

Circuitos Lógicos

Aula 9

Aula passada

- Circuitos Combinacionais
- Expressão SOP
- Simplificação
- Construindo circuito via tabela verdade

Aula de hoje

- Construindo circuitos
- Mapa de Karnaugh
- Simplificação via mapas

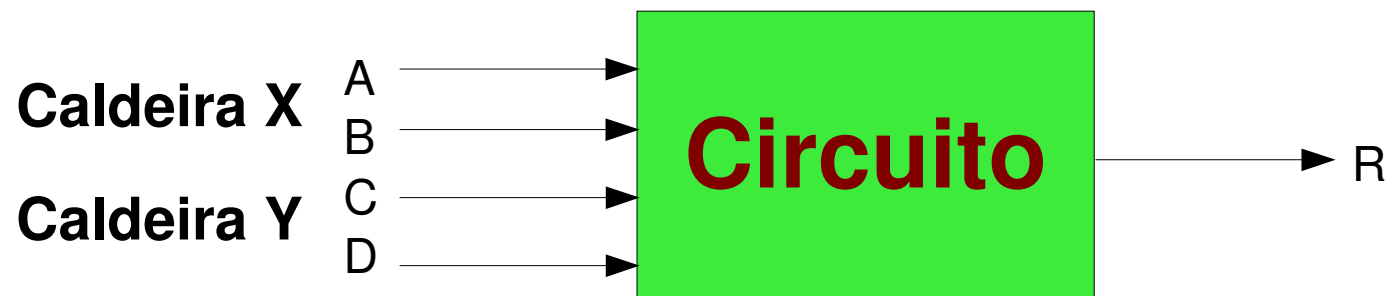
Temperatura das Caldeiras



- Duas caldeiras X e Y
- Determinar qual está mais quente

Circuito?

- Conversor analógico-digital converte temperatura
- Temperatura convertida para sinal digital (2 bits)
 - A,B e C,D correspondem aos bits de cada caldeira



Temperatura das Caldeiras



- A=1, B=0, Qual é a temperatura?

Não sei!

- E para este circuito, não importa!

- Temperatura é codificada (como o ASCII)

- Exemplo

A	B	Temperatura
0	0	50C
0	1	70C
1	0	90C
1	1	110C

- 4 temperaturas diferentes (2 bits)

Temperatura das Caldeiras

- Construir tabela verdade com a lógica (funcionalidade) que queremos
- Indica qual caldeira está mais quente
- Saída: 1 = Caldeira X, 0 = Y
- Temperatura igual?
- Caldeira X = 1
- Expressão lógica que representa tabela verdade?
- $Z = A'B'C'D' + A'BC'D' + A'BC'D + AB'C'D' + AB'C'D + AB'CD' + ABC'D' + ABC'D + ABCD$
- Simplificar
- Construir circuito!

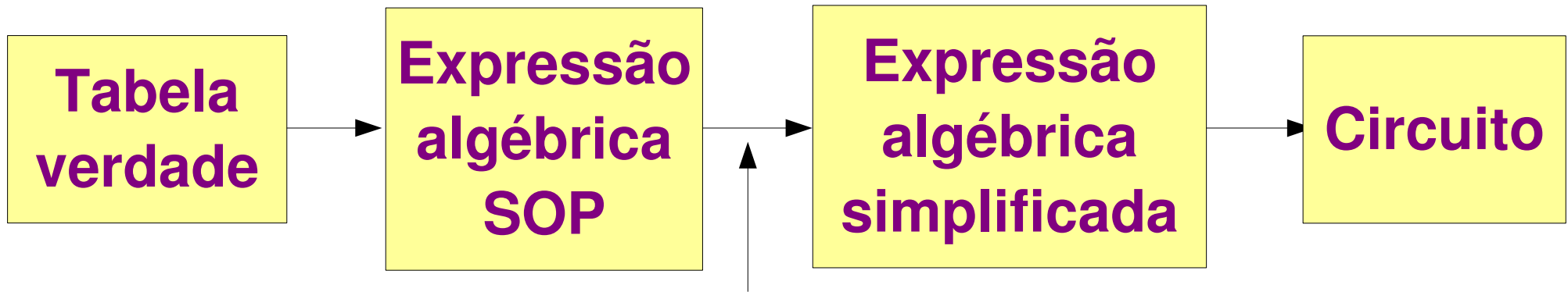
A	B	C	D	X
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Mapa de Karnaugh

