

# Uma breve introdução à Teoria dos Jogos com aplicações a Redes de Computadores

## JAI 3 (Capítulo 2)

Edmundo de Souza e Silva

Daniel R. Figueiredo

**SBC 2007**

LAND – COPPE/PESC – IM/DCC – UFRJ



# Onde Estamos

## ■ Aula 1

- Conflito de interesse
- Problemas em redes
- Introdução à teoria
- Dominância
- Pontos de sela
- Equilíbrio de Nash

## ■ **Todos sabem o que é um equilíbrio de Nash?**

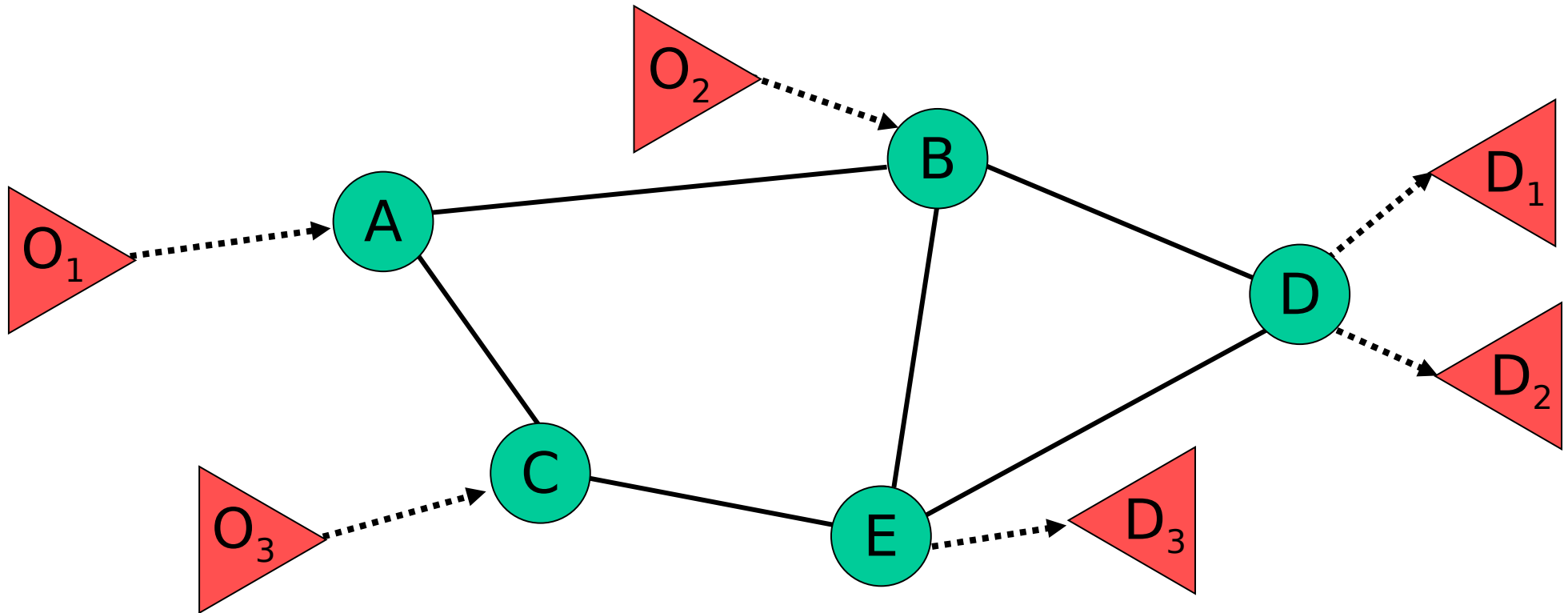
## ■ Aula 2

- Jogando o Dilema do Prisioneiro
- Mais teoria...
- Jogando “Redes sem Fio”

## ■ Aula 3

- Mudando de estratégia (dinâmica de jogos)
- Teoria Evolucionária
- Retorno aos problemas de redes
- Finalizações...

