T \left( \sum_{j=1}^{NT} CT_j GT_j^t + \sum_{k=1}^{NS} \sum_{p=1}^{NCD_k} CD_{k,p}^t Defc_{k,p}^t \right) + \alpha^T (V^T), \quad (2)$$

onde  $T$  é o número de intervalos de tempo em que o horizonte de estudo é dividido;  $NT$  é o número de usinas térmicas no sistema;  $NS$  é o número de Subsistemas no qual se subdivide o sistema;  $GT_j^t$  é a geração térmica da usina  $j$ , no intervalo  $t$ ;  $CT_j$  é o custo linear de geração<sup>3</sup> para a usina térmica  $j$ ;

O custo unitário de déficit de energia varia com a profundidade do corte de carga. Assim, o custo de déficit é modelado como as gerações de várias usinas térmicas fictícias, onde o custo incremental e a capacidade de geração de cada usina correspondem respectivamente, ao custo unitário e à profundidade de cada patamar de déficit. Esta representação é ilustrada na Figura 3. Na equação (2),  $NCD_k$  é o número de segmentos de reta que representam a curva de custo de *Déficit* para o subsistema  $k$ ,  $Defc_{k,p}^t$  é o déficit no atendimento à demanda do subsistema  $k$ , para o segmento  $p$ , no intervalo de tempo  $t$ , e  $CD_{k,p}^t$  é o seu respectivo custo linear.

<sup>2</sup> Neste trabalho serão utilizados os dois termos como sinônimos: período e intervalo de tempo (ou simplesmente intervalo).

<sup>3</sup> Funções de custo lineares por partes podem ser representadas dividindo-se a geração de cada usina em diversos segmentos.

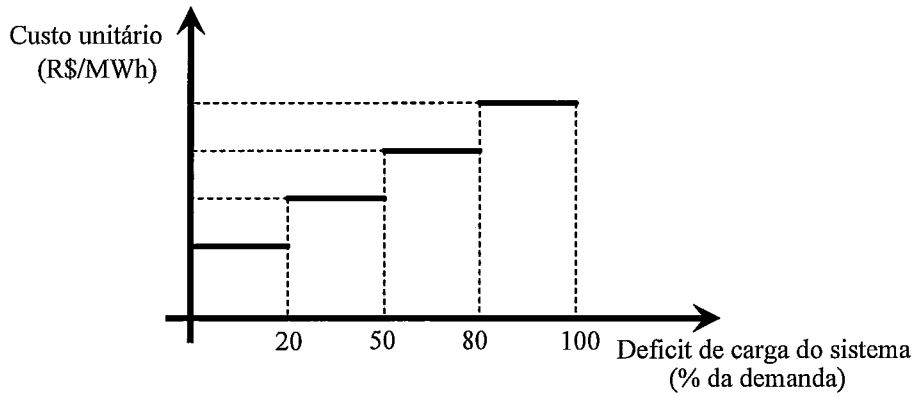


Figura 3 - Curva de custo unitário de déficit por profundidade de corte de carga.

O termo  $\alpha^T$  representa o custo futuro, expresso como uma função linear por partes do vetor  $V^T$  de volumes armazenados nos reservatórios ao final do intervalo  $T$ . A Figura 4 ilustra a função de custo futuro.

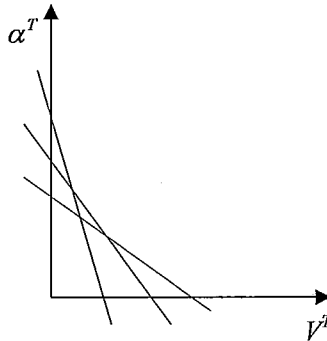


Figura 4 - Função de custo futuro.

