

# Uma breve introdução à Teoria dos Jogos com aplicações a Redes de Computadores

## JAI 3 (Capítulo 2)

Edmundo de Souza e Silva

Daniel R. Figueiredo

**SBC 2007**

LAND – COPPE/PESC – IM/DCC – UFRJ



# Onde Estamos

## ■ Aula 1

- Conflito de interesse
- Problemas em redes
- Introdução à teoria
- Dominância
- Pontos de sela
- Equilíbrio de Nash

## ■ Todos sabem o que é um equilíbrio de Nash?

## ■ Aula 2

- Jogando o Dilema do Prisioneiro
- Mais teoria...
- Jogando “Redes sem Fio”

# Dilema do Prisioneiro

- Um dos jogos mais estudados e utilizados
  - proposto na década de 1950
- Dois suspeitos são presos por cometer um crime em conjunto
  - interrogados simulatadamente em salas separadas
  - duas opções: delatar o parceiro ou ficar em silêncio

		Barbara	
		S	D
Alberto	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

Recompensa medida em anos de prisão.  
**Menor é melhor!**

- O que fazer?

# Jogando o Dilema do Prisioneiro

- Formar um par
- Decidir quem é suspeito 1 e 2
- Escrever em um papel sua estratégia
  - Não mostrar ao outro!

		J2	
		S	D
J1	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

Recompensa medida  
em anos de prisã.  
**Menor é melhor!**

# Jogando o Dilema do Prisioneiro

- Revelar os papéis
  - Resultado do jogo: SS, SD, DS, DD

## ■ Contabilização

- SS: 4
- SD ou DS: 6
- DD: 16

		J2	
		S	D
J1	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

# Jogando o Dilema do Prisioneiro Novamente

- Formar outro par
- Decidir quem é suspeito 1 e 2
- Escrever em um papel sua estratégia
  - Não mostrar ao outro!

		J2	
		S	D
J1	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

Recompensa medida em anos de prisã.  
**Menor é melhor!**

# Jogando o Dilema do Prisioneiro

- Revelar os papéis
  - Resultado do jogo: SS, SD, DS, DD

## ■ Contabilização

- SS: 4 - 2
- SD ou DS: 6 - 14
- DD: 16 - 13

		J2	
		S	D
J1	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

# Dilema do Prisioneiro na Prática

## ■ Resultados

		J2	
		S	D
J1	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

## ■ O que aprendemos com isto?



# Analizando o Dilema do Prisioneiro

		Barbara	
		S	D
Alberto	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

- D domina estritamente S, podemos eliminar S
- (D,D) é um equilíbrio de Nash (único no jogo)
- Jogadores devem sempre delatar o outro!
- Mas ficar em silêncio seria melhor...
  - mas voce ficaria em silêncio?
  - ajudaria conversar antes da decisão?
  - como garantir que o outro vai também ficar em silêncio?

# Raciocínio Individual e em Grupo

		Barbara	
		S	D
Alberto	S	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

- Jogadores raciocinam individualmente
  - Querem o melhor para si, independente do outro
- Outra solução: raciocínio em grupo
  - melhor para o grupo, não para o indivíduo
  - problemas quando não há consenso
- **Ótimo de Pareto**
  - Um resultado é um ponto ótimo de Pareto se nenhum outro resultado oferece a ***todos os jogadores*** uma recompensa maior

# Jogando em Sequência

- Até agora, jogadas foram **simultâneas**
  - Jogadores decidem suas estratégias *sem* saber o que o outro irá fazer
- Jogo em **sequência**
  - Jogadores alternam a vez tomando decisões
  - Escolhas anteriores são públicas
- Jogos de tabuleiro
  - ex. xadrez

