

GRAFOS E COMBINATÓRIA

→ ANÁLISE COMBINATÓRIA

- PERMUTAÇÃO
- FATORIAL
- CARTAS
- ARRANJOS
- COMBINAÇÃO
- REGRAS DA SOMA E DO PRODUTO
- PROBABILIDADE

FORMAS PEGAR TRÊS CARTAS
DE UM BARALHO

52 CARTAS

DADOS

POKER

21



CARTAS

DADOS

ARRANJOS

NATURAIS

$= \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N}$

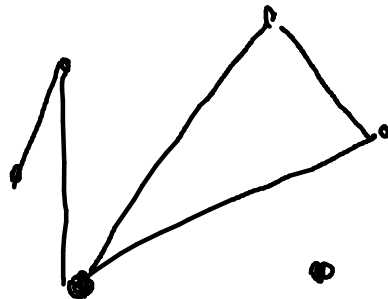
OBJETOS DISCRETOS

ESTRUTURAS DE DADOS

REDES

DEF: Um **GRAFO** G é um PAR

→ VÉRTICES OU NÓS
 (V, E) EM QUE $E \subseteq \{ \{u, v\} : u, v \in V(G) \}$
↳ ARESTAS / ARCOS
↳ $[1, \dots, n]$



DEF: Um **GRAFO** G é um par (V, E) em que $E \subseteq \left\{ \{u, v\} : u, v \in V(G) \right\}$

↑ VERTICES OU NOS

↓ ARESTAS / ARCOS

↓ $[1, \dots, n]$

→ QUAIS SÃO AS CIDADES DO BRASIL QUE DEVEMOS ESCOLHER PARA SEREM CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO?