### 3.2. Equação de Conservação da Água

Também chamada de Balanço Hidráulico, é uma restrição física do problema e representa a chegada e saída de água no tempo para as usinas em cascata ao longo dos rios. Esta restrição é representada pela equação (3):

$$V_i^t + Q_i^t + S_i^t + Q_{desv_i} + \sum_{j \in Jb_i} Q_{bomb_j^t} =$$

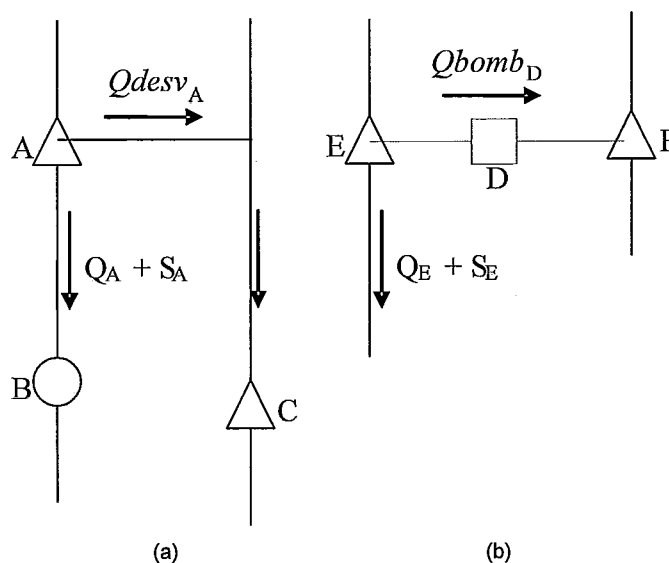
$$A_i^t + V_i^{t-1} + \sum_{j \in M_i} (Q_j^{t-\tau_{ij}} + S_j^{t-\tau_{ij}}) + \sum_{j \in Md_i} (Q_{desv_j^t}) + \sum_{j \in Mb_i} (Q_{bomb_j^t}), \quad (3)$$

$$i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T,$$

onde  $M_i$  é o conjunto de usinas a montante da usina  $i$ ;  $Md_i$  é o conjunto de usinas com canal de desvio para a usina  $i$ ;  $Mb_i$  é o conjunto de usinas elevatórias que bombeiam água para a usina  $i$ ;  $Jb_i$  é o conjunto de usinas elevatórias que bombeia água da usina  $i$  para outra usina;  $NH$  é o número de usinas hidroelétricas;  $V_i^t$  é o volume armazenado da usina  $i$  ao final do intervalo  $t$ ;  $Q_i^t$  é o turbinamento,  $S_i^t$  é o vertimento e  $Qdesv_i^t$  é o desvio da usina  $i$  no intervalo de tempo  $t$ ;  $Qbomb_j^t$  é o bombeamento da usina elevatória  $j$  no intervalo de tempo  $t$ ; O fator  $\tau_{ij}$  representa o tempo de viagem (TV) da água entre as usinas  $i$  e  $j$ .

O desvio ( $Qdesv$ ) pode ocorrer quando uma usina possui um canal de desvio artificial para outra usina que não seja a sua usina de jusante (aquela para onde se destinam o turbinamento e o vertimento), como ilustrado na Figura 5a.

As usinas elevatórias bombeiam a água de uma usina que está em uma cota mais baixa para outra usina que está em uma cota mais alta, com o objetivo de se obter um ganho energético com o aproveitamento de alturas de queda mais elevadas.



A, B, C, E, F: Usinas Hidroelétricas  
 D: Usina elevatória

Figura 5 - Desenho esquemático de um desvio de água e de uma usina elevatória.

No exemplo da Figura 5a, a usina A deflui ( $Q_A + S_A$ ) para a usina de jusante B, e desvia ( $Qdesv_A$ ) para a usina C. Na Figura 5b a usina elevatória D bombeia água da usina E para a usina F, a qual está em uma cota superior a da usina E.

### 3.2.1. Tempo de viagem da água

O tempo de viagem da água entre usinas hidroelétricas é o tempo decorrido para que a água turbinada e/ou vertida por uma usina hidroelétrica chegue a sua usina de jusante. A consideração do tempo de viagem da água na PDO implica em um acoplamento forte entre os intervalos de tempo, principalmente para as usinas a fio d'água, pois a operação do intervalo  $t$  depende da operação de intervalos de tempo anteriores ao intervalo  $t$ . Como as usinas a fio d'água não possuem reservatórios para armazenar água, estas dependem ainda mais da operação das usinas a montante em intervalos anteriores.