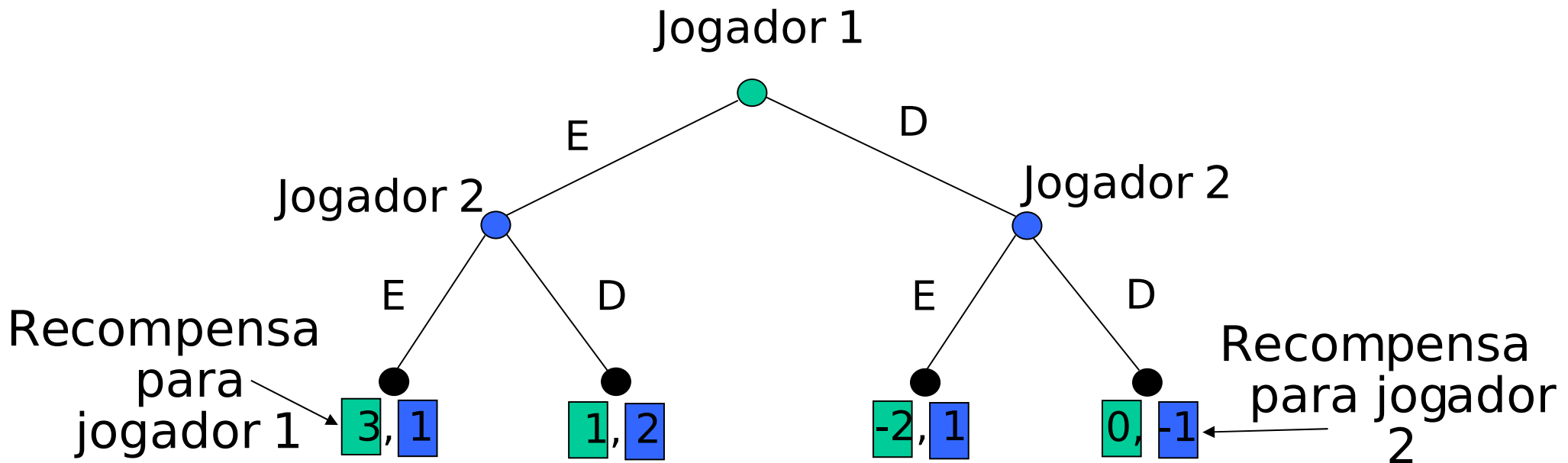


# Jogos em Árvore

- Como representar este tipo de jogo?
- Jogo representado em **árvore**
  - Cada nó da árvore representa **ponto de decisão** para algum jogador
  - Arestas representam as escolhas
  - Folhas representam o fim do jogo (resultado)
- Jogadores precisam decidir o que fazer em cada ponto de decisão
  - **Plano de ação!**
  - Estratégia de cada jogador

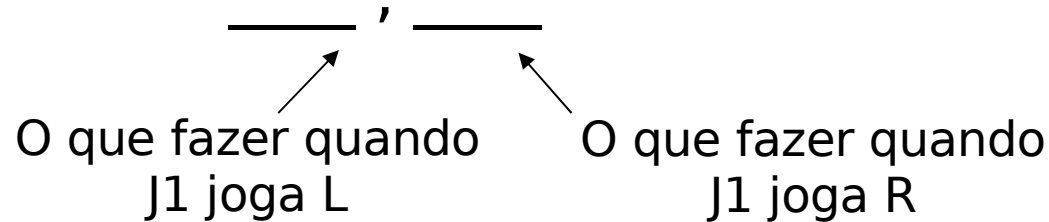


# Exemplo de Jogo em Árvore



- Conjunto de estratégias para jogador 1:  $\{E, D\}$

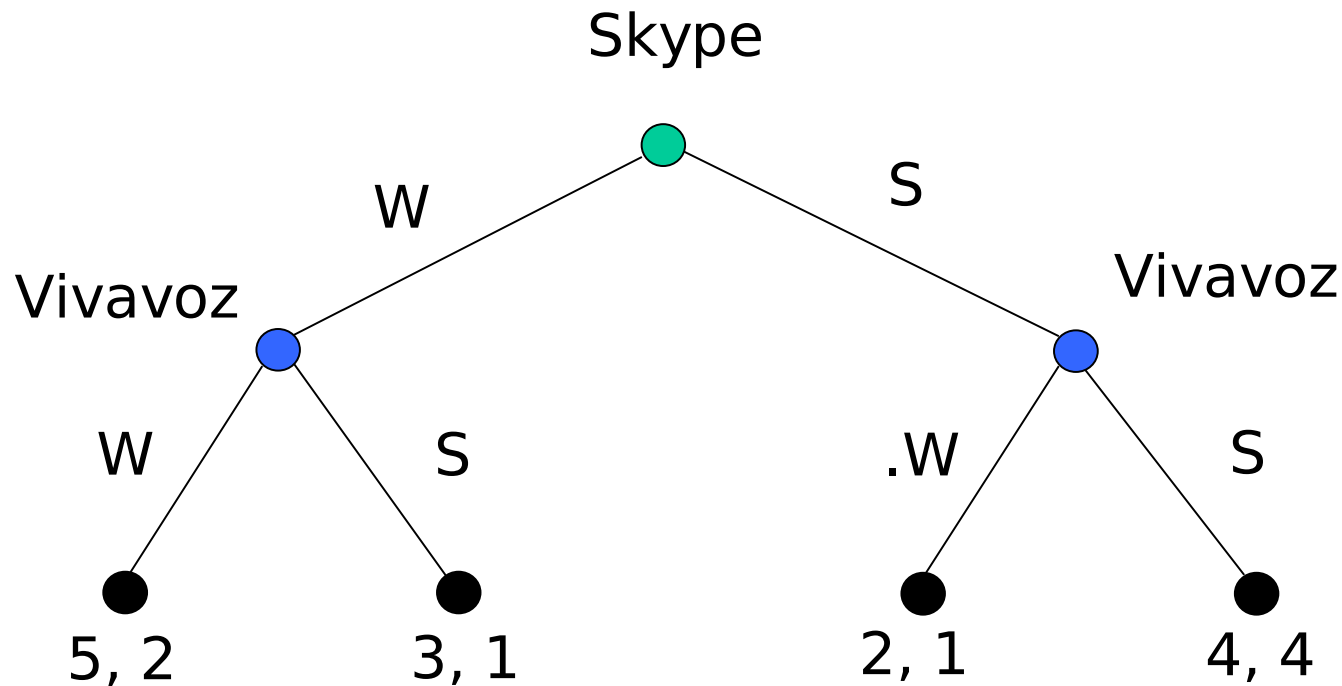
- Estratégia para jogador 2



- Conjunto de estratégias para jogador 2:  $\{LL, LR, RL, RR\}$

# Exemplo de Jogo

- Vivavoz e Skype estão decidindo adotar uma tecnologia para codificação de voz (WMA ou Speex)
- Skype decide primeiro, depois Vivavoz



- Qual o equilíbrio de Nash deste jogo?