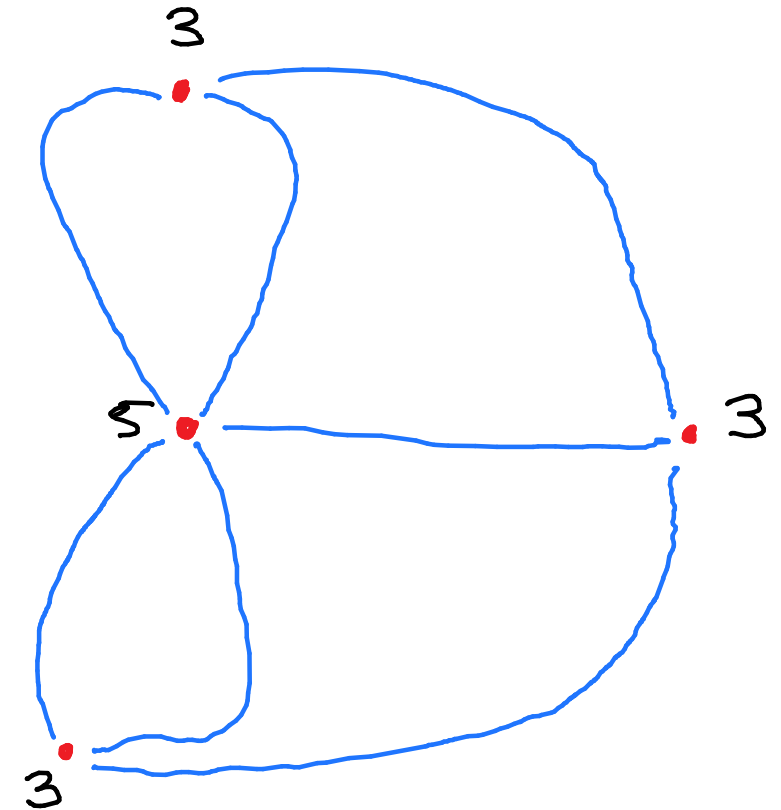
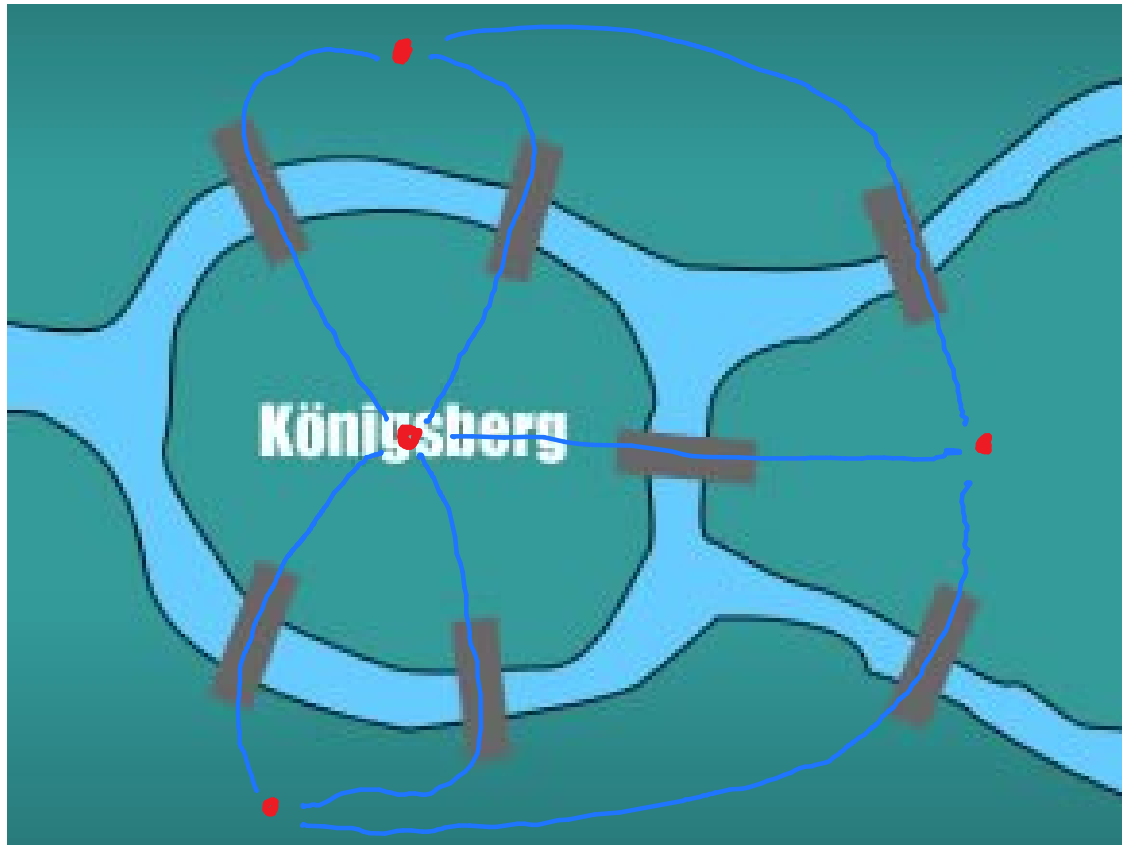
→ CUSTOS NAS ARESTAS

→ QUAIS LUGARES EM UMA CIDADE QUE DEVEMOS ESCOLHER PARA ABRIR AS FILIAIS DA MINHA LOJA?

→ Qual a MELHOR ROTA PARA PASSARMOS EM TODAS AS CIDADES DO BRASIL?

NP-Completo $\sim$ NP-Difícil

→ É POSSÍVEL PASSEAR PELA CIDADE PASSANDO EXATAMENTE UMA VEZ POR CADA PONTE?

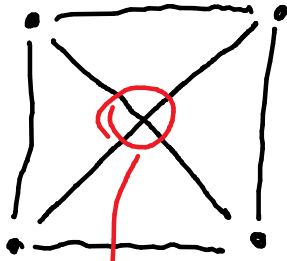


NÃO DÁ!

