

Uma breve introdução à Teoria dos Jogos com aplicações a Redes de Computadores

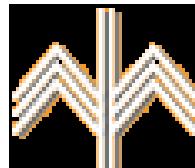
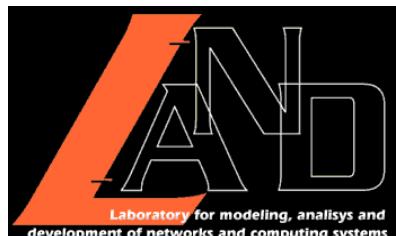
JAI 3 (Capítulo 2)

Edmundo de Souza e Silva

Daniel R. Figueiredo

SBC 2007

LAND – COPPE/PESC – IM/DCC – UFRJ



Onde Estamos

■ Aula 1

- Conflito de interesse
- Problemas em redes
- Introdução à teoria
- Dominância
- Pontos de sela
- Equilíbrio de Nash

■ **Todos sabem o que é um equilíbrio de Nash?**

■ Aula 2

- Jogando o Dilema do Prisioneiro
- Mais teoria...
- Jogando “Redes sem Fio”

Dilema do Prisioneiro

- Um dos jogos mais estudados e utilizados
 - proposto na década de 1950
- Dois suspeitos são presos por cometer um crime em conjunto
 - interrogados simultaneamente em selas separadas
 - duas opções: delatar o parceiro ou ficar em silêncio

| | | Barbara | |
|---------|---|---------|--------|
| | | S | D |
| Alberto | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

Recompensa medida
em anos de prisão.
Menor é melhor!

- O que fazer?

Jogando o Dilema do Prisioneiro

- Formar um par
- Decidir quem é suspeito 1 e 2
- Escrever em um papel sua estratégia
 - Não mostrar ao outro!

| | | J2 | |
|----|---|-------|--------|
| | | S | D |
| J1 | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

Recompensa medida
em anos de prisão.
Menor é melhor!

Jogando o Dilema do Prisioneiro

- Revelar os papéis
 - Resultado do jogo: SS, SD, DS, DD
- Contabilização
 - SS: 4
 - SD ou DS: 6
 - DD: 16

| | | J2 | |
|----|---|-------|--------|
| | | S | D |
| J1 | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

Jogando o Dilema do Prisioneiro Novamente

- Formar outro par
- Decidir quem é suspeito 1 e 2
- Escrever em um papel sua estratégia
 - Não mostrar ao outro!

| | | J2 | |
|----|---|-------|--------|
| | | S | D |
| J1 | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

Recompensa medida
em anos de prisão.
Menor é melhor!

Jogando o Dilema do Prisioneiro

- Revelar os papéis
 - Resultado do jogo: SS, SD, DS, DD
- Contabilização
 - SS: 4 - 2
 - SD ou DS: 6 - 14
 - DD: 16 - 13

| | | J2 | |
|----|---|-------|--------|
| | | S | D |
| J1 | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

Dilema do Prisioneiro na Prática

- Resultados

| | | J2 | |
|----|---|-------|--------|
| | | S | D |
| J1 | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

- O que aprendemos com isto?

Analizando o Dilema do Prisioneiro

| | | Barbara | |
|---------|---|---------|--------|
| | | S | D |
| Alberto | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

- D domina estritamente S, podemos eliminar S
- (D,D) é um equilíbrio de Nash (único no jogo)
- Jogadores devem sempre delatar o outro!
- Mas ficar em silêncio seria melhor...
 - mas você ficaria em silêncio?
 - ajudaria conversar antes da decisão?
 - como garantir que o outro vai também ficar em silêncio?

Raciocínio Individual e em Grupo

| | | Barbara | |
|---------|---|---------|--------|
| | | S | D |
| | | S | 5, 5 |
| Alberto | S | 5, 5 | 20, 2 |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

- Jogadores raciocinam individualmente
 - Querem o melhor para si, independente do outro
- Outra solução: raciocínio em grupo
 - melhor para o grupo, não para o indivíduo
 - problemas quando não há consenso
- **Ótimo de Pareto**
 - Um resultado é um ponto ótimo de Pareto se nenhum outro resultado oferece a **todos os jogadores** uma recompensa maior

Jogando em Sequência

- Até agora, jogadas foram **simultâneas**
 - Jogadores decidem suas estratégias sem saber o que o outro irá fazer
- Jogo em **sequência**
 - Jogadores alternam a vez tomando decisões
 - Escolhas anteriores são públicas
- Jogos de tabuleiro
 - ex. xadrez

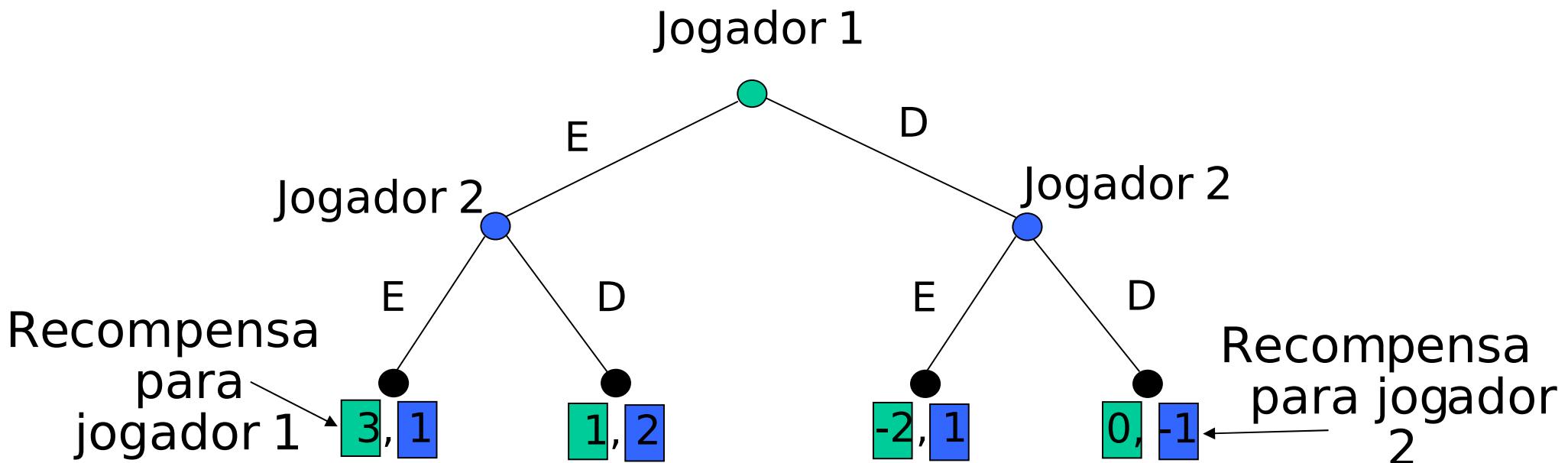


Jogos em Árvore

- Como representar este tipo de jogo?
- Jogo representado em **árvore**
 - Cada nó da árvore representa **ponto de decisão** para algum jogador
 - Arestas representam as escolhas
 - Folhas representam o fim do jogo (resultado)
- Jogadores precisam decidir o que fazer em cada ponto de decisão
 - **Plano de ação!**
 - Estratégia de cada jogador