# Problema de Roteamento



- **Dados:** Topologia da rede, métrica dos enlaces, matriz de tráfego
- **Saída:** conjunto de rotas para encaminhar tráfego

# Roteamento – Abordagem Clássica

- Roteamento como problema de otimização
  - ex. minimizar o retardo total da rede
  - Foco no desempenho global (ótimo social)
  - Desempenho de um usuário não é importante
- Algoritmos centralizados ou distribuídos
  - ex. link state ou distance vector
  - Decidem rotas segundo critérios estabelecidos
- Usuários passivos
  - Usuários não têm poder de influência

# Roteamento – Abordagem (nem tanto) Futurística

- Roteamento como um jogo entre usuários
  - Usuários decidem suas rotas
  - Decisões egoístas (*selfish routing*), interesse próprio
  - Fortemente dependente nos outros usuários
- Jogo não-cooperativo
  - Usuários competem por recursos
- Equilíbrio de Nash
  - Conceito de solução adotado
  - Ponto de operação da rede

# Roteamento Egoísta

## ■ **Vantagens?**

- Não necessita de controle centralizado
- Desempenho individual é considerado
- Maior dinamismo

## ■ **Desvantagens?**

- Múltiplos equilíbrios
- Convergência em um equilíbrio
- Ponto de operação pouco eficiente
  - Preço da anarquia
- Usuários precisam conhecimento da rede

# Modelando o Problema

## Rede

- Enlaces possuem um custo (proporcional ao tráfego que passa pelo enlace)
- ex. retardo do enlace (maior é pior)

