

Teoria dos Grafos – COS242 2021/2

Quarta Lista de Exercícios

Para um melhor rendimento do processo de aprendizagem, responda às perguntas de forma precisa e completa.

Questão 1: Considere o grafo ilustrado abaixo. Utilizando uma tabela (conforme apresentado em aula), mostre o funcionamento do algoritmo de Prim passo-a-passo. Utilize o vértice A como ponto de partida.

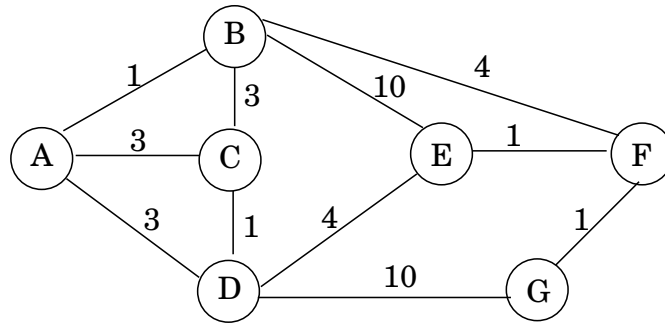


Figura 1: Grafo não-direcionado com pesos.

Questão 2: A Propriedade do Ciclo diz que a aresta de maior peso de um ciclo C qualquer de um grafo G qualquer não pertence a nenhuma árvore geradora mínima. Prove esta propriedade. Dica: utiliza a estrutura da prova da Propriedade do Corte.

Questão 3: A essência do algoritmo de Kruskal é iniciar o processo guloso com um grafo sem arestas e ir adicionando arestas ao grafo em ordem crescente de peso, garantindo a cada passo que ciclos não se formem. Uma outra idéia é iniciar o processo guloso com o grafo original e ir removendo arestas em ordem decrescente de peso (mais pesada primeiro, etc). O que precisa ser garantido a cada passo do algoritmo? Descreva, em pseudo-código, um algoritmo baseado nesta idéia.

Questão 4: Considere o problema de encontrar a MST (árvore geradora de custo mínimo) em um grafo $G = (V, E)$ onde cada aresta $e \in E$ possui um custo $c_e \geq 0$ tal que os custos não são necessariamente distintos. Neste caso, G pode possuir várias árvores geradoras de custo mínimo. Suponha que você conheça uma árvore geradora $T \subset E$ tal que cada aresta $e \in T$, e pertence a *alguma* árvore geradora de custo mínimo de G . Podemos concluir que T é uma árvore geradora de custo mínimo de G ? Prove este resultado ou dê um contra-exemplo.