Exemplo de Jogo em Árvore



■ Conjunto de estratégias para jogador 1: {E, D}

■ Estratégia para jogador 2

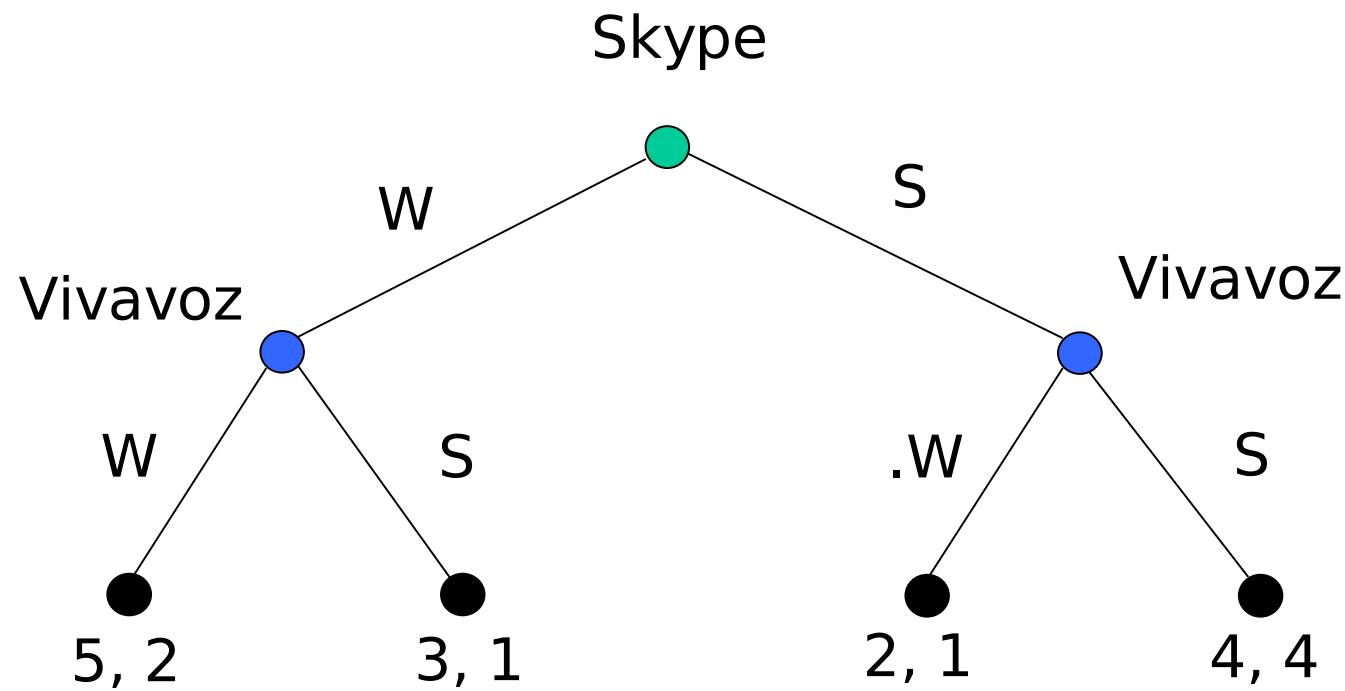
____, ____
O que fazer quando J1 joga L

____, ____
O que fazer quando J1 joga R

■ Conjunto de estratégias para jogador 2: {LL, LR, RL, RR}

Exemplo de Jogo

- Vivavoz e Skype estão decidindo adotar uma tecnologia para codificação de voz (WMA ou Speex)
- Skype decide primeiro, depois Vivavoz



- Qual o equilíbrio de Nash deste jogo?

Estratégias dos Jogadores

■ Estratégia do Skype?

- $S = \{W, S\}$

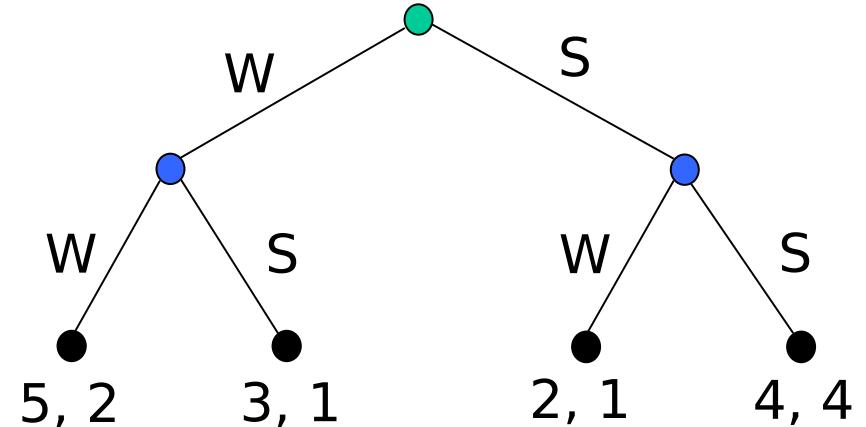
■ Estratégia do Vivavoz?