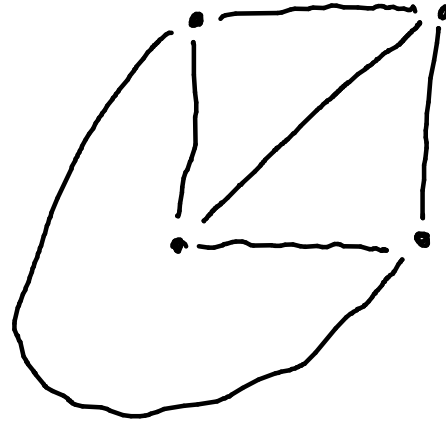
TRILHA EULERIANA POSSUI DOIS VÉRTICES COM
GRAU ÍMPAR.

↳ O NÚMERO DE ARESTAS INCIDENTES A E/E

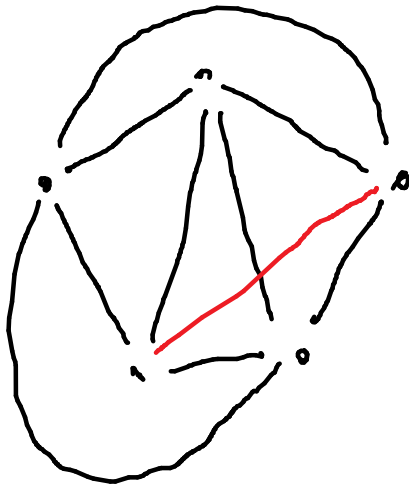
→ É POSSÍVEL DESENHAR UM GRAFO NO PAPEL SEM QUE AS LINHAS SE CRUZEM?



NÃO PODE

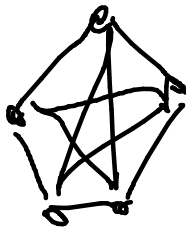


→ É POSSÍVEL LIGAR 5 PONTOS NO PLANO DOIS-A-DOIS SEM CRUZAR LINHAS?

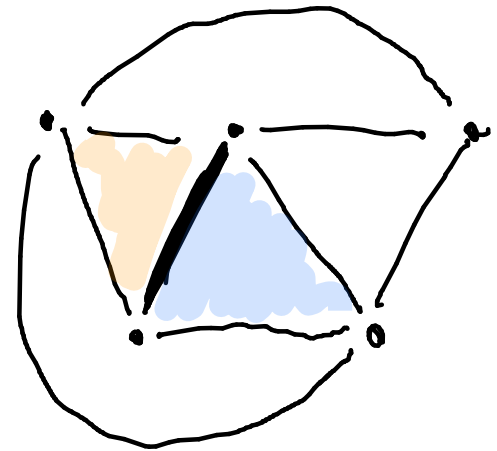


NÃO DÁ

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$



K_5
GRAFO
COMPLETO
COM 5 VÉRTICES



POLIEDRO

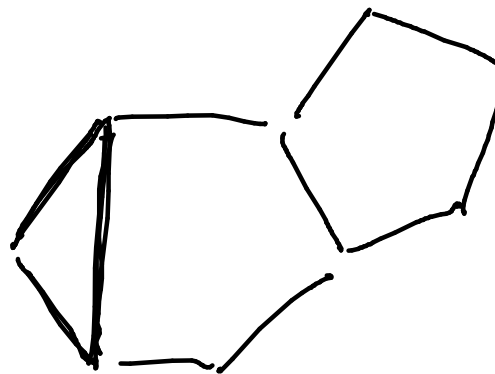
ARESTAS

$$n + f - e = 2$$

VÉRTICES

FACES

Fórmula
de
Euler



$$5 + f - 10 = 2$$

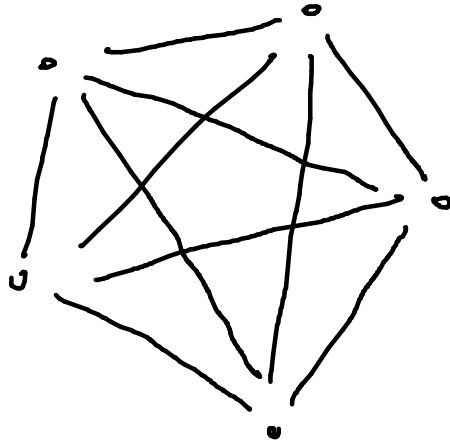
$$\underline{\underline{f=7}}$$

$$a(F) = \text{ARESTAS EM UMA FACE}$$

$$21 = 3f \leq \sum_{\substack{F \text{ é uma} \\ \text{FACE}}} a(F) = \underline{\underline{2e}} = 20$$