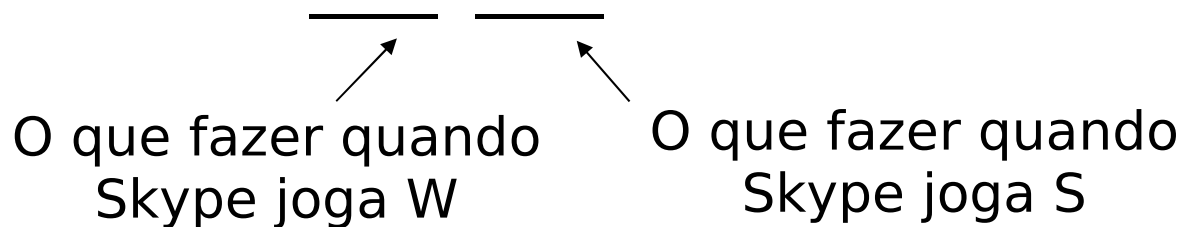
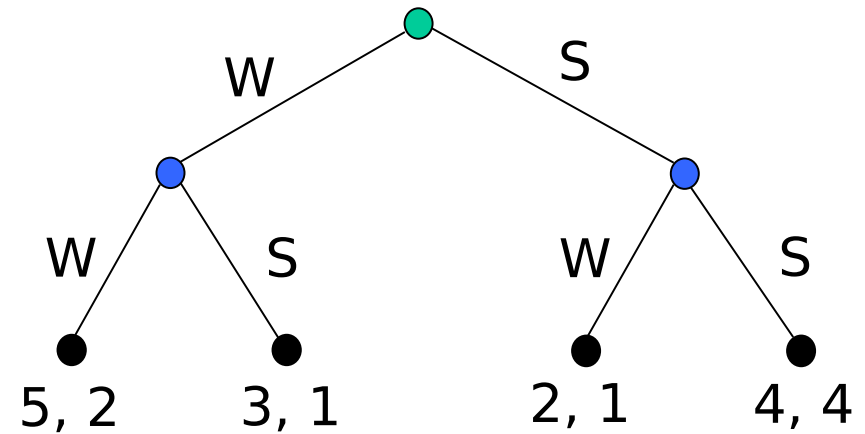
# Estratégias dos Jogadores

- Estratégia do Skype?

- $S = \{W, S\}$

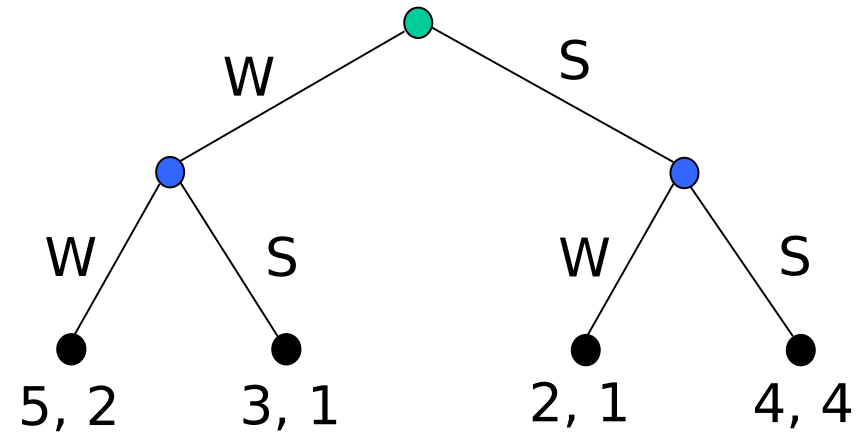
- Estratégia do Vivavoz?

- Dois pontos de decisão



- $V = \{WW, WS, SW, SS\}$

# Convertendo o Jogo para sua Forma Normal

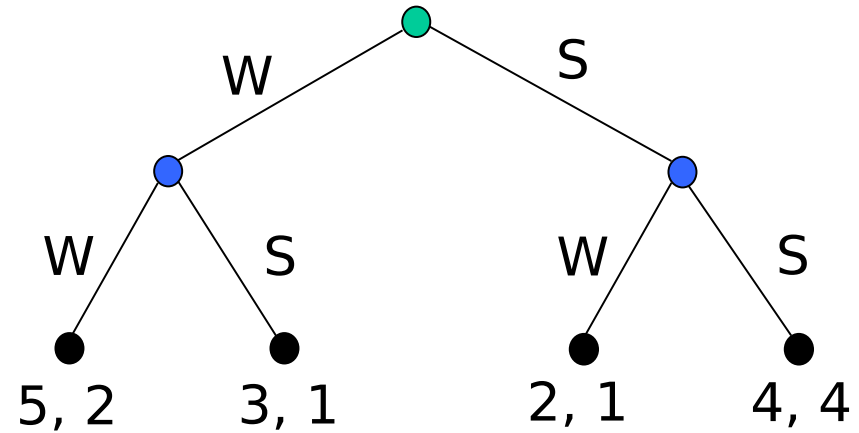


- Todo jogo em forma extensiva pode ser convertido em forma normal
- Enumerar estratégias de cada jogador