- Dois pontos de decisão



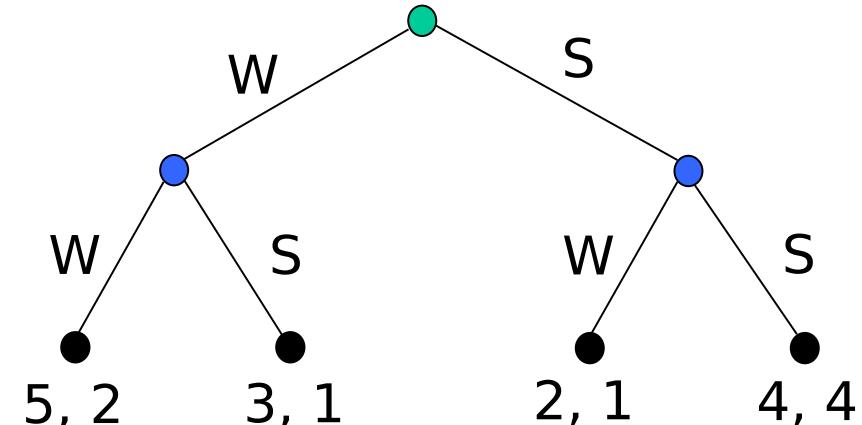
O que fazer quando
Skype joga W

O que fazer quando
Skype joga S



- $V = \{WW, WS, SW, SS\}$

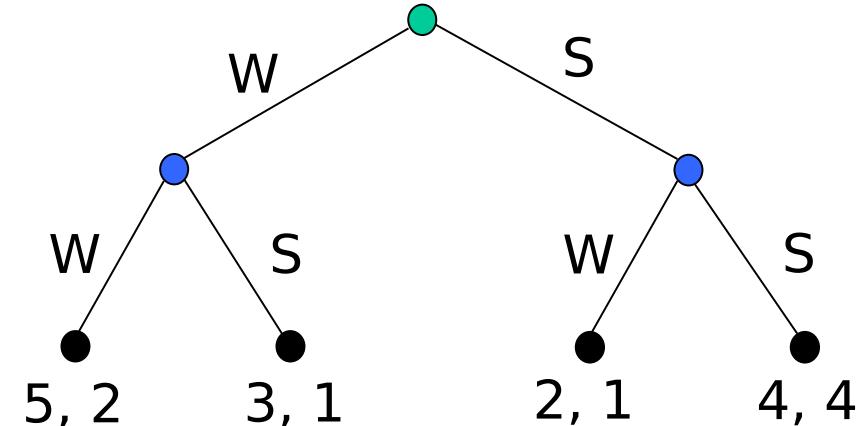
Convertendo o Jogo para sua Forma Normal



- Todo jogo em forma extensiva pode ser convertido em forma normal
- Enumerar estratégias de cada jogador

| | | Vivavoz | | | |
|-------|---|---------|------|------|------|
| | | WW | WS | SW | SS |
| Skype | W | 5, 2 | 5, 2 | 3, 1 | 3, 1 |
| | S | 2, 1 | 4, 4 | 2, 1 | 4, 4 |

NEP e Ameaças Inacreditáveis



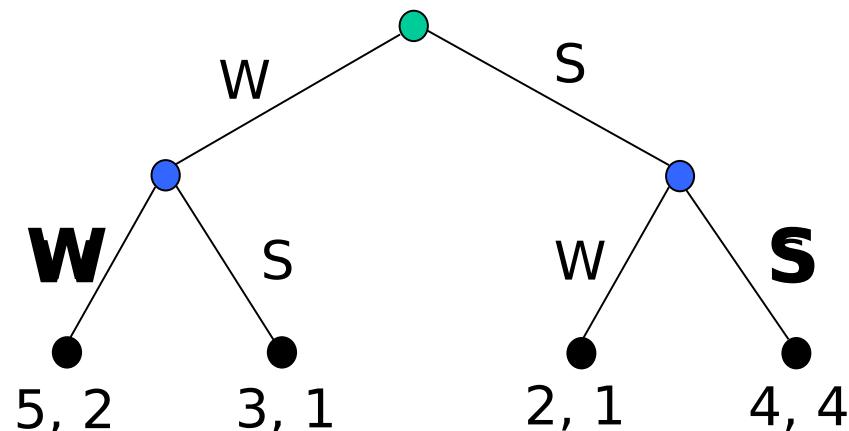
| | | Vivavoz | | | |
|-------|---|---------|------|------|------|
| | | WW | WS | SW | SS |
| Skype | W | 5, 2 | 5, 2 | 3, 1 | 3, 1 |
| | S | 2, 1 | 4, 4 | 2, 1 | 4, 4 |

Equilíbrio de Nash

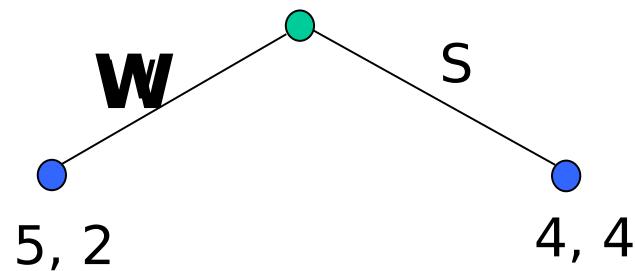
- Jogar “Speex de qualquer maneira” não é **acreditável** para Vivavoz
- Se Skype jogar WMA, então é melhor para Vivavoz jogar WMA!

Indução de Trás-para-Frente

- Começando das folhas, remover nós da árvore de forma iterativa
 - Fazendo a melhor escolha em cada nó



- Melhor estratégia para Vivavoz : WS



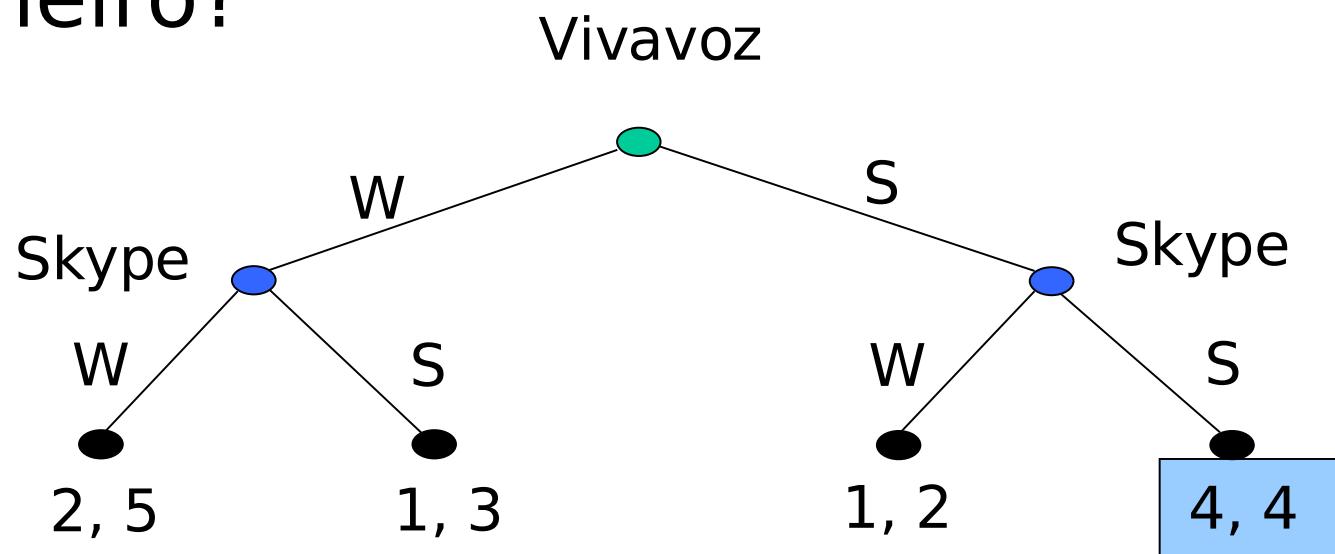
- Melhor estratégia para Skype : W
- Resultado único