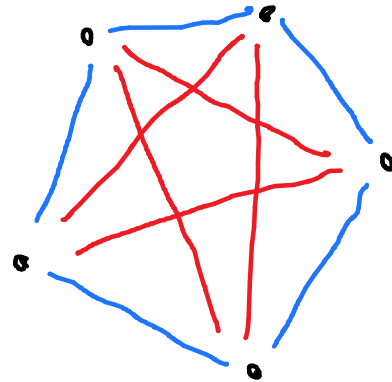
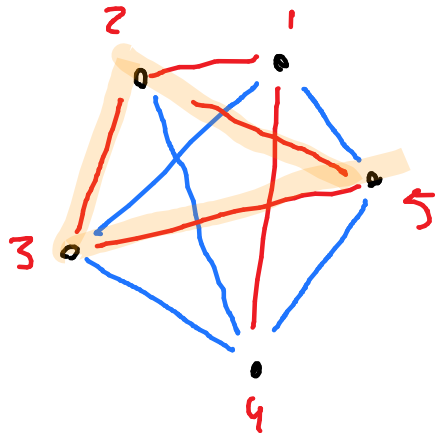
DEF: O GRAFO **COMPLETO** K_n É O GRAFO COM n VÉRTICES,
E TODAS AS ARESTAS.

EX:



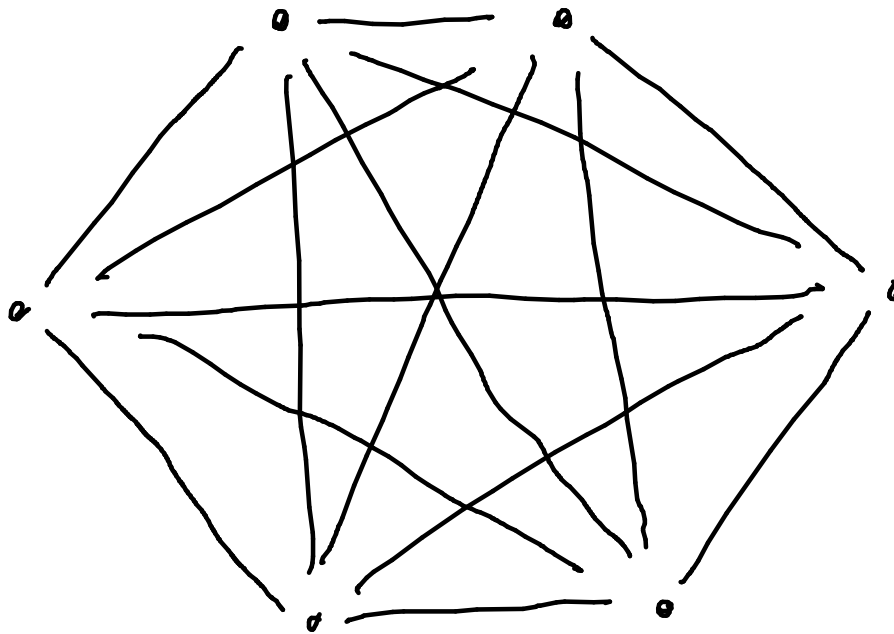
VERMELHO
E
AZUL

→ É POSSÍVEL COLORIR AS ARESTAS DO K_5 SEM TRIÂNGULOS VERMELHOS E SEM TRIÂNGULOS AZUIS.