Na equação (3), o termo  $\tau_{i,j}$  é o número de intervalos de tempo necessários para que a água defluída na usina  $i$  chegue à próxima usina de jusante  $j$ . A Figura 6 mostra um diagrama esquemático para o tempo de viagem da água. Observa-se que, no período 1, chegam à usina B defluências anteriores ao início do estudo, as quais devem ser fornecidas como dados de entrada para o estudo. Já no período  $T$ , a defluência de A não chega à usina B antes do final do estudo.

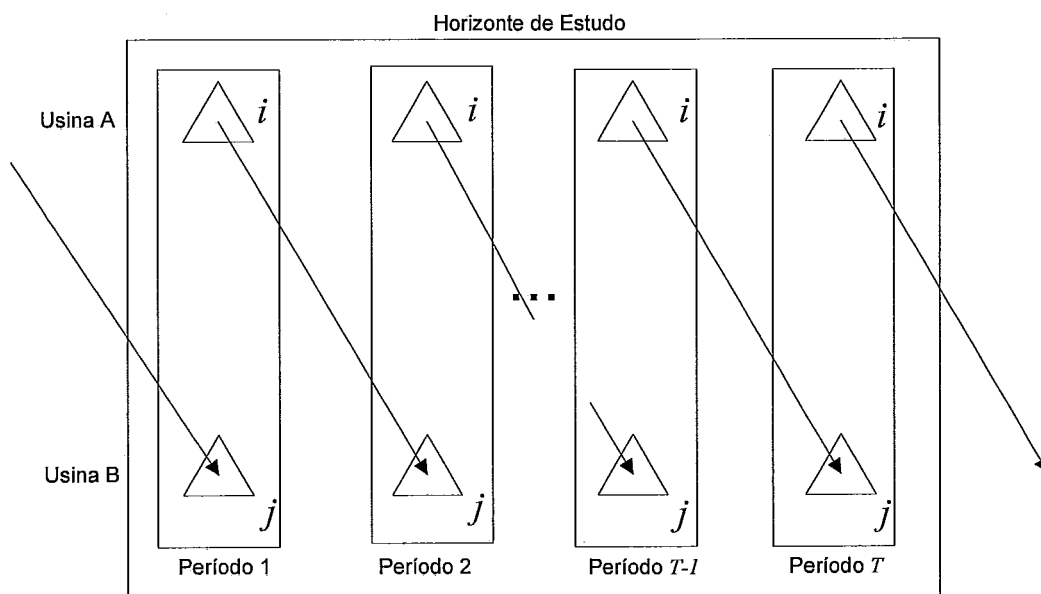


Figura 6 - Esquema de tempo de viagem da água de 1 hora entre duas usinas A e B em cascata.

A Figura 7 ilustra o acoplamento temporal devido ao tempo de viagem. Os números maiores representam os intervalos de tempos (1 a 5), e os menores as horas (1 a 24). A extremidade inicial das setas indica a hora em que ocorrem algumas defluências da usina de montante, e a extremidade final das setas indica a hora em que a usina de

jusante recebe cada defluência. Neste exemplo, o tempo de viagem entre a usina A e a usina B é de 3 horas.

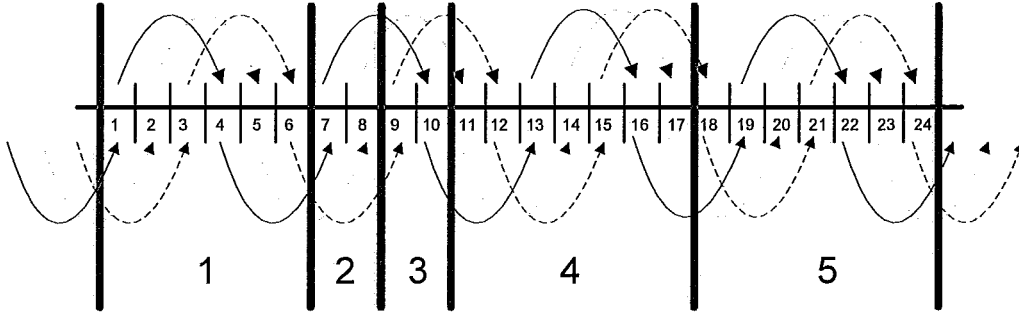


Figura 7 - Acoplamento temporal provocado pelo tempo de viagem.