Indução de Trás-para-Frente

- Indução de Trás-para-Frente sempre leva a um equilíbrio de Nash (jogos com informação perfeita)
- Equilíbrio não necessariamente é único
 - não há preferência estrita sobre os resultados
- Mecanismo para remoção de equilíbrios de Nash “ruins”
 - Ameaças inacreditáveis

Líderes e Seguidores

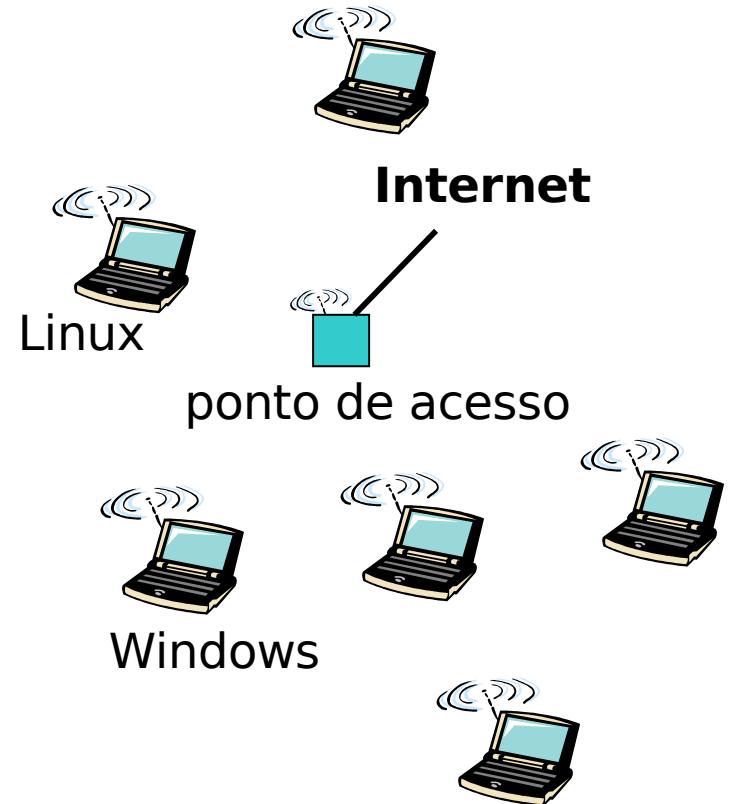
- O que aconteceria se Vivavoz decidisse primeiro?



- Equilíbrio de Nash (depois de indução de trás-para-frente)?
- Melhor resultado para Vivavoz
 - ameaça inacreditável passa a ser crível!
- Vantagem de jogar primeiro
 - mas sempre é vantajoso?

Jogando Redes sem Fio

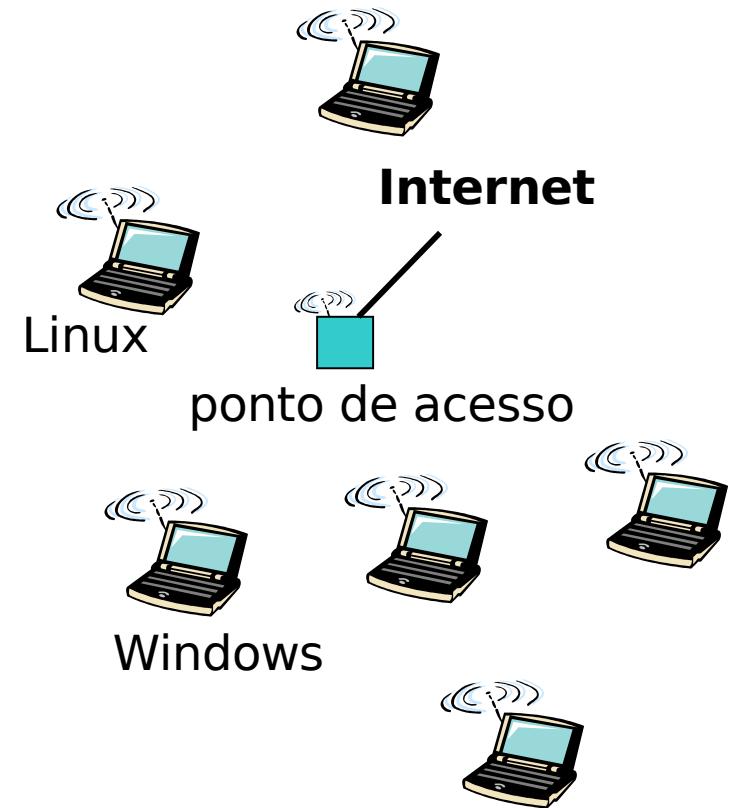
- Rede sem fio: meio (espaço de frequências) é compartilhado
- Apenas **uma** transmissão de cada vez
- **Colisão:** transmissões simultâneas
- Quando transmitir?



Vocês vão decidir!!!

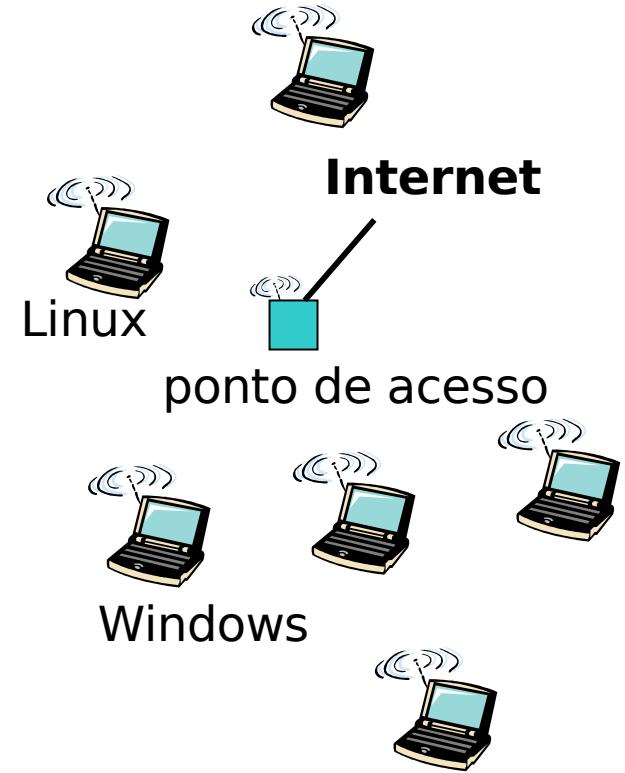
Jogando Redes sem Fio

- Cada um de vocês é uma estação
- Estratégia: Escolher uma **probabilidade** de transmissão
 - Número de 1 a 100 (escrever no papel)
- Iremos simular o jogar do dado (para cada um de vocês)
- Dado decide se você transmitiu ou não



Exemplo

- Supor que você escolheu 37
 - 37% de chance de você transmitir
- Se o seu dado sair 73 você **não** transmitiu
- Se o seu dado sair 19 você transmitiu
- Você transmite se o resultado do dado for **menor ou igual** à probabilidade escolhida!