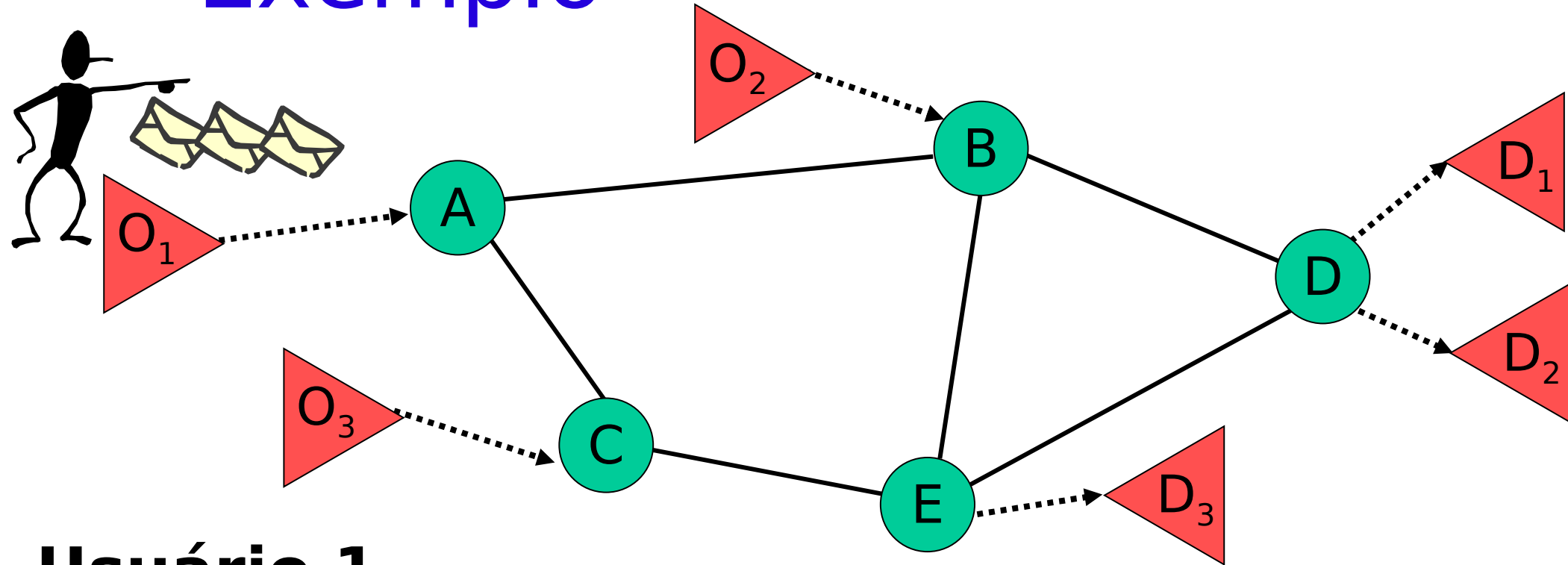
## Usuários

- Precisam transmitir a uma certa taxa
- Um ou mais caminhos disponíveis
- Decidem o quanto enviar por cada caminho

**Estratégias!**



# Exemplo



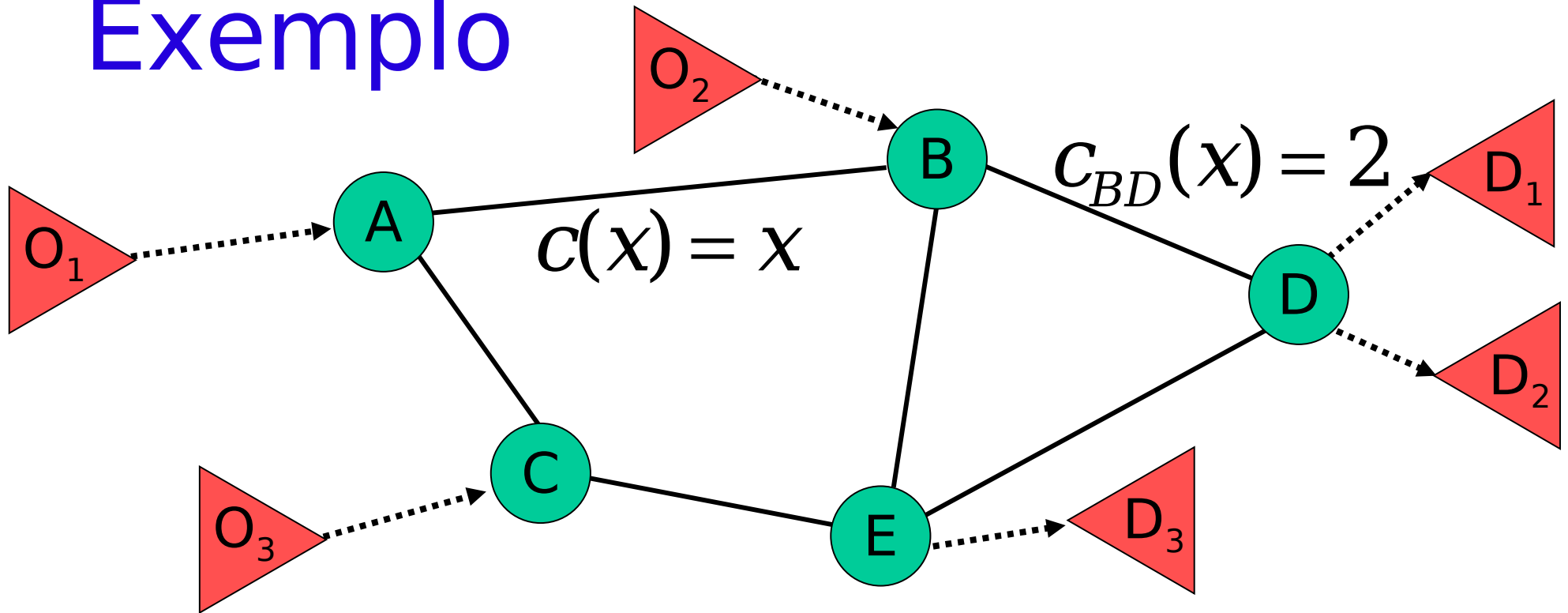
## Usuário 1

- Taxa de transmissão de 10 Kbps
- Caminhos disponíveis (sem loop)?  
 $C = \{ABD, ABED, ACED, ACEBD\}$
- Possível estratégia:

$$f(ABD) = 5, f(ABED) = 2, f(ACED) = 0, f(ACEBD) = 3$$



# Exemplo



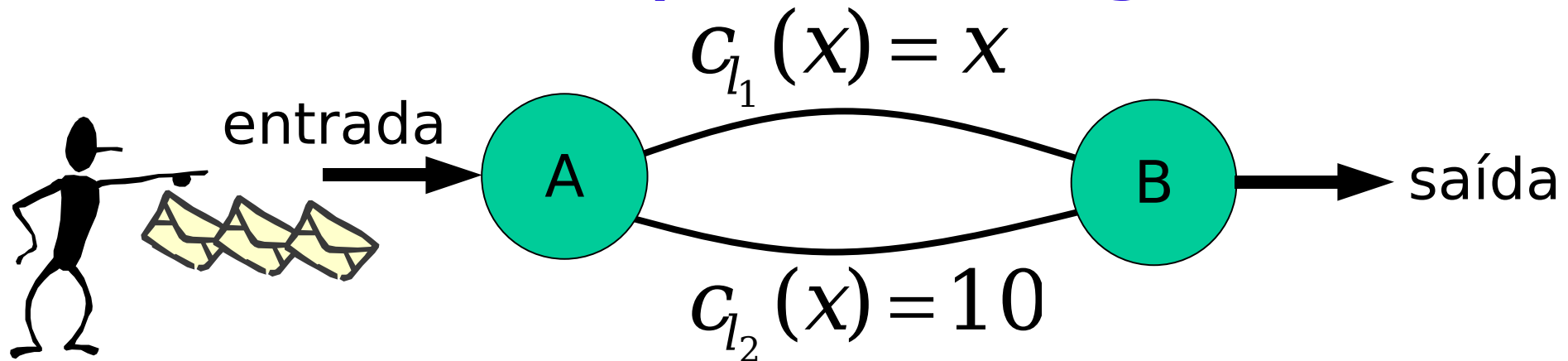
## Usuário 1

- Custo do caminho ABD?

$$C_{ABD}(x) = C_{AB}(x) + C_{BD}(x) = x + 2$$

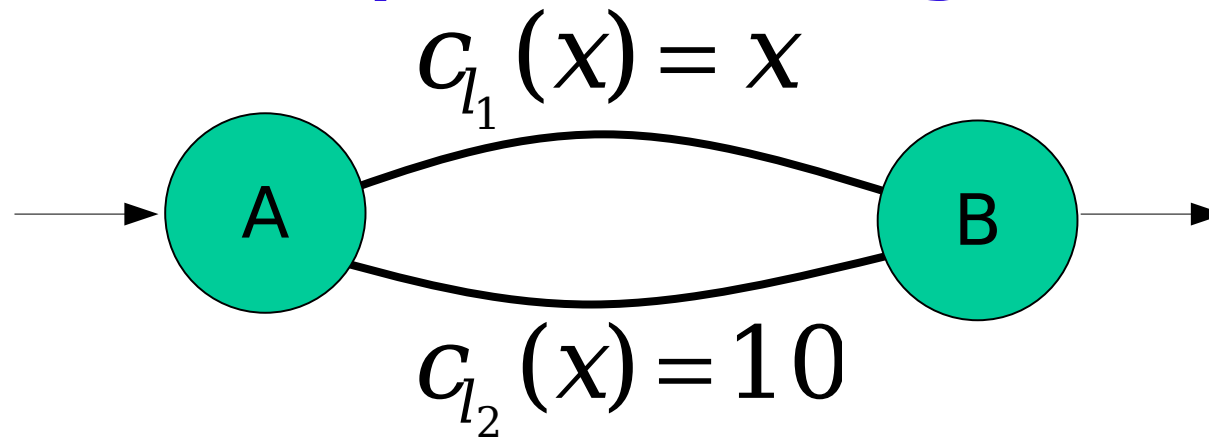
- Objetivo é minimizar o custo!
  - Escolher por onde enviar o tráfego