Considerando que a defluência da usina A em cada intervalo se distribui uniformemente ao longo das horas desse intervalo, parte da água defluída no primeiro intervalo de tempo chega ao mesmo intervalo de tempo (ex. defluência da hora 1), parte chega apenas no segundo intervalo de tempo (ex. defluências da hora 4) e ainda há uma parcela que chega somente no terceiro intervalo de tempo (ex. defluências da hora 6). Ou seja, neste caso a operação do primeiro período impacta a operação do segundo e do terceiro períodos. Este acoplamento temporal dificulta a resolução do problema quando se utiliza a PDD, pois há a necessidade de "troca de informações" entre períodos distantes um do outro (no exemplo, os períodos 1 e 3). Esta dificuldade é mais grave quando o tempo de viagem é maior e a discretização do tempo é menor, pois maior se torna a distância entre o período em que a água é defluída de A e o período em que a água chega em B (esta distância temporal é comumente chamada de "lag"). O efeito deste acoplamento será analisado neste estudo.

### 3.3. Atendimento à Demanda dos Subistemas

Nestas restrições, a soma entre as gerações das usinas e um eventual déficit de energia deve ser igual à demanda de cada subsistema, considerando-se os intercâmbios de energia entre os subsistemas:

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_k^H} GH_i^t + \sum_{j \in \mathcal{G}_k^T} GT_j^t + \sum_{p=1}^{NCD_k} Defc_{k,p}^t + \sum_{p \in \Omega_k} (Int_{pk}^t - Int_{kp}^t) = D_k^t,$$

$$k = 1, \dots, NS; t = 1, \dots, T, \quad (5)$$



onde  $GH_i^t$  é a geração da usina hidroelétrica  $i$  no intervalo de tempo  $t$ ;  $\mathcal{G}_k^H$  e  $\mathcal{G}_k^T$  indicam respectivamente o conjunto de usinas hidroelétricas e termoelétricas do subsistema  $k$ ;  $Int_{kp}^t$  é o intercambio de energia do subsistema  $k$  para o subsistema  $p$  no intervalo de tempo  $t$ ;  $\Omega_k$  é o conjunto de subsistemas que estão conectados ao subsistema  $k$ ; e  $D_k^t$  é a carga do subsistema<sup>4</sup>  $k$  no intervalo de tempo  $t$ .

### 3.4. Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA)

Comumente chamada apenas de Função de Produção, este conjunto de inequações relacionam a geração de uma usina hidroelétrica com a sua operação hidráulica. Nela, a geração da usina é função da vazão turbinada e vertida<sup>5</sup> pela usina e do volume armazenado em seu reservatório, através de uma modelagem linear por partes [27], [4]. Nesta modelagem, constroem-se  $p$  inequações, similares a inequação (7), para modelar a FPHA de cada usina. Quanto maior for o valor de  $p$ , mais detalhada será a FPHA.

$$GH_i^t - \gamma_{V_{i,l}}^t \frac{V_i^t}{2} - \gamma_{Q_{i,l}}^t Q_i^t + \gamma_{S_{i,l}}^t S_i^t \leq \gamma_{const,l}^t + \gamma_{V_{i,l}}^t \frac{V_i^{t-1}}{2},$$

$$i = 1, \dots, NH, \quad t = 1, \dots, T \text{ e } l = 1, \dots, p_i \quad (7)$$

onde  $p_i$  é o número de cortes para a FPHA da usina  $i$ ,  $\gamma_{V_{i,l}}^t$ ,  $\gamma_{Q_{i,l}}^t$ ,  $\gamma_{S_{i,l}}^t$  e  $\gamma_{const,l}^t$  são os coeficientes para o volume armazenado, turbinamento, vertimento e o termo constante da inequação do corte  $l$  da usina  $i$  no intervalo  $t$ .

### 3.5. Restrições Operativas

Estas restrições são decorrentes do atendimento aos múltiplos usos da água, tais como irrigação, navegação, controle de vazão de calha de rios, controle de nível em reservatórios, etc. As principais restrições são:

- Bombeamento, Desvio, Turbinamento e Vertimento máximos e/ou mínimos para uma usina elevatória e hidroelétrica, que podem variar ao longo do tempo;

$$\underline{Vbomb}_i^t \leq Vbomb_i^t \leq \overline{Vbomb}_i^t, \quad i = 1, \dots, NE, \quad t = 1, \dots, T \quad (8)$$

<sup>4</sup> Ao se considerar a rede elétrica, a carga do subsistema será a soma das cargas nas barras da rede elétrica pertencentes ao subsistema.

