

# Teoria dos Grafos – COS242 2022/2

## Quarta Lista de Exercícios

Para um melhor rendimento do processo de aprendizagem, responda às perguntas de forma precisa e completa.

**Questão 1:** Considere o grafo ilustrado abaixo. Utilizando uma tabela (conforme apresentado em aula), mostre o funcionamento do algoritmo de Prim passo-a-passo. Utilize o vértice  $C$  como ponto de partida.

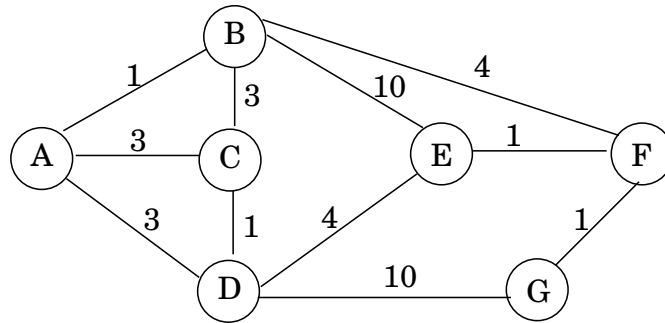


Figura 1: Grafo não-direcionado com pesos.

**Questão 2:** A Propriedade do Ciclo diz que a aresta de maior peso de um ciclo  $C$  qualquer de um grafo  $G$  qualquer não pertence a nenhuma árvore geradora mínima. Prove esta propriedade. Dica: utiliza a estrutura da prova da Propriedade do Corte.

**Questão 3:** A essência do algoritmo de Kruskal é iniciar o processo guloso com um grafo sem arestas e ir adicionando arestas ao grafo em ordem crescente de peso, garantindo a cada passo que ciclos não se formem. Uma outra idéia é iniciar o processo guloso com o grafo original e ir removendo arestas em ordem decrescente de peso (mais pesada primeiro, etc). O que precisa ser garantido a cada passo do algoritmo? Descreva, em pseudo-código, um algoritmo baseado nesta idéia.

**Questão 4:** Considere o problema de encontrar a MST (árvore geradora de custo mínimo) em um grafo  $G = (V, E)$  onde cada aresta  $e \in E$  possui um custo  $c_e \geq 0$  tal que os custos não são necessariamente distintos. Neste caso,  $G$  pode possuir várias árvores geradoras de custo mínimo. Suponha que você conheça uma árvore geradora  $T \subset E$  tal que cada aresta  $e \in T$ ,  $e$  pertence a *alguma* árvore geradora de custo mínimo de  $G$ . Podemos concluir que  $T$  é uma árvore geradora de custo mínimo de  $G$ ? Prove este resultado ou dê um contra-exemplo.