		Vivavoz			
		WW	WS	SW	SS
Skype	W	5, 2	5, 2	3, 1	3, 1
	S	2, 1	4, 4	2, 1	4, 4



# NEP e Ameaças Inacreditáveis

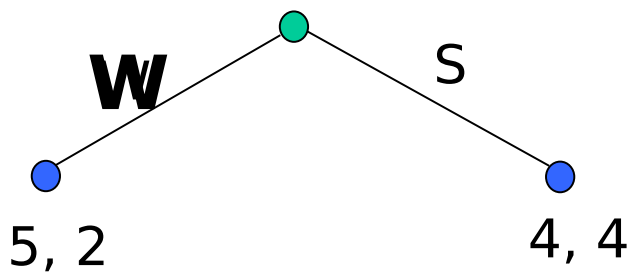
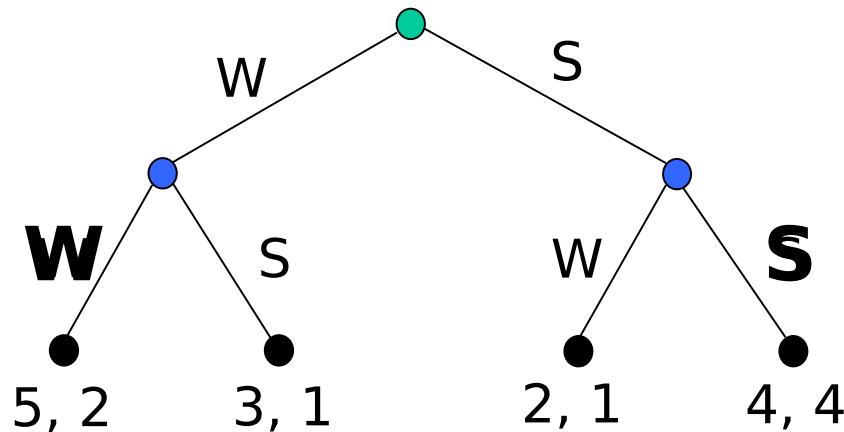


		Vivavoz				Equilíbrio de Nash
		WW	WS	SW	SS	
Skype	W	5, 2	5, 2	3, 1	3, 1	
	S	2, 1	4, 4	2, 1	4, 4	

- Jogar “Speex de qualquer maneira” não é **acreditável** para Vivavoz
- Se Skype jogar WMA, então é melhor para Vivavoz jogar WMA!

# Indução de Trás-para-Frente

- Começando das folhas, remover nós da árvore de forma iterativa
  - Fazendo a melhor escolha em cada nó



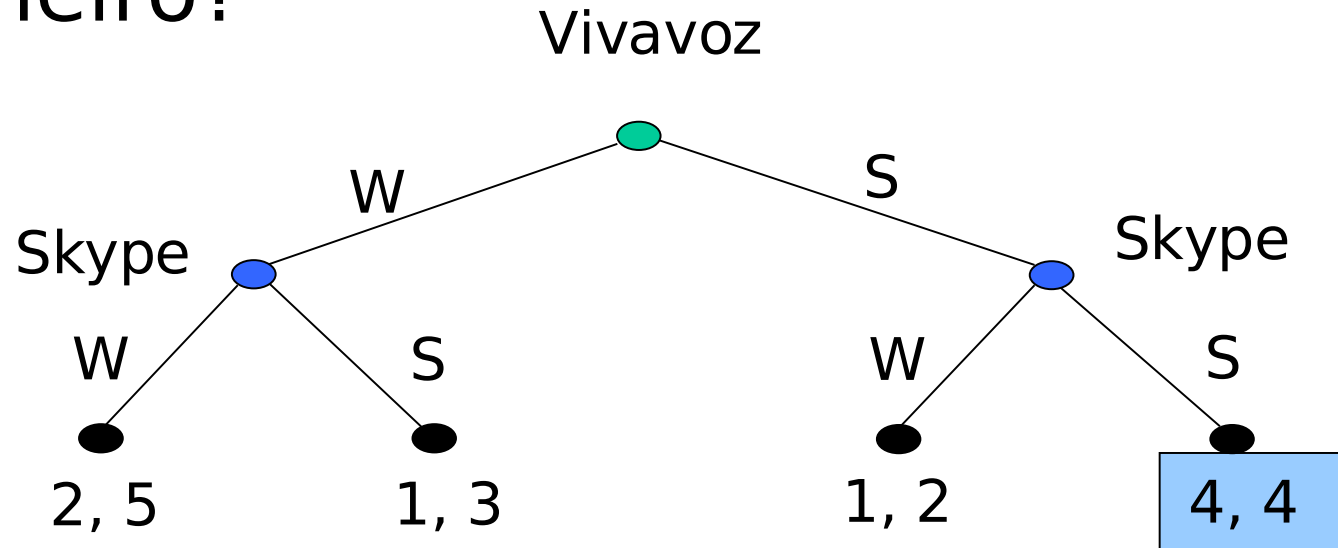
- Melhor estratégia para Vivavoz : WS
- Melhor estratégia para Skype : W
- Resultado único

# Indução de Trás-para-Frente

- Indução de Trás-para-Frente sempre leva a um equilíbrio de Nash (jogos com informação perfeita)
- Equilíbrio não necessariamente é único
  - não há preferência estrita sobre os resultados
- Mecanismo para remoção de equilíbrios de Nash “ruins”
  - Ameaças inacreditáveis