Resultado dos Dados

- Seu número representa sua estação e o respectivo dado
- Ex. número 63, probabilidade 54

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 55 | 3 | 50 | 44 | 81 | 87 | 60 | 94 | 3 | 2 |
| 10 | 95 | 81 | 69 | 3 | 47 | 8 | 91 | 52 | 82 | 67 |
| 20 | 88 | 55 | 52 | 50 | 69 | 68 | 73 | 1 | 99 | 78 |
| 30 | 8 | 5 | 26 | 63 | 98 | 82 | 32 | 18 | 82 | 70 |
| 40 | 74 | 86 | 39 | 73 | 77 | 50 | 8 | 54 | 51 | 31 |
| 50 | 12 | 40 | 89 | 67 | 33 | 42 | 27 | 97 | 76 | 38 |
| 60 | 6 | 27 | 72 | 22 | 33 | 19 | 42 | 77 | 78 | 61 |
| 70 | 83 | 70 | 95 | 61 | 3 | 31 | 12 | 44 | 49 | 2 |
| 80 | 81 | 66 | 72 | 28 | 24 | 36 | 71 | 84 | 68 | 74 |
| 90 | 37 | 89 | 10 | 73 | 79 | 13 | 8 | 1 | 20 | 37 |
| 100 | 23 | 27 | 52 | 51 | 21 | 78 | 58 | 66 | 66 | |
| | 32 | | | | | | | | | |
| 110 | 53 | 24 | 91 | 56 | 91 | 71 | 100 | | 69 | 69 |
| 120 | 90 | 77 | 72 | 67 | 46 | 57 | 77 | 58 | 37 | |

■ Você transmitiu! (pois $22 \leq 54$)

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe uma probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 1**

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 03 | 68 | 51 | 69 | 54 | 17 | 18 | 59 | 19 | 3 |
| 10 | 76 | 90 | 74 | 14 | 37 | 31 | 37 | 90 | 78 |
| 20 | 50 | 13 | 59 | 35 | 51 | 69 | 76 | 44 | 16 |
| 30 | 38 | 98 | 4 | 46 | 51 | 65 | 14 | 95 | 10 |
| 40 | 78 | 16 | 82 | 75 | 90 | 8 | 78 | 9 | 5 |
| 50 | 92 | 28 | 7 | 50 | 18 | 68 | 79 | 26 | 6 |
| 60 | 67 | 40 | 89 | 59 | 87 | 71 | 21 | 10 | 49 |
| 70 | 65 | 18 | 56 | 2 | 88 | 2 | 57 | 17 | 71 |
| 80 | 2 | 77 | 12 | 25 | 81 | 35 | 34 | 16 | 1 |
| 90 | 56 | 75 | 73 | 61 | 52 | 52 | 70 | 18 | 63 |
| 100 | 30 | 93 | 68 | 24 | 56 | 71 | 90 | 6 | 96 |
| 2 | | | | | | | | | |
| 110 | 56 | 22 | 45 | 51 | 54 | 3 | 69 | 3 | 32 |
| 34 | | | | | | | | | |
| 52 | Quem transmítiu? | 51 | 32 | 80 | 58 | 10 | 73 | | |

Jogando “Redes sem Fio”

- Resultado: número de estações que transmitiram (> 1 , colisão)
 - Rodada 1:
 - Rodada 2:
 - Rodada 3:
 - Rodada 4:
 - Rodada 5:
 - Rodada 6:
 - Rodada 7:
 - Rodada 8:
 - Rodada 9:
 - Rodada 10:

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 2**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|-----------------|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 40 | 85 | 59 | 21 | 3 | 43 | 31 | 81 | 41 | 38 |
| 10 | 28 | 14 | 50 | 28 | 88 | 21 | 43 | 76 | 52 | 32 |
| 20 | 21 | 61 | 100 | 13 | 10 | 65 | 41 | 11 | 6 | 65 |
| 30 | 13 | 60 | 93 | 80 | 98 | 68 | 73 | 98 | 89 | 91 |
| 40 | 76 | 56 | 47 | 20 | 92 | 64 | 57 | 91 | 84 | 67 |
| 50 | 21 | 26 | 31 | 42 | 32 | 45 | 59 | 3 | 11 | 31 |
| 60 | 7 | 27 | 100 | 93 | 91 | 68 | 77 | 28 | 2 | 78 |
| 70 | 62 | 96 | 17 | 88 | 27 | 34 | 42 | 86 | 38 | 16 |
| 80 | 81 | 32 | 55 | 76 | 38 | 50 | 35 | 12 | 55 | 45 |
| 90 | 36 | 87 | 90 | 67 | 84 | 41 | 27 | 92 | 97 | 22 |
| 100 | 50 | 30 | 31 | 77 | 43 | 20 | 35 | 77 | 57 | 48 |
| 47 | 10 | 26 | 10 | 29 | 21 | 72 | 73 | 47 | 47 | 47 |
| | Quem transmite? | 21 | 72 | 73 | 47 | 47 | 47 | 47 | 47 | 47 |

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 3**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|-----------------|-----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| 0 | 59 | 57 | 46 | 27 | 1 | 97 | 86 | 30 | 90 | 17 |
| 10 | 5 | 11 | 7 | 63 | 44 | 53 | 30 | 67 | 61 | 74 |
| 20 | 85 | 57 | 11 | 39 | 27 | 65 | 33 | 74 | 5 | 19 |
| 30 | 90 | 100 | | 77 | 38 | 93 | 26 | 38 | 16 | 68 |
| 11 | | | | | | | | | | |
| 40 | 45 | 14 | 81 | 54 | 74 | 51 | 87 | 98 | 6 | 8 |
| 50 | 28 | 18 | 77 | 36 | 24 | 89 | 92 | 81 | 100 | |
| 87 | | | | | | | | | | |
| 60 | 31 | 26 | 89 | 28 | 50 | 51 | 48 | 91 | 9 | 17 |
| 70 | 33 | 48 | 21 | 75 | 71 | 22 | 59 | 5 | 69 | 11 |
| 80 | 23 | 87 | 97 | 4 | 90 | 8 | 3 | 8 | 51 | 5 |
| 90 | 68 | 29 | 77 | 52 | 83 | 20 | 88 | 94 | 45 | 43 |
| 100 | | 86 | 19 | 54 | 46 | 29 | 96 | 19 | 13 | 95 |
| 53 | | | | | | | | | | |
| ■ 10 | Quem transmite? | 21 | 44 | 36 | 42 | 35 | 85 | | | |
| 9 | | | | | | | | | | |