VERMELHO
e
AZUL

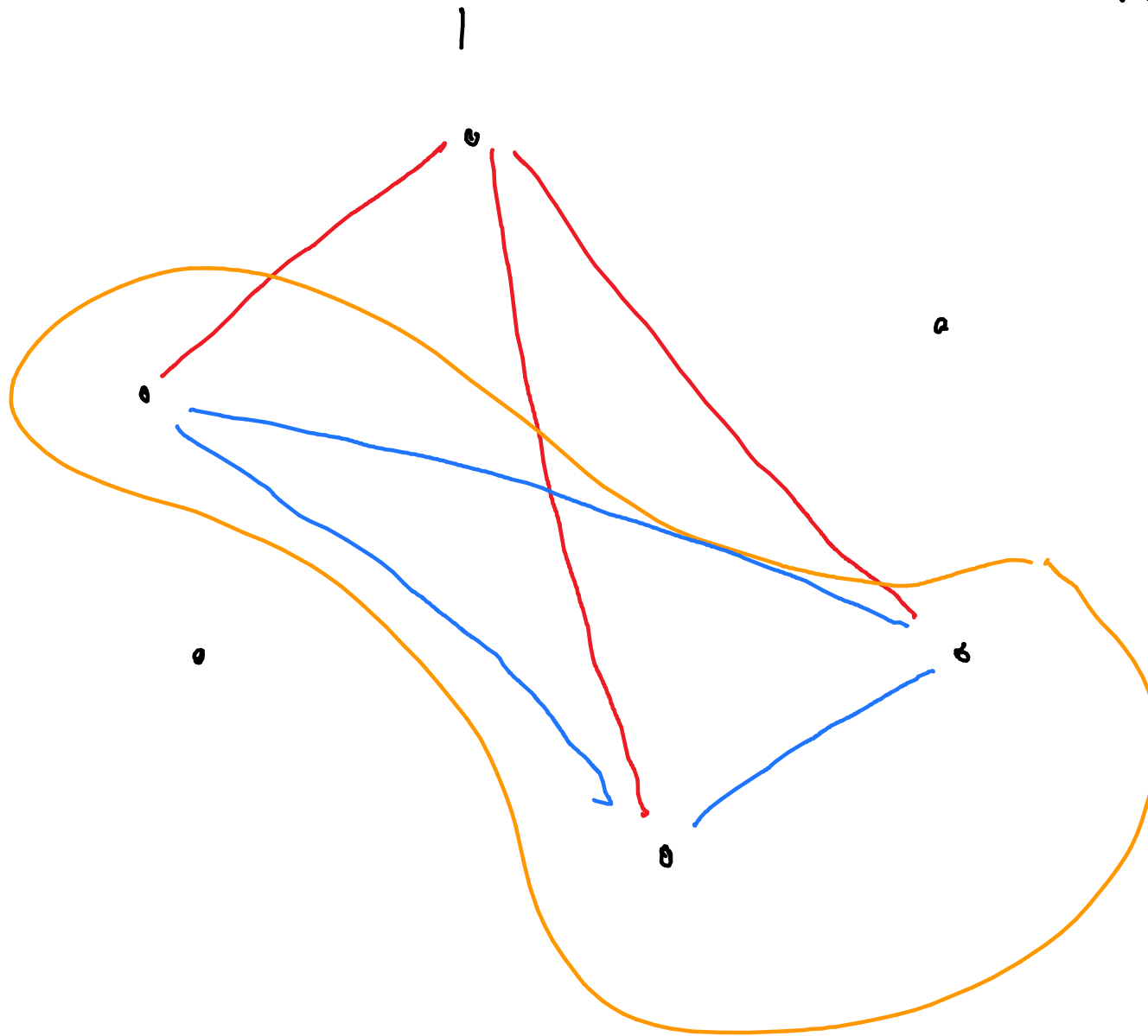
→ É POSSÍVEL COLORIR AS ARESTAS DO K_6 SEM TRIÂNGULOS VERMELHOS E SEM TRIÂNGULOS AZUIS?



$$\binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$$2^{15}$$

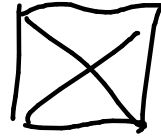
$$K_7 \supseteq K_6$$



TEOREMA DE RAMSEY: SE n É SUFICIENTEMENTE GRANDE,
ENTÃO TODA $\textcircled{r}$ COLORAÇÃO DAS ARESTAS DO K_n
↳ r CORES

POSSUI UM K_r MONOCROMÁTICO.