# Líderes e Seguidores

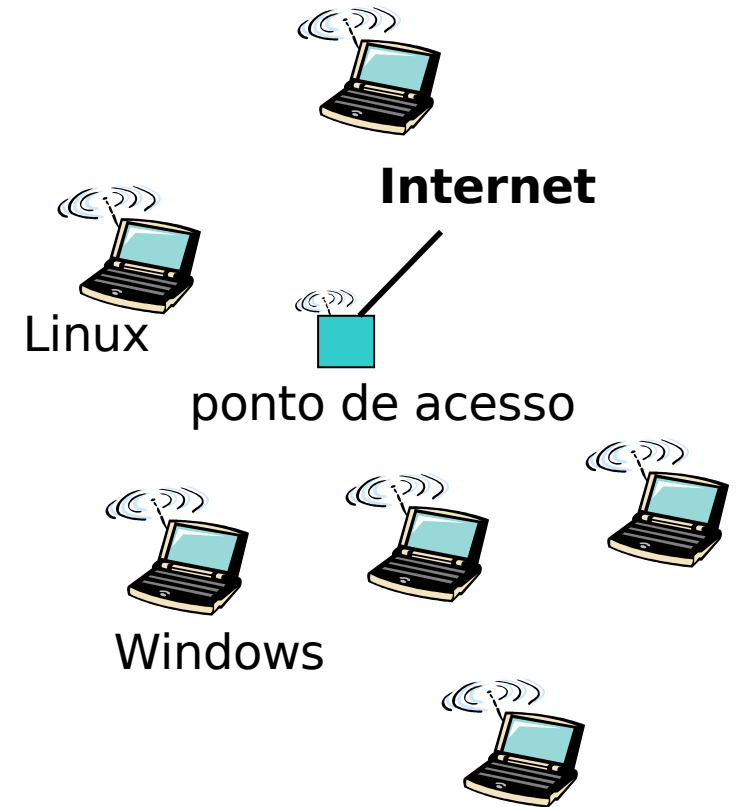
- O que aconteceria se Vivavoz decidisse primeiro?



- Equilíbrio de Nash (depois de indução de trás-para-frente)?
- Melhor resultado para Vivavoz
  - ameaça inacreditável passa a ser crível!
- Vantagem de jogar primeiro
  - mas sempre é vantajoso?

# Jogando Redes sem Fio

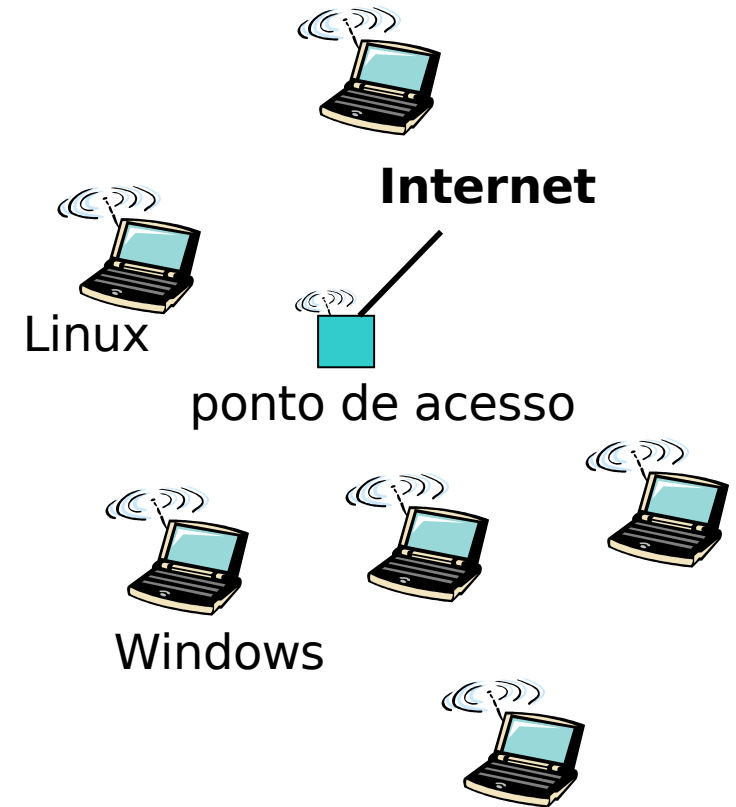
- Rede sem fio: meio (espaço de frequências) é compartilhado
- Apenas **uma** transmissão de cada vez
- **Colisão:** transmissões simultâneas
- Quando transmitir?



Vocês vão decidir!!!

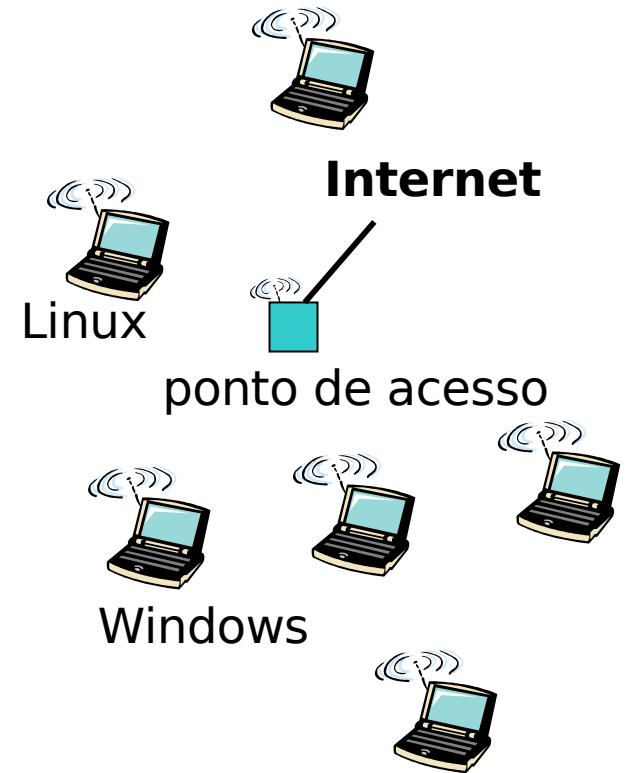
# Jogando Redes sem Fio

- Cada um de vocês é uma estação
- Estratégia: Escolher uma **probabilidade** de transmissão
  - Número de 1 a 100 (escrever no papel)
- Iremos simular o jogar do dado (para cada um de vocês)
- Dado decide se você transmitiu ou não