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 4**

| | | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 70 | 82 | 72 | 75 | 44 | 53 | 79 | 2 | 90 | 9 |
| 10 | 84 | 74 | 75 | 56 | 15 | 33 | 49 | 70 | 15 | 78 |
| 20 | 77 | 11 | 70 | 94 | 17 | 21 | 85 | 47 | 100 | 66 |
| 30 | 1 | 21 | 74 | 52 | 28 | 61 | 49 | 68 | 72 | 84 |
| 40 | 14 | 76 | 26 | 25 | 68 | 14 | 22 | 95 | 12 | 30 |
| 50 | 100 | 87 | 85 | 4 | 88 | 38 | 48 | 87 | 66 | 66 |
| 60 | 25 | 12 | 91 | 97 | 3 | 89 | 59 | 96 | 82 | 72 |
| 70 | 91 | 14 | 9 | 82 | 10 | 82 | 51 | 75 | 96 | 42 |
| 80 | 68 | 67 | 91 | 64 | 28 | 70 | 38 | 25 | 28 | 68 |
| 90 | 23 | 3 | 68 | 92 | 12 | 79 | 26 | 9 | 45 | 68 |
| 100 | 8 | 93 | 78 | 96 | 90 | 98 | 44 | 43 | 52 | 85 |
| 85 | 35 | 1 | 5 | 6 | 35 | 51 | 47 | 19 | 2 | 69 |
| 35 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

■ Quem transmitem?

35

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) – **Rodada 5**

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|
| 36 | 7 | 30 | 50 | 76 | 19 | 33 | 99 | 12 | 81 |
| 79 | 35 | 77 | 5 | 46 | 26 | 91 | 100 | | 52 |
| 43 | | | | | | | | | |
| 31 | 23 | 4 | 58 | 40 | 15 | 25 | 43 | 48 | 5 |
| 26 | 95 | 4 | 62 | 91 | 64 | 13 | 68 | 40 | 14 |
| 56 | 1 | 28 | 95 | 96 | 88 | 60 | 50 | 61 | 26 |
| 76 | 45 | 74 | 36 | 73 | 35 | 57 | 32 | 34 | 64 |
| 60 | 83 | 34 | 2 | 39 | 48 | 64 | 27 | 51 | 59 |
| 82 | 49 | 67 | 31 | 5 | 83 | 88 | 80 | 60 | 73 |
| 72 | 21 | 9 | 65 | 25 | 34 | 56 | 53 | 94 | 62 |
| 77 | 62 | 11 | 35 | 45 | 13 | 10 | 84 | 19 | 50 |
| 86 | 33 | 57 | 30 | 96 | 44 | 22 | 95 | | 93 |
| 90 | | | | | | | | | |
| 47 | 15 | 83 | 37 | 24 | 10 | 93 | 17 | 81 | |
| Quem transmitiu? | | | | | | | | | |
| 41 | 61 | 14 | 77 | 3 | 78 | 39 | 21 | 64 | |

Quem transmitiu?

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 6**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 14 | 82 | 9 | 32 | 25 | 81 | 82 | 91 | 36 | 28 |
| 10 | 91 | 60 | 94 | 67 | 84 | 5 | 41 | 26 | 75 | 30 |
| 20 | 74 | 33 | 66 | 25 | 65 | 83 | 1 | 30 | 46 | 80 |
| 30 | 97 | 35 | 58 | 21 | 73 | 28 | 73 | 25 | 4 | 21 |
| 40 | 84 | 89 | 33 | 43 | 77 | 72 | 70 | 49 | 78 | 82 |
| 50 | 96 | 29 | 82 | 83 | 13 | 58 | 70 | 73 | 54 | 80 |
| 60 | 13 | 71 | 7 | 65 | 69 | 59 | 37 | 33 | 69 | 3 |
| 70 | 87 | 80 | 10 | 22 | 38 | 99 | 44 | 12 | 97 | 41 |
| 80 | 66 | 96 | 2 | 97 | 24 | 22 | 14 | 53 | 18 | 53 |
| 90 | 77 | 100 | | 36 | 94 | 27 | 44 | 88 | 97 | 24 |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 100 | 69 | 72 | 84 | 33 | 42 | 72 | 97 | 86 | 48 | |
| 50 | | | | | | | | | | |
| 110 | 95 | 10 | 43 | 84 | 74 | 14 | 75 | 48 | 5 | |
| 6 | Quem transmitiu? | | | | | | | | | |
| 120 | 81 | 34 | 66 | 25 | 38 | 3 | 22 | 4 | 48 | |

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 7**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| 0 | 30 | 76 | 81 | 31 | 70 | 77 | 39 | 69 | 97 | 23 |
| 10 | 70 | 31 | 67 | 76 | 42 | 84 | 15 | 64 | 100 | 56 |
| 20 | 21 | 21 | 8 | 19 | 17 | 40 | 38 | 41 | 3 | 71 |
| 30 | 52 | 47 | 13 | 15 | 84 | 89 | 90 | 28 | 76 | 47 |
| 40 | 17 | 17 | 69 | 74 | 69 | 24 | 2 | 6 | 25 | 78 |
| 50 | 21 | 44 | 3 | 24 | 60 | 36 | 68 | 95 | 84 | 54 |
| 60 | 62 | 43 | 52 | 8 | 20 | 99 | 12 | 93 | 9 | 69 |
| 70 | 66 | 92 | 67 | 41 | 19 | 43 | 58 | 7 | 61 | 10 |
| 80 | 46 | 83 | 87 | 32 | 88 | 25 | 6 | 9 | 43 | 12 |
| 90 | 45 | 10 | 22 | 23 | 95 | 36 | 48 | 55 | 10 | 38 |
| 100 | 68 | 11 | 8 | 32 | 80 | 17 | 78 | 86 | 21 | 92 |
| 110 | 46 | 40 | 73 | 23 | 98 | 40 | 34 | 72 | 27 | 99 |
| 120 | 21 | 78 | 90 | 32 | 39 | 68 | 46 | 74 | 88 | 89 |

■ Quem transmitiu?

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 8**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| 0 | 17 | 85 | 46 | 53 | 50 | 92 | 72 | 46 | 22 | 29 |
| 10 | 78 | 44 | 87 | 37 | 89 | 73 | 10 | 56 | 30 | 80 |
| 20 | 34 | 39 | 40 | 99 | 63 | 19 | 38 | 58 | 87 | 41 |
| 30 | 98 | 86 | 35 | 19 | 17 | 2 | 73 | 53 | 53 | 19 |
| 40 | 38 | 45 | 20 | 75 | 21 | 53 | 1 | 13 | 90 | 35 |
| 50 | 71 | 2 | 81 | 1 | 5 | 54 | 21 | 46 | 46 | 6 |
| 60 | 26 | 66 | 13 | 33 | 48 | 37 | 28 | 57 | 96 | 65 |
| 70 | 38 | 8 | 11 | 68 | 15 | 32 | 23 | 18 | 4 | 67 |
| 80 | 68 | 2 | 3 | 94 | 100 | 9 | 52 | 7 | 56 | 30 |
| 90 | 14 | 70 | 29 | 63 | 10 | 31 | 10 | 4 | 7 | 58 |
| 100 | 24 | 38 | 23 | 53 | 54 | 82 | 32 | 32 | 71 | 24 |
| 110 | 47 | 9 | 44 | 86 | 60 | 71 | 66 | 61 | 10 | 36 |
| 120 | 76 | 72 | 71 | 92 | 96 | 63 | 23 | 7 | 64 | 55 |

■ Quem transmitiu?