<sup>5</sup> Somente para as usinas onde o canal de fuga interfere na cota de jusante.

$$\underline{Vdesv}_i^t \leq Vdesv_i^t \leq \overline{Vdesv}_i^t, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T \quad (9)$$

$$\underline{Q}_i^t \leq Q_i^t \leq \overline{Q}_i^t, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T. \quad (10)$$

$$\underline{S}_i^t \leq S_i^t \leq \overline{S}_i^t, i = 1, \dots, NH, t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

onde  $NE$  é o número de usinas elevatórias.

- Defluência (turbinamento + vertimento) máxima e/ou mínima para uma usina;

$$\underline{def}_i^t \leq Q_i^t + S_i^t \leq \overline{def}_i^t, i \in D_H, t = 1, \dots, T. \quad (12)$$

onde  $D_H$  é o conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de defluência máxima e/ou mínima.

- Volume de Espera (VE) em um reservatório, para o controle de cheias. Estas restrições são inseridas apenas no último intervalo de tempo do estudo, e correspondem a um volume máximo para a usina;

$$V_i^T \leq VE_i, i \in E_H. \quad (13)$$

$E_H$  é o conjunto de usinas hidroelétricas com restrições de volume de espera.

### 3.6. Restrições da Rede Elétrica

Na PDO, a rede elétrica é incorporada ao problema por um modelo linear (modelo DC), pelo qual o fluxo em uma linha que liga duas barras  $k$  e  $m$  é dado por:

$$f_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{\gamma_{km}} = \frac{\theta_{km}}{\gamma_{km}} \quad (14)$$

onde  $f_{km}$  é o fluxo entre as barras  $k$  e  $m$ . Quando  $f_{km}$  assume um valor negativo o fluxo está no sentido de  $m$  para  $k$ ;  $\theta_k$  e  $\theta_m$  são os ângulos de tensão das barras  $k$  e  $m$ , respectivamente;  $\theta_{km}$  é a diferença angular entre as barras  $k$  e  $m$ ;  $\gamma_{km}$  é a reatância da linha que conecta as barras  $k$  e  $m$ .

Os ângulos das barras podem ser obtidos através do sistema linear (15), onde  $P$  é um vetor com as injeções líquidas de potência ativa em cada barra (*geração - carga*),  $B$  é matriz de admitância nodal e  $\theta$  é um vetor com os ângulos das tensões nodais [28]:

$$P=B\theta. \quad (15)$$

A matriz  $B$  é definida a partir da topologia e características das linhas da rede elétrica. As restrições inseridas no problema são:

$$\underline{f}_{km} \leq f_{km} \leq \overline{f}_{km}. \quad (16)$$

O limite inferior representa o limite no sentido contrário ao convencional ( $\underline{f}_{km} = -\overline{f}_{km}$ ), ou seja, da barra  $m$  para a barra  $k$ . Calculando  $\theta$  em função de  $P$  em (15) e substituindo em (14); os fluxos se tornam uma função linear das gerações das usinas hidroelétricas e termoelétricas. Assim os fluxos nas linhas podem ser escritos como em (17):

$$f_{km} = \sum_{i=1}^{NB} k_i^{km} (g_i - d_i) \quad (17)$$

onde  $NB$  é o número de barras no sistema;  $g_i$  é a geração na barra  $i$ , e  $d_i$  é a demanda na barra  $i$ , e  $k_i^{km}$  é o coeficiente que relaciona a geração e a demanda da barra  $i$  com o fluxo na linha  $km$ .

Maiores detalhes desta modelagem são descritos em [25], [5].

### 3.7. Inviabilidades

Devido a possíveis inconsistências nos dados fornecidos para a PDO, o PPL montado com estes dados pode ser inviável. Para contornar este inconveniente, podem-se incluir variáveis de folga no PPL. Desta forma, cada PPL resolvido sempre terá uma solução viável. Maiores detalhes sobre o uso de variáveis de folga serão apresentadas na seção 4.5.