# Exemplo de Pigout



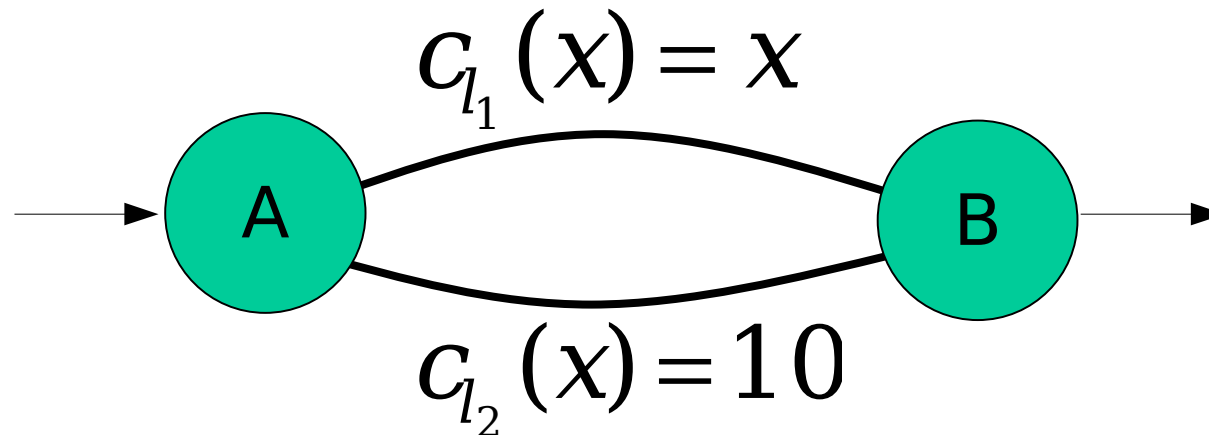
- Rede com dois enlaces (L1 e L2)
  - L1 custo variável
  - L2 custo fixo
- 10 usuários, cada um transmitindo a taxa 1 pps (pacotes por segundo)
- Por onde usuários devem enviar seus pacotes? Qual é o equilíbrio de Nash?

# Exemplo de Pigout



- **Observação:** custo de cada caminho no equilíbrio de Nash é o mesmo!
- Equilíbrio de Nash: todos os usuários escolhem link 1
- Custo p/ cada usuário no eq. de Nash: **10**
- Este resultado é *eficiente*?
  - Existe alocação melhor?

# Exemplo de Pigout – Alocação centralizada



- Solução centralizada: rede decide as rotas
- **Objetivo:** minimizar a soma dos custos dos usuários (função objetivo global)
- Qual é a melhor alocação?
- Metade dos usuários em cada enlace!

$$C^* = \sum_i C_i = 5 * 5 + 5 * 10 = 75$$

# Exemplo de Pigout – Comparação

- Custo global do NEP

$$C^N = \sum_i c_i = 10 * 10 = 100$$

- Custo global ótimo

$$C^* = \sum_i c_i = 5 * 5 + 5 * 10 = 75 \leftarrow \text{Custo menor!}$$

- O preço da anarquia!
  - Ineficiência causada pela competição

# O Preço da Anarquia

- Equilíbrio de jogos não-cooperativos são geralmente ineficientes
  - ex. dilema do prisioneiro
- Quantificar ineficiência em termos de um objetivo global
  - ex. soma das recompensas
  - Comparação entre coordenação e competição

$$\text{Preço da Anarquia de um Jogo} = \frac{\text{Valor da função objetivo no eq. Nash}}{\text{Valor ótimo da função objetivo}}$$