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 9**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|-------------------------------|
| 0 | 33 | 63 | 36 | 56 | 30 | 93 | 45 | 24 | 56 | 85 |
| 10 | 86 | 91 | 76 | 89 | 2 | 84 | 100 | 47 | 12 | 68 |
| 20 | 2 | 92 | 10 | 31 | 65 | 65 | 35 | 25 | 85 | 85 |
| 30 | 68 | 31 | 77 | 83 | 51 | 87 | 11 | 49 | 47 | 44 |
| 40 | 48 | 99 | 57 | 92 | 80 | 15 | 19 | 28 | 48 | 53 |
| 50 | 84 | 85 | 45 | 88 | 7 | 20 | 86 | 79 | 49 | 68 |
| 60 | 41 | 27 | 30 | 61 | 8 | 15 | 15 | 18 | 42 | 89 |
| 70 | 81 | 3 | 1 | 81 | 63 | 67 | 26 | 34 | 98 | 60 |
| 80 | 21 | 16 | 81 | 38 | 50 | 97 | 61 | 37 | 17 | 77 |
| 90 | 63 | 55 | 39 | 19 | 97 | 10 | 85 | 3 | 18 | 4 |
| 100 | 91 | 38 | 99 | 76 | 21 | 43 | 96 | 64 | 88 | 51 |
| 110 | 51 | 63 | 94 | 38 | 21 | 98 | 23 | 28 | 75 | 120 |
| ■ Quem transmitiu? | 28 | 78 | 45 | 5 | 45 | 97 | 85 | 55 | 98 | Figueiredo de Souza e Silva - |

Jogando “Redes sem Fio”

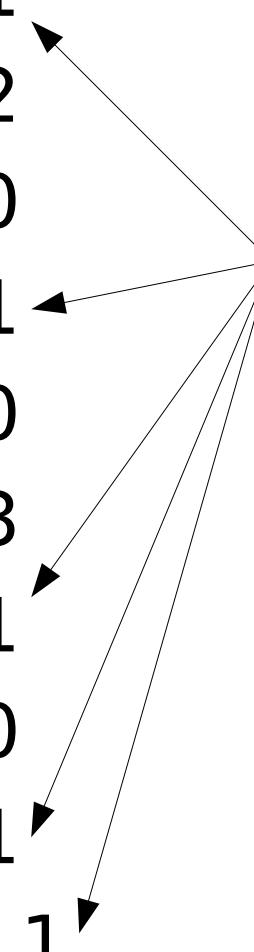
- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 10**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 38 | 30 | 4 | 37 | 18 | 56 | 70 | 82 | 33 | 20 |
| 10 | 88 | 99 | 66 | 74 | 38 | 88 | 43 | 26 | 98 | 70 |
| 20 | 87 | 81 | 75 | 99 | 66 | 15 | 54 | 30 | 32 | 68 |
| 30 | 82 | 79 | 8 | 94 | 69 | 36 | 22 | 73 | 34 | 35 |
| 40 | 49 | 2 | 74 | 62 | 51 | 80 | 83 | 9 | 82 | 14 |
| 50 | 100 | 38 | 49 | 31 | 19 | 80 | 98 | 59 | 27 | |
| 15 | | | | | | | | | | |
| 60 | 6 | 45 | 7 | 78 | 51 | 55 | 92 | 27 | 59 | 62 |
| 70 | 71 | 11 | 71 | 42 | 64 | 85 | 47 | 85 | 51 | 5 |
| 80 | 49 | 46 | 76 | 62 | 18 | 46 | 17 | 56 | 80 | 42 |
| 90 | 24 | 8 | 8 | 77 | 48 | 91 | 69 | 34 | 27 | 69 |
| 100 | 79 | 98 | 76 | 51 | 3 | 51 | 47 | 21 | 18 | |
| 14 | | | | | | | | | | |
| 110 | 86 | 75 | 78 | 48 | 76 | 13 | 99 | 29 | 82 | |
| ■ Quem transmitiu? | | | | | | | | | | |
| 120 | 98 | 25 | 82 | 26 | 12 | 68 | 17 | 5 | 28 | |

Jogando “Redes sem Fio”

- Resultado: número de estações que transmitiram (> 1 , colisão)
 - Rodada 1: 26
 - Rodada 2: 23
 - Rodada 3: 21
 - Rodada 4: 20
 - Rodada 5: 19
 - Rodada 6: 15
 - Rodada 7: 21
 - Rodada 8: 18
 - Rodada 9: 12
 - Rodada 10: 15
- Taxa de transmissão?

Jogando “Redes sem Fio”

- Qual seria resultado se probabilidade fosse 1% para todas as estações?
 - Rodada 1: 1
 - Rodada 2: 2
 - Rodada 3: 0
 - Rodada 4: 1
 - Rodada 5: 0
 - Rodada 6: 3
 - Rodada 7: 1
 - Rodada 8: 0
 - Rodada 9: 1
 - Rodada 10: 1
- 
- Transmissões com sucesso
- Taxa de transmissão = 50%!
 - Qual a taxa de transmissão esperada?
 - 37%

Jogando “Redes sem Fio”

- Qual a taxa de transmissão esperada?
- Dado que $p = 0.01$ e n estações, qual a prob. de apenas uma transmiti?

$$P[T(n)=1] = ? = \binom{n}{1} p^1 (1-p)^{n-1}$$

- Taxa de transmissão é igual!

O que Aprendemos?

- Resultado pode ser ineficiente
 - centralizado tem melhor desempenho
 - “preço da anarquia”... (amanhã)
- Problema de coordenação
 - convergência a um ponto de sela
 - depende do número de estações

Jogos Repetidos

- Jogo é repetido um certo número de vezes
 - Repetição finita do jogo base
- Modelar com jogos extensivos
 - Resultados anteriores são conhecidos
- Como *resolver* tais jogos?
- Equilíbrio de Nash pode ser obtido utilizando indução de trás-para-frente!