### 3.8. Problema completo

A formulação completa do problema de PDO considerado neste trabalho está apresentada a seguir:

$$\min f = \sum_{t=1}^T \left( \sum_{j=1}^{NT} CG_j GT'_j + \sum_{k=1}^{NS} \sum_{p=1}^{NCD_k} CD_{k,p} Def'_{k,p} \right) + \alpha(V^T)$$

s.a

$$V'_i + Q'_i + S'_i + Qdesv'_i + \sum_{p \in Db_i} (Qbomb'_p) =$$

$$A'_i + V_i^{t-1} + \sum_{p \in M_i} (Q'_p + S'_p) + \sum_{p \in Md_i} (Qdesv'_p) + \sum_{p \in Mb_i} (Qbomb'_p)$$

$$i = 1, \dots, NH; \quad t = 1, \dots, T$$

$$GH'_i - \gamma'_{V,i,l} \frac{V'_i}{2} - \gamma'_{Q,i,l} Q'_i + \gamma'_{S,i,l} S'_i \leq \gamma_{const,i,l} + \gamma'_{V,i,l} \frac{V_i^{t-1}}{2},$$

$$l = 1, \dots, p; \quad i = 1, \dots, NH; \quad t = 1, \dots, T;$$

$$\sum_{i \in S'_k} GH'_i + \sum_{j \in S'_k} GT'_j + \sum_{p=1}^{NCD_k} CD'_{k,p} def'_{k,p} + \sum_{p \in \Omega_k} (Int'_{pk} - Int'_{kp}) = D'_k,$$

$$k = 1, \dots, NS; \quad t = 1, \dots, T$$

$$\underline{f}_{km} \leq f_{km} \leq \overline{f}_{km},$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \overline{V}_i, \quad i = 1, NH$$

$$\underline{GH}_i \leq GH_i, \quad i = 1, NH$$

$$\underline{GT}_j \leq GT_j, \quad j = 1, NT$$

$$\underline{def}_i \leq Q'_i + S'_i \leq \overline{def}_i, \quad i \in DH$$

$$\underline{V}_i^T \leq VE_i, \quad i \in EH$$

(18)

## 4. DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS/PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL

A estratégia de solução adotada para resolver o problema da programação diária da operação (PDO) é a Decomposição de Benders Multi-Estágio, que foi batizada na literatura de programação dinâmica dual (PDD), nomenclatura pela qual será referenciada neste trabalho. Neste capítulo, descreve-se sucintamente esta metodologia. No capítulo 5, apresenta-se o aprimoramento proposto neste trabalho para esta estratégia. Maiores detalhes desta metodologia podem ser vistos em [17] e [29].

Este capítulo é dividido em duas partes. Na primeira apresenta-se a decomposição de Benders e a Programação Dinâmica Dual (PDD) de forma geral e na segunda parte descreve-se sua aplicação à PDO.

### 4.1. Decomposição de Benders 2-Estágios determinístico

Seja um PPL definido como mostrado a seguir:

#### *Problema 1*

$$\begin{aligned}
 \min f(x_1, x_2) &= c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\
 \text{s.a.} \\
 A_1 x_1 &\geq b_1 & (a) \\
 D_2 x_1 + A_2 x_2 &\geq b_2 & (b) \\
 x_1 &\geq 0 \\
 x_2 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

Este problema pode ser decomposto nos subproblemas 1.1 e 1.2 mostrados em (20), os quais, apesar de serem resolvidos separadamente, se comunicam entre si pelo acoplamento entre as variáveis  $x_1$  e  $x_2$  na inequação (b) do problema 1:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{l}
 \textit{Subproblema 1.1} \\
 \min f_1(x_1) = c_1^T x_1 \\
 \text{s.a.} \\
 A_1 x_1 \geq b_1 \\
 x_1 \geq 0
 \end{array}
 &
 \begin{array}{c}
 \xleftrightarrow{\hat{x}_1} \\
 \xleftrightarrow{\text{Cortes}}
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 \textit{Subproblema 1.2} \\
 \min f_2(x_2) = c_2^T x_2 \\
 \text{s.a.} \\
 A_2 x_2 \geq b_2 - D_2 \hat{x}_1 \\
 x_2 \geq 0
 \end{array}
 \end{array} \tag{20}$$

onde  $\hat{x}_1$  é a solução obtida para o subproblema 1.1









































































































