# Exemplo

- Supor que você escolheu 37
  - 37% de chance de você transmitir
- Se o seu dado sair 73 você **não** transmitiu
- Se o seu dado sair 19 você transmitiu
- Você transmite se o resultado do dado for **menor ou igual** à probabilidade escolhida!



# Resultado dos Dados

- Seu número representa sua estação e o respectivo dado
- Ex. número 63, probabilidade 54

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	55	3	50	44	81	87	60	94	3	2
10	95	81	69	3	47	8	91	52	82	67
20	88	55	52	50	69	68	73	1	99	78
30	8	5	26	63	98	82	32	18	82	70
40	74	86	39	73	77	50	8	54	51	31
50	12	40	89	67	33	42	27	97	76	38
60	6	27	72	22	33	19	42	77	78	61
70	83	70	95	61	3	31	12	44	49	2
80	81	66	72	28	24	36	71	84	68	74
90	37	89	10	73	79	13	8	1	20	37
100		23	27	52	51	21	78	58	66	66
110		53	24	91	56	91	71	100	69	69

■ Você transmitiu! (pois  $22 \leq 54$ )



# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe uma probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 1**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	3	68	51	69	54	17	18	59	19	3
10	76	90	74	14	37	31	37	90	78	37
20	50	13	59	35	51	69	76	44	16	85
30	38	98	4	46	51	65	14	95	10	21
40	78	16	82	75	90	8	78	9	5	47
50	92	28	7	50	18	68	79	26	6	87
60	67	40	89	59	87	71	21	10	49	83
70	65	18	56	2	88	2	57	17	71	39
80	2	77	12	25	81	35	34	16	1	87
90	56	75	73	61	52	52	70	18	63	22
100		30	93	68	24	56	71	90	6	96
2										
110		56	22	45	51	54	3	69	3	32
34										
20										
52										

■ Quem transmitiu?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Resultado: número de estações que transmitiram ( $> 1$ , colisão)
- Rodada 1:
- Rodada 2:
- Rodada 3:
- Rodada 4:
- Rodada 5:
- Rodada 6:
- Rodada 7:
- Rodada 8:
- Rodada 9:
- Rodada 10:

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 2**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	40	85	59	21	3	43	31	81	41	38
10	28	14	50	28	88	21	43	76	52	32
20	21	61	100	13	10	65	41	11	6	
65										
30	13	60	93	80	98	68	73	98	89	91
40	76	56	47	20	92	64	57	91	84	67
50	21	26	31	42	32	45	59	3	11	31
60	7	27	100	93	91	68	77	28	2	
78										
70	62	96	17	88	27	34	42	86	38	16
80	81	32	55	76	38	50	35	12	55	45
90	36	87	90	67	84	41	27	92	97	22
100	50	30	31	77	43	20	35	77	57	
48										
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
47										

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 3**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	59	57	46	27	1	97	86	30	90	17
10	5	11	7	63	44	53	30	67	61	74
20	85	57	11	39	27	65	33	74	5	19
30	90	100		77	38	93	26	38	16	68
40	45	14	81	54	74	51	87	98	6	8
50	28	18	77	36	24	89	92	81	100	
60	31	26	89	28	50	51	48	91	9	17
70	33	48	21	75	71	22	59	5	69	11
80	23	87	97	4	90	8	3	8	51	5
90	68	29	77	52	83	20	88	94	45	43
100		86	19	54	46	29	96	19	13	95

■ Quem transmitiu? 21 44 36 42 35 85

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 4**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	70	82	72	75	44	53	79	2	90	9
10	84	74	75	56	15	33	49	70	15	78
20	77	11	70	94	17	21	85	47	100	
66										
30	1	21	74	52	28	61	49	68	72	84
40	14	76	26	25	68	14	22	95	12	30
50	100		87	85	4	88	38	48	87	66
66										
60	25	12	91	97	3	89	59	96	82	72
70	91	14	9	82	10	82	51	75	96	42
80	68	67	91	64	28	70	38	25	28	68
90	23	3	68	92	12	79	26	9	45	68
100		8	93	78	96	90	98	44	43	52
85										
10	1	3	5	35	51	47	19	2	69	
35										

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 5**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	36	7	30	50	76	19	33	99	12	81
10	79	35	77	5	46	26	91	100		52
20	31	23	4	58	40	15	25	43	48	5
30	26	95	4	62	91	64	13	68	40	14
40	56	1	28	95	96	88	60	50	61	26
50	76	45	74	36	73	35	57	32	34	64
60	60	83	34	2	39	48	64	27	51	59
70	82	49	67	31	5	83	88	80	60	73
80	72	21	9	65	25	34	56	53	94	62
90	77	62	11	35	45	13	10	84	19	50
100		86	33	57	30	96	44	22	95	93
110		47	15	83	37	24	10	93	17	81
120		41	61	14	77	3	78	39	21	64