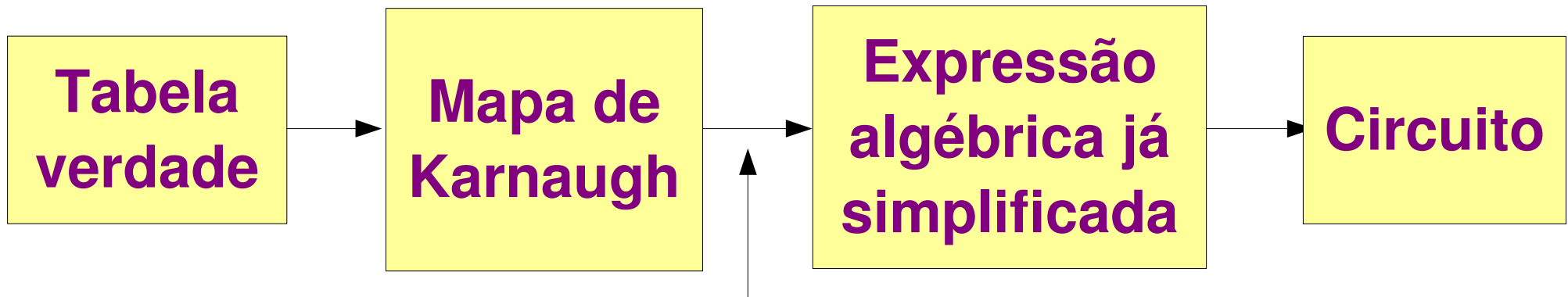
- Representação conveniente da tabela verdade
 - representação gráfica, funciona para poucas variáveis (até 4 ou 5)
- Permite simplificação da expressão que a tabela verdade representa
 - alternativa a simplificação via regras da álgebra de booleana
- Fácil mecanizar
 - mas nem sempre gera melhor expressão possível

Tabela Verdade → Circuito

■ Construindo circuitos simplificados



Simplificação via regras (álgebra) booleanas!



Simplificação via regras mecânicas!

Mapa de Karnaugh

■ Aspectos importantes da representação

- 0) Mapa é uma tabela de duas (ou mais) dimensões
- 1) Cada entrada do mapa corresponde a um valor atribuído as variáveis (na forma SOP)
- 2) Valor da mapa corresponde ao resultado da tabela verdade (0 ou 1)
- 3) Colunas e linhas adjacentes diferem em exatamente um valor de variável
 - implica em ordenação diferente da convencional
- 4) Mapa é na verdade um toro (lados estão conectados)

Exemplos

■ Duas variáveis

A	B	X
0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}$
0	1	0
1	0	0
1	1	1 → AB

$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B} + AB \right\}$$

(a)

	\bar{B}	B
\bar{A}	1	0
A	0	1

A	B	C	X
0	0	0	1 → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1 → $\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1 → $\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1 → $AB\bar{C}$
1	1	1	0

$$\left\{ X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} \right\}$$

(b)

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

Exemplos

■ Quatro variáveis

A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1 → $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1 → $\overline{A}B\overline{C}D$
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1 → $AB\overline{C}D$
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1 → $ABCD$

$$\left\{ \begin{aligned} X = & \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D \\ & + AB\overline{C}D + ABCD \end{aligned} \right\}$$

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	0	1	0	0
$\overline{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

(c)

Simplificação via Mapas K



- Como poderíamos simplificar?
O que você observa?

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	0
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

- Indiferente ao valor de A (dado B e C)
- Expressão?

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	0
$\bar{A}B$	1	1
AB	0	0
$A\bar{B}$	0	0

- Indiferente ao valor de C (dado A e B)
- Expressão?

Simplificação via Mapas K



- Como podemos generalizar a observação anterior?
- Um par de 1s adjacentes na horizontal ou vertical eliminam uma variável (que aparece com seu complemento)
 - lembrar do toro!

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	1

(d)

- Que variáveis são eliminadas?
- Expressão final?

Simplificação via Mapas K



- Como podemos simplificar?
- O que você observa?

	\bar{C}	C
$\bar{A}\bar{B}$	0	1
$\bar{A}B$	0	1
$A\bar{B}$	0	1
AB	0	1

- Indiferente ao valor de A e B
- Expressão?

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1
AB	0	0	0	0

- Indiferente ao valor de C e D
- Expressão?

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	1	1	0
AB	0	0	0	0

- Indiferente ao valor de A e C
- Expressão?

Simplificação via Mapas K



- Como podemos generalizar a observação anterior?
- Um quatro-tupla de 1s adjacentes na horizontal ou vertical eliminam duas variáveis (que aparecem com seu complemento)
- lembrar do toro!

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

- Que variáveis são eliminadas?
- Expressão final?