Exemplo de Jogo Repetido

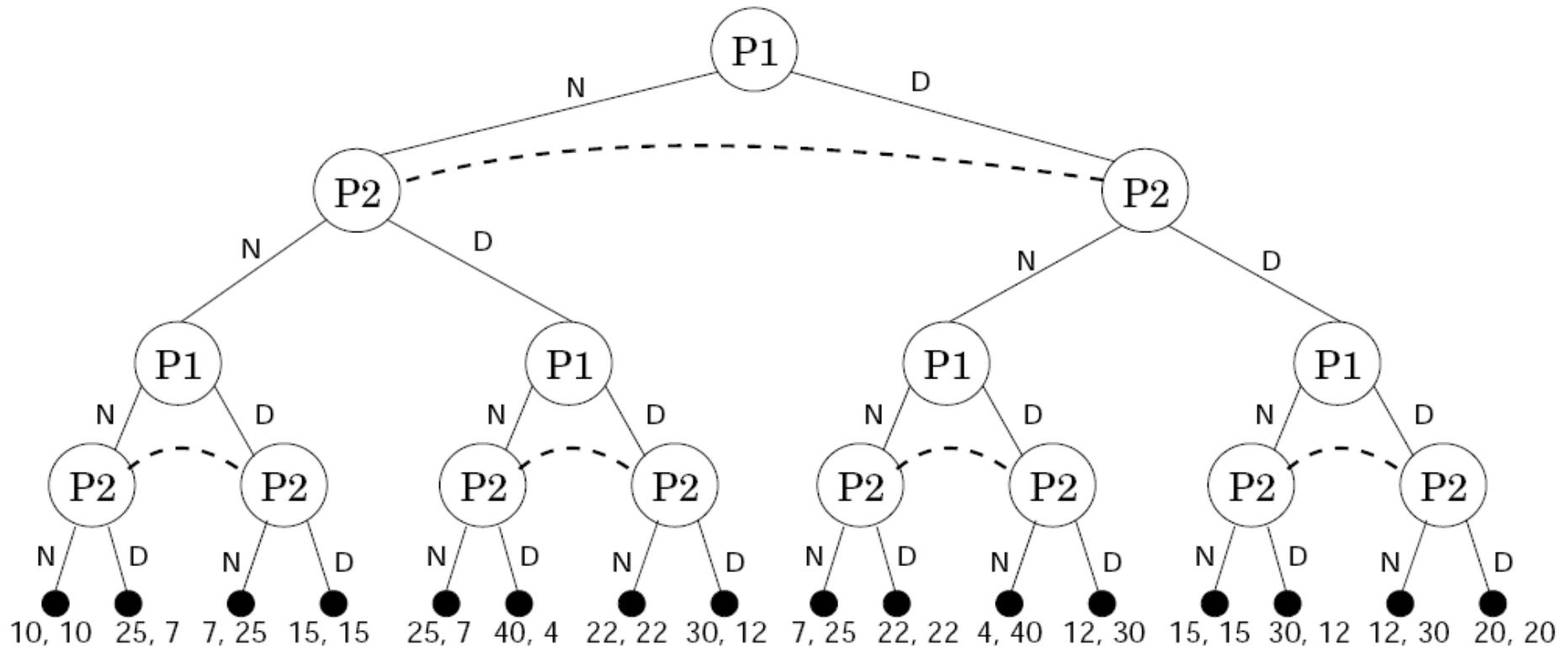
- Jogo base: dilema do prisioneiro

| | | P2 | |
|-----------|---|-----------|--------|
| | | N | D |
| | | N | 5, 5 |
| P1 | N | 20, 2 | |
| | D | 2, 20 | 10, 10 |

- Jogo repetido k vezes
- Resultado de todas as fases anteriores é de conhecimento dos jogadores
- Recompensa é dada pela *recompensa acumulada* em todas as fases

Exemplo de Jogo Repetido

- Jogo repetido 2 vezes
- Modelagem com jogo extensivo



- Equilíbrio de Nash?

FIM

■ Continua amanhã...

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 11**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------------------|----|----|-----|-----|-----|----|----|----|----|
| 0 | 79 | 92 | 78 | 13 | 68 | 49 | 46 | 43 | 4 | 76 |
| 10 | 7 | 69 | 91 | 33 | 31 | 80 | 22 | 22 | 10 | 41 |
| 20 | 13 | 2 | 87 | 37 | 41 | 100 | 64 | 34 | 21 | 75 |
| 30 | 1 | 19 | 54 | 100 | 3 | 35 | 71 | 32 | 93 | 87 |
| 40 | 99 | 38 | 90 | 16 | 82 | 28 | 68 | 20 | 82 | 84 |
| 50 | 41 | 43 | 90 | 26 | 22 | 77 | 69 | 99 | 19 | 12 |
| 60 | 70 | 37 | 16 | 89 | 32 | 77 | 87 | 80 | 15 | 77 |
| 70 | 10 | 49 | 66 | 16 | 21 | 21 | 82 | 33 | 63 | 21 |
| 80 | 61 | 83 | 93 | 91 | 100 | 47 | 88 | 64 | 43 | 6 |
| 90 | 9 | 2 | 35 | 100 | 79 | 61 | 72 | 71 | 15 | 13 |
| 100 | Quem transmitem? | 24 | 92 | 68 | 6 | 33 | 59 | 35 | 72 | 32 |

Jogando “Redes sem Fio”

- Cada um agora escolhe outra probabilidade (de 1 a 100) - **Rodada 12**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|----|------------------|----|-----|----|-----|----|----|----|----|
| 0 | 16 | 75 | 42 | 23 | 31 | 5 | 93 | 62 | 35 | 83 |
| 10 | 56 | 65 | 53 | 100 | 12 | 11 | 66 | 41 | 80 | 69 |
| 20 | 28 | 84 | 35 | 14 | 57 | 6 | 22 | 57 | 51 | 83 |
| 30 | 45 | 22 | 55 | 59 | 88 | 65 | 39 | 72 | 45 | 37 |
| 40 | 5 | 96 | 4 | 91 | 88 | 100 | 82 | 47 | 65 | 82 |
| 50 | 41 | 3 | 44 | 75 | 83 | 12 | 35 | 77 | 61 | 11 |
| 60 | 87 | 18 | 2 | 21 | 92 | 9 | 71 | 5 | 27 | 73 |
| 70 | 83 | 6 | 49 | 25 | 88 | 47 | 12 | 86 | 33 | 20 |
| 80 | 13 | 97 | 26 | 37 | 47 | 38 | 11 | 81 | 65 | 87 |
| 90 | 81 | 29 | 29 | 49 | 22 | 72 | 48 | 81 | 39 | 20 |
| 100 | 92 | 39 | 33 | 9 | 71 | 84 | 97 | 96 | 67 | 57 |
| 57 | 1 | Quem transmitem? | 77 | 85 | 43 | 49 | 63 | 74 | | |
| 82 | | | | | | | | | | |