■ Quem transmitiu?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 6**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	14	82	9	32	25	81	82	91	36	28
10	91	60	94	67	84	5	41	26	75	30
20	74	33	66	25	65	83	1	30	46	80
30	97	35	58	21	73	28	73	25	4	21
40	84	89	33	43	77	72	70	49	78	82
50	96	29	82	83	13	58	70	73	54	80
60	13	71	7	65	69	59	37	33	69	3
70	87	80	10	22	38	99	44	12	97	41
80	66	96	2	97	24	22	14	53	18	53
90	77	100		36	94	27	44	88	97	24
2										
100		69	72	84	33	42	72	97	86	48
50										
110		95	10	43	84	74	14	75	48	5
120		81	34	66	25	38	3	22	4	48

■ Quem transmitiu?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 7**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	30	76	81	31	70	77	39	69	97	23
10	70	31	67	76	42	84	15	64	100	
56										
20	21	21	8	19	17	40	38	41	3	71
30	52	47	13	15	84	89	90	28	76	47
40	17	17	69	74	69	24	2	6	25	78
50	21	44	3	24	60	36	68	95	84	54
60	62	43	52	8	20	99	12	93	9	69
70	66	92	67	41	19	43	58	7	61	10
80	46	83	87	32	88	25	6	9	43	12
90	45	10	22	23	95	36	48	55	10	38
100		68	11	8	32	80	17	78	86	21
92										
110		46	40	73	23	98	40	34	72	27
9										
120		21	78	90	32	39	68	40	74	88

■ Quem transmitiu?



# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 8**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	17	85	46	53	50	92	72	46	22	29
10	78	44	87	37	89	73	10	56	30	80
20	34	39	40	99	63	19	38	58	87	41
30	98	86	35	19	17	2	73	53	53	19
40	38	45	20	75	21	53	1	13	90	35
50	71	2	81	1	5	54	21	46	46	6
60	26	66	13	33	48	37	28	57	96	65
70	38	8	11	68	15	32	23	18	4	67
80	68	2	3	94	100	9	52	7	56	
90	14	70	29	63	10	31	10	4	7	58
100	24	38	23	53	54	82	32	32	71	
110	47	9	44	86	60	71	66	61	10	
120	76	72	71	92	96	63	23	7	64	

■ Quem transmitiu?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 9**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	33	63	36	56	30	93	45	24	56	85
10	86	91	76	89	2	84	100	47	12	
20	2	92	10	31	65	65	35	25	85	85
30	68	31	77	83	51	87	11	49	47	44
40	48	99	57	92	80	15	19	28	48	53
50	84	85	45	88	7	20	86	79	49	68
60	41	27	30	61	8	15	15	18	42	89
70	81	3	1	81	63	67	26	34	98	60
80	21	16	81	38	50	97	61	37	17	77
90	63	55	39	19	97	10	85	3	18	4
100	91	38	99	76	21	43	96	64	88	
110	51	63	94	38	21	98	23	28	75	
120	28	78	45	5	45	97	85	55	98	

■ Quem transmitiu?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 10**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	38	30	4	37	18	56	70	82	33	20
10	88	99	66	74	38	88	43	26	98	70
20	87	81	75	99	66	15	54	30	32	68
30	82	79	8	94	69	36	22	73	34	35
40	49	2	74	62	51	80	83	9	82	14
50	100		38	49	31	19	80	98	59	27
60	6	45	7	78	51	55	92	27	59	62
70	71	11	71	42	64	85	47	85	51	5
80	49	46	76	62	18	46	17	56	80	42
90	24	8	8	77	48	91	69	34	27	69
100		79	98	76	51	3	51	47	21	18
110		86	75	78	48	76	13	99	29	82
120		98	25	82	26	12	68	17	5	28

■ Quem transmitiu?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Resultado: número de estações que transmitiram ( $> 1$ , colisão)
  - Rodada 1: 26
  - Rodada 2: 23
  - Rodada 3: 21
  - Rodada 4: 20
  - Rodada 5: 19
  - Rodada 6: 15
  - Rodada 7: 21
  - Rodada 8: 18
  - Rodada 9: 12
  - Rodada 10: 15
- Taxa de transmissão?

# Jogando “Redes sem Fio”

- Qual seria resultado se probabilidade fosse 1% para todas as estações?

- Rodada 1: 1
- Rodada 2: 2
- Rodada 3: 0
- Rodada 4: 1
- Rodada 5: 0
- Rodada 6: 3
- Rodada 7: 1
- Rodada 8: 0
- Rodada 9: 1
- Rodada 10: 1

Transmissões  
com sucesso

- Taxa de transmissão = 50%!

- Qual a taxa de transmissão esperada?

- 37%

# Jogando “Redes sem Fio”

- Qual a taxa de transmissão esperada?
- Dado que  $p = 0.01$  e  $n$  estações, qual a prob. de apenas uma transmitir?

$$P[T(n)=1] = ? = \binom{n}{1} p^1 (1-p)^{n-1}$$

- Taxa de transmissão é igual!

# O que Aprendemos?

- Resultado pode ser ineficiente
  - centralizado tem melhor desempenho
  - “preço da anarquia”... (**amanhã**)
  
- Problema de coordenação
  - convergência a um ponto de sela
  - depende do número de estações

# Jogos Repetidos

- Jogo é repetido um certo número de vezes
  - Repetição finita do jogo base
- Modelar com jogos extensivos
  - Resultados anteriores são conhecidos
- Como *resolver* tais jogos?
- Equilíbrio de Nash pode ser obtido utilizando indução de trás-para-frente!



