

# Teoria dos Grafos - COS242

## 2025/2

### Primeira Lista de Exercícios

ATENÇÃO! Para um melhor rendimento do processo de aprendizagem, responda às perguntas de forma precisa e concisa.

**Questão 1:** Escolha 6 atores e 6 filmes de sua preferência e codifique os seguintes relacionamentos utilizando grafos (desenhando o grafo). Para ajudar a descobrir informações sobre atores e filmes, utilize o site IMDB (Internet Movie Database) em <http://www.imdb.com/>.

1. Objetos são atores e dois atores estão relacionados quando atuam em um mesmo filme.
2. Objetos são filmes e dois filmes estão relacionados quando um mesmo diretor dirigiu os dois filmes.
3. Objetos são atores e filmes. O relacionamento de interesse é um ator atuar em um filme.

**Questão 2:** Para cada um dos grafos construídos na Questão 1, determine o seguinte:

1. A maior clique do grafo.
2. O diâmetro do grafo.
3. Um ciclo Hamiltoniano, ou dizer que tal ciclo não existe.
4. Um ciclo Euleriano, ou dizer que tal ciclo não existe.
5. Determinar se o grafo é bipartido.

**Questão 3:** Considere o grafo onde vértices são atores e arestas existem se dois atores atuaram em um mesmo filme. O *número de Kevin Bacon* é o comprimento do menor caminho (distância) entre um ator qualquer e Kevin Bacon (ator americano) neste grafo. Por exemplo, o número de Kevin Bacon do ator Tom Hanks é 1, pois os dois atuaram no filme Apollo 13.

1. Escolha três atores brasileiros de sua preferência e determine o número de Kevin Bacon deles. Para ajudar na sua busca, utilize o site <http://oracleofbacon.org>, que fornece o número de Kevin Bacon para os atores.
2. Tente descobrir o ator brasileiro que possui o maior número (finito) de Kevin Bacon. Qual ator você descobriu e qual é seu número de Kevin Bacon?

**Questão 4:** O número de Erdős de uma pessoa é a distância entre ela e o virtuoso matemático Paul Erdős no *grafo de colaborações científicas*. No grafo de colaborações, vértices são pessoas e arestas codificam a colaboração entre pessoas. No caso de colaborações científicas, dizemos que colaborações ocorrem quando duas pessoas são co-autores de um mesmo artigo científico. Leia mais sobre Paul Erdős e grafo de colaborações em <http://www.oakland.edu/enp>.

1. Descubra qual é o seu número de Erdős. Neste caso considere que você “colaborou” com uma pessoa se esta pessoa foi seu professor. Determine também o caminho de colaboração entre você e Erdős.

**Questão 5:** Neste exercício você irá descobrir caminhos pelo grafo da Web. No grafo da web, vértices são páginas web (identificadas unicamente pela sua URL) e relacionamentos são determinados pela existência de hyperlinks entre as páginas.

1. Utilizando apenas cliques em hiperlinks (sem digitar nada), descubra um caminho pelo grafo da Web que sai da página da UFRJ ([www.ufrj.br](http://www.ufrj.br)) e chega na página do MIT ([www.mit.edu](http://www.mit.edu)). Você pode usar o botão “Back”(voltar) do seu navegador. Liste as URLs das páginas do caminho que você encontrou, assim como seu comprimento.
2. Determine outro caminho que seja independente do primeiro (ou seja, que não visite nenhuma das páginas intermediárias visitadas no primeiro caminho).
3. Discuta como você poderia encontrar o menor caminho entre a página da UFRJ e a do MIT.

**Questão 6:** Faça um programa para imprimir todas as permutações (sequências) possíveis de um conjunto de  $n$  números (uma permutação por linha). Por exemplo, se  $n$  for 2, seu programa deve imprimir  $\{1, 2\}$  e  $\{2, 1\}$ .

1. Quantas permutações seu programa terá que imprimir, em função de  $n$ ?
2. Para qual valor de  $n$  seu programa vai ter que imprimir mais linhas do que o número de átomos no universo observável? Dica: use a Wikipedia para descobrir uma estimativa do número de átomos em nosso universo.
3. Calcule o tempo necessário para executar seu programa (i.e., imprimir as permutações) em função de  $n$ . Por exemplo, você pode simplesmente utilizar o programa *time* disponível em qualquer Unix (ex. `$ time permuta.pl 5`) para medir o tempo de execução do programa. Trace um gráfico do tempo de execução do seu programa em função de  $n$  (ex.  $n = 2, 4, 6, 8, 10, \dots$ ). Qual é o maior valor de  $n$  que você conseguiu executar?