# O Preço da Anarquia no exemplo de Pigout

- Custo global do NEP

$$C^N = \sum_i c_i = 10 * 10 = 100$$

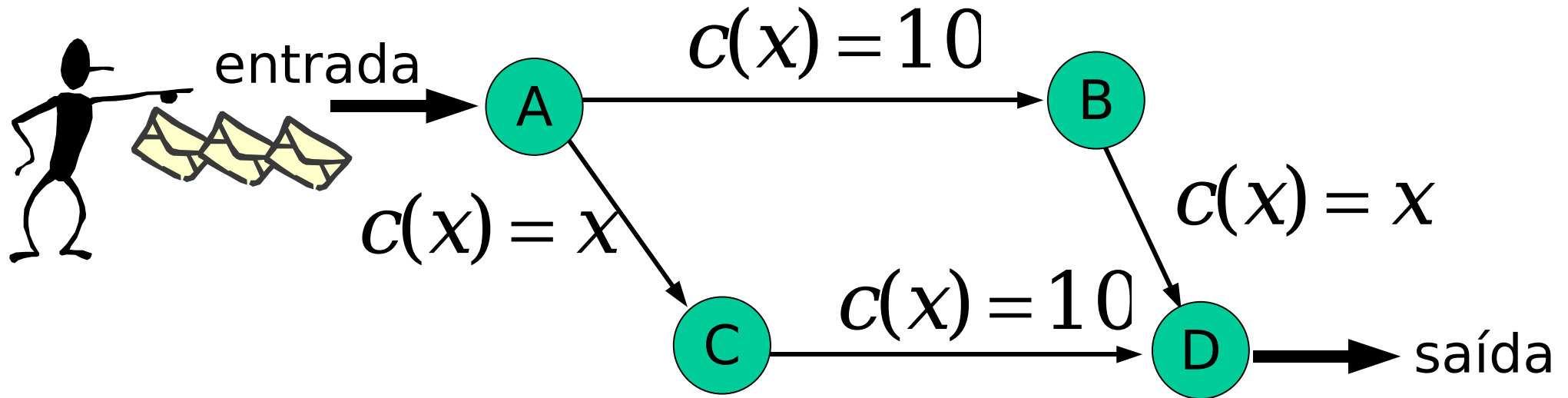
- Custo global ótimo

$$C^* = \sum_i c_i = 5 * 5 + 5 * 10 = 75$$

$$\text{PoA} = \frac{C^N}{C^*} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$$

“Price of Anarchy”

