

Teoria dos Grafos (Lista 5)

1. Mostre que se quaisquer dois ciclos ímpares de um grafo G possuem um vértice em comum, então $\chi(G) \leq 5$.
2. Mostre que todo grafo G admite uma ordenação de seus vértices tal que a coloração gulosa utiliza somente $\chi(G)$ cores.
3. Mostre que $\chi(G)\chi(\overline{G}) \geq n$, onde n é o número de vértices de G .
4. Mostre que se G é grafo conexo e planar com n vértices, m arestas e cintura $k \geq 3$, então $m \leq \frac{k(n-2)}{k-2}$. Conclua a partir deste resultado que o grafo de Petersen não é planar.
5. Seja G um grafo planar. Mostre que G é bipartido se, e somente se, toda face de uma representação planar de G tem tamanho par.
6. Mostre que todo torneio que não possui vértice com grau de entrada zero possui ao menos 2 reis.
7. Mostre que se D é um digrafo simples, então D contém um caminho direcionado de tamanho ao menos $\max\{\delta^+, \delta^-\}$.