→ EXISTE ORDEM NO CAOS.



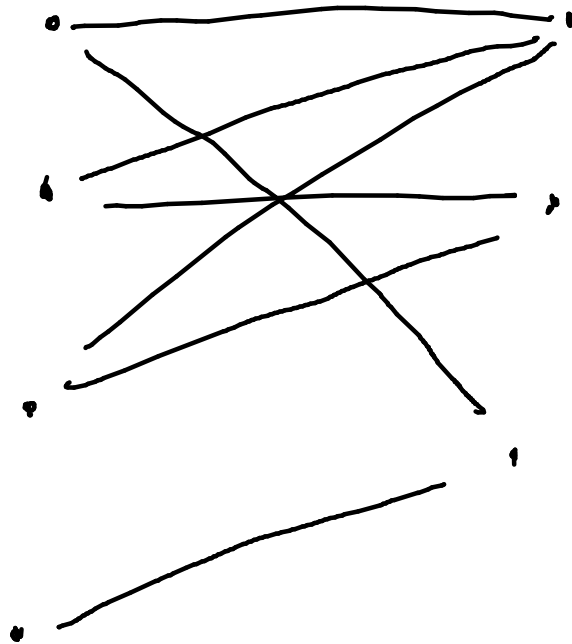
K_8

K_{48}

CASAMEN TO S

→ O GRAFO PODE REPRESENTAR TRABALHADORES X TAREFAS

TRABALHADORES TAREFAS



PROBLEMA DE
EMPREGAMENTO

BIPARTIDO

$$V = [1, 2, \dots, n]$$

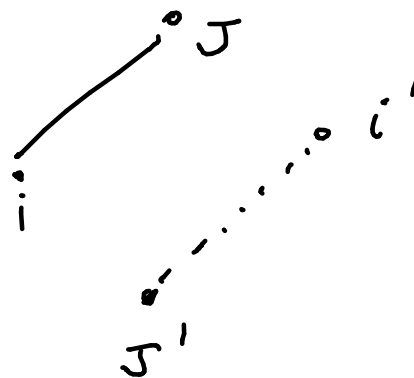
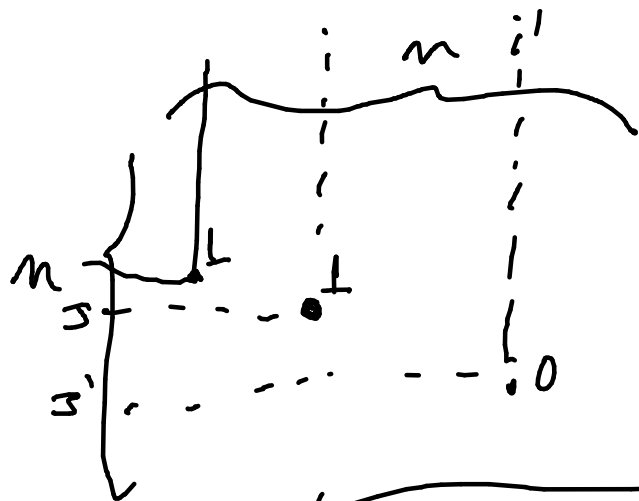
LISTA DE ADJACÊNCIA

$$1 \rightarrow [3, 7, 10]$$

$$3 \rightarrow [4, 7, 5]$$

For v IN VIZINHOS(1):
 $3 == v?$

MATRIZ DE ADJACÊNCIA



$$M[1, 3] == 0?$$