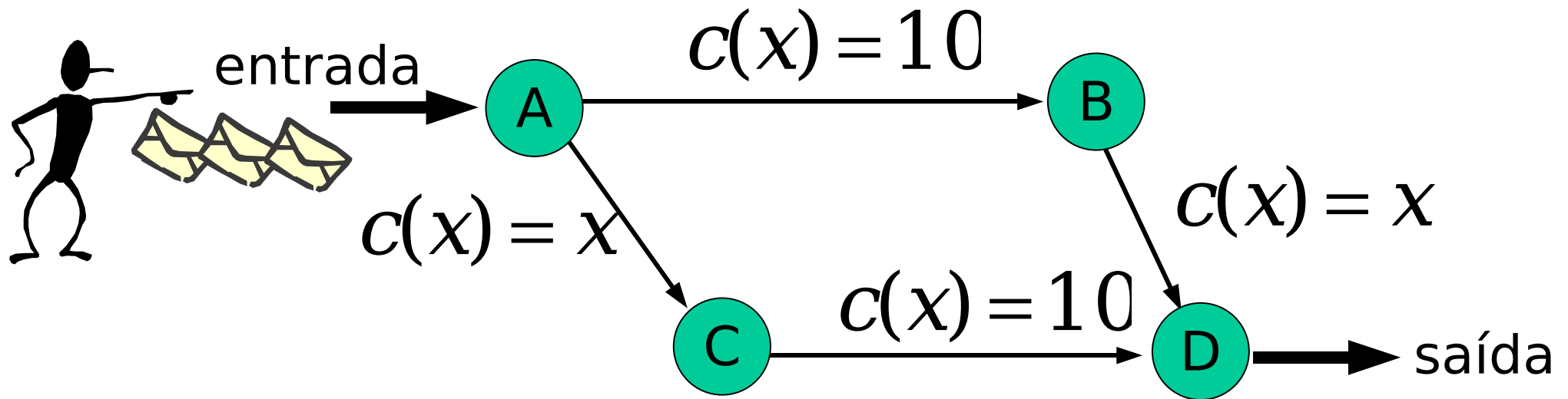
# Paradoxo de Braess



- 10 usuários, taxa 1 cada
- Qual é o equilíbrio de Nash?
  - Metade dos usuários por cada caminho
- Custo no eq. de Nash?
  - $10 + 5 = 15$



# Paradoxo de Braess



- Custo global ótimo?