# Exemplo de Jogo Repetido

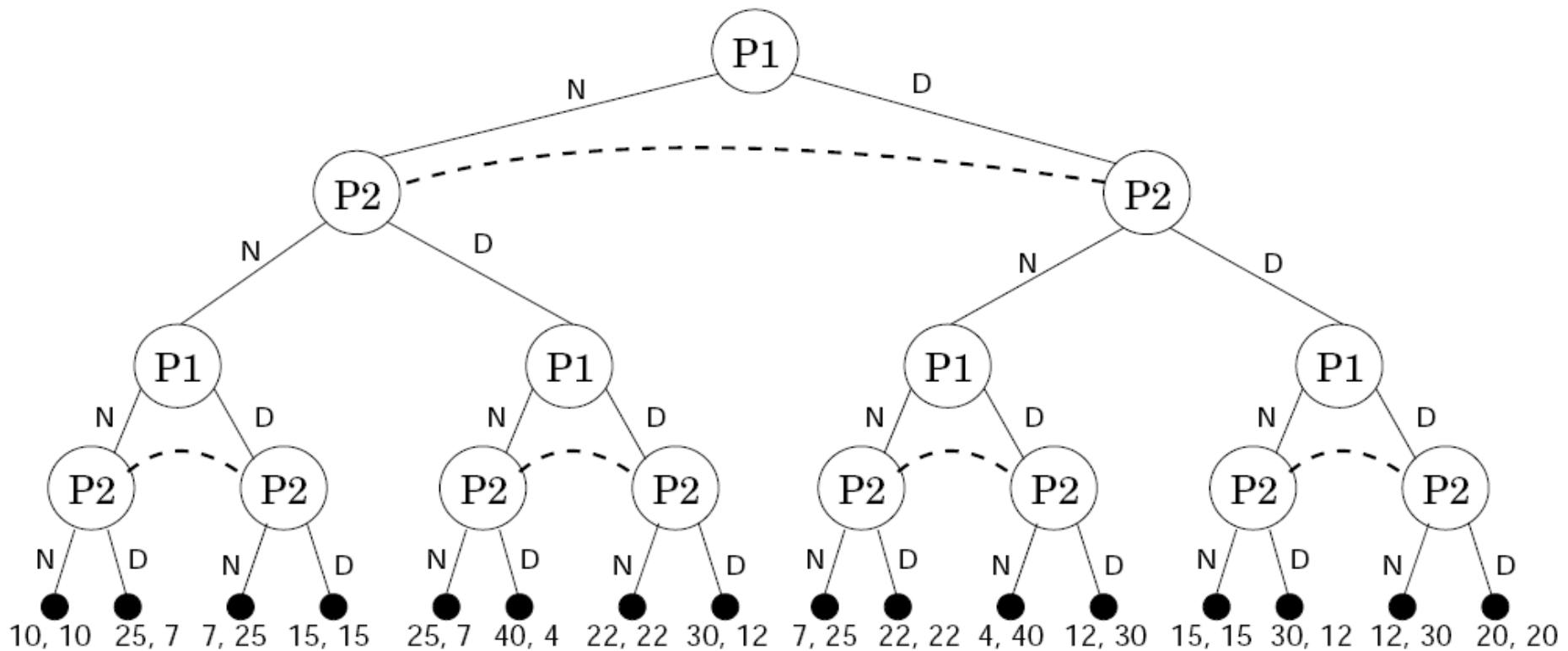
- Jogo base: dilema do prisioneiro

		P2	
		N	D
P1	N	5, 5	20, 2
	D	2, 20	10, 10

- Jogo repetido  $k$  vezes
- Resultado de todas as fases anteriores é de conhecimento dos jogadores
- Recompensa é dada pela *recompensa acumulada* em todas as fases

# Exemplo de Jogo Repetido

- Jogo repetido 2 vezes
- Modelagem com jogo extensivo



- Equilíbrio de Nash?

# FIM

■ Continua amanhã...

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 11**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	79	92	78	13	68	49	46	43	4	76
10	7	69	91	33	31	80	22	22	10	41
20	13	2	87	37	41	100		64	34	21
75										
30	1	19	54	100	3	35	71	32	93	
87										
40	99	38	90	16	82	28	68	20	82	84
50	41	43	90	26	22	77	69	99	19	12
60	70	37	16	89	32	77	87	80	15	77
70	10	49	66	16	21	21	82	33	63	21
80	61	83	93	91	100		47	88	64	43
6										
90	9	2	35	100	79	61	72	71	15	
13										
■ Quem transmitiu?	68	6	33	59	35	72				
32										

# Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 12**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	16	75	42	23	31	5	93	62	35	83
10	56	65	53	100		12	11	66	41	80
69										
20	28	84	35	14	57	6	22	57	51	83
30	45	22	55	59	88	65	39	72	45	37
40	5	96	4	91	88	100		82	47	65
82										
50	41	3	44	75	83	12	35	77	61	11
60	87	18	2	21	92	9	71	5	27	73
70	83	6	49	25	88	47	12	86	33	20
80	13	97	26	37	47	38	11	81	65	87
90	81	29	29	49	22	72	48	81	39	20
100		92	39	33	9	71	84	97	96	67
57										
10	94	69	11	77	85	43	49	63	74	
82										