$$C^* = \sum_i c_i = 10 * (5 + 10) = 150$$

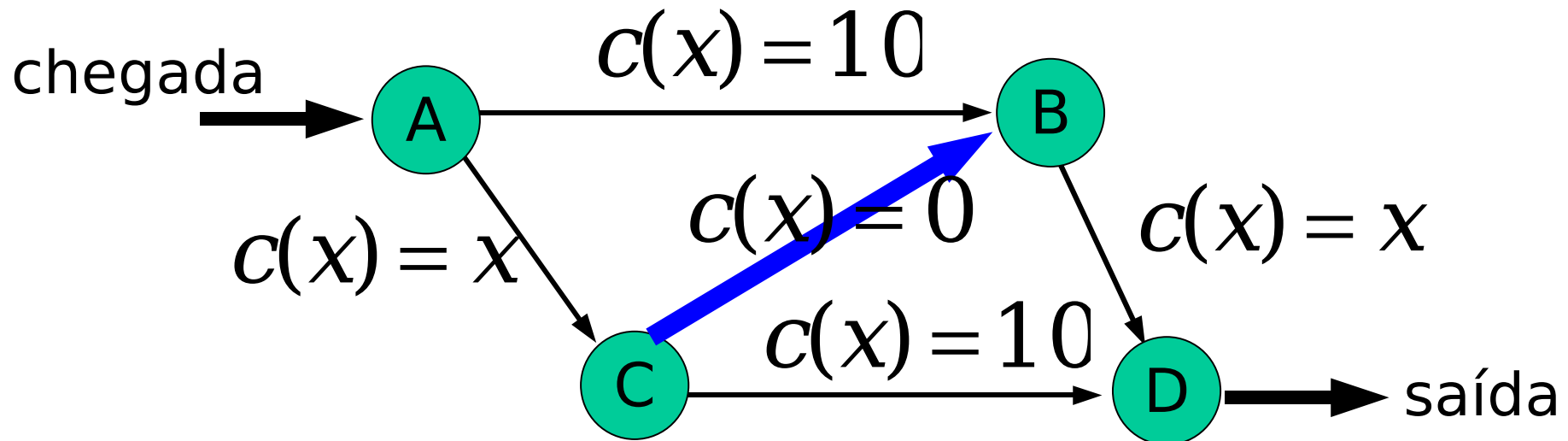
- Custo global do NEP

$$C^N = 10 * 15 = 150$$

- PoA?  $PoA = \frac{C^N}{C^*} = \frac{150}{150} = 1$

**Anarquia não tem custo!**

# Paradoxo de Braess

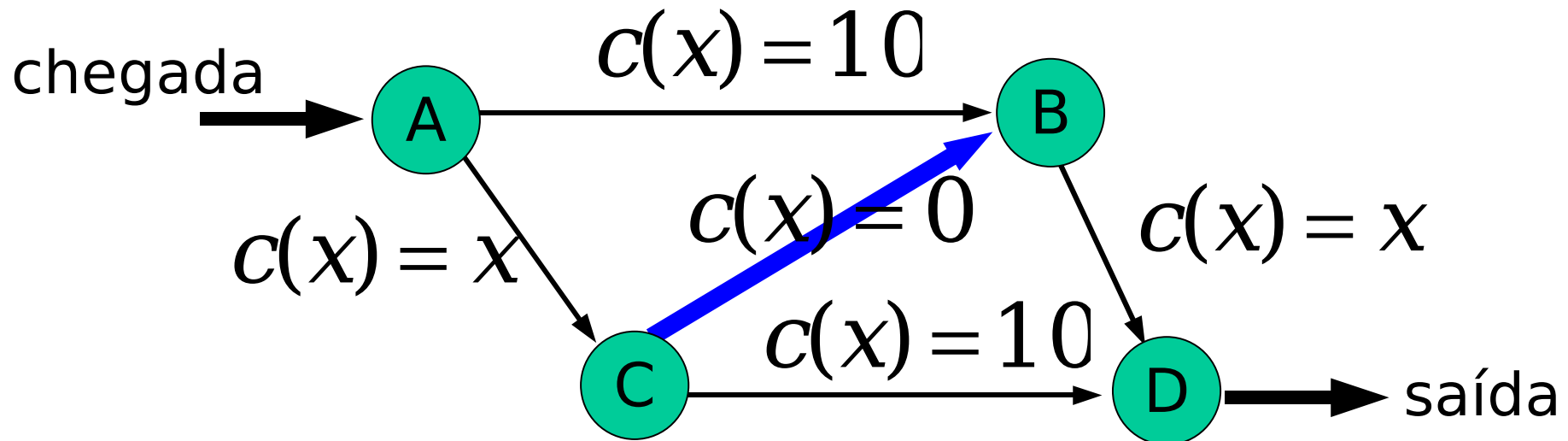


- Melhorar desempenho da rede
- Adicionar um enlace de custo ZERO (CB)!

## ■ Boa idéia??

- Qual é o novo equilíbrio de Nash?
  - Todos pelo caminho ACBD!
- Custo no eq. de Nash? **pior!**
  - $10 + 0 + 10 = 20$

# Paradoxo de Braess



- Paradoxo: Adicionar um enlace de custo zero **piorou** desempenho para usuários!
- Aplicações em engenharia de trânsito
  - Construir uma ponte pode piorar o tráfego!
- Preço da anarquia?

# O Quão Ruim é Roteamento Egoísta?

- Qual é o preço da anarquia?
- Depende!
  - Funções de custo, topologia da rede, matriz de tráfego, etc.
- **Teorema** (Roughgarden/Tardos, 2000) : POA de roteamento egoísta quando funções de custo são lineares é no máximo  $4/3$ 
  - para qualquer topologia de rede, matriz de tráfego, número de usuários, etc.

# O que vimos...

- Conflito de interesses é universal
- Exemplos de conflitos na área de redes ← Aula 1
- Teoria: dominância, Nash
- Dilema do Prisioneiro
- Teoria: Jogos em sequência, indução ← Aula 2
- Jogando “redes sem fio”
- Dinâmica e Teoria dos Jogos
- Problemas de Alocação de Recursos etc. ← Aula 3

**Há muito mais!  
Teoria e Problemas em Redes**

Teoria dos Jogos  
Problemas em Redes de Computadores

# Fechamento

- Slides estarão disponíveis  
Página oficial dos JAIs (ou via email)
- LAND : Nosso Laboratório na UFRJ  
**[www.land.ufrj.br](http://www.land.ufrj.br)**
- Interesse em Mestrado? Doutorado?  
**Fale conosco!**

**Obrigado pela Atenção!**

# Avaliação



- Nós seremos avaliados!
- Resposta às perguntas abaixo:
  - escreva em um papel (anônimo)
- O que você **mais gostou** do mini-curso?
- O que você **menos gostou** do mini-curso?
- Qual **nota** você daria para o mini-curso (A B C D E)?