

GRAFOS E COMBINATÓRIA

→ ANÁLISE COMBINATÓRIA

- PERMUTAÇÃO
- FATORIAL
- CARTAS
- ARRANJOS
- COMBINAÇÃO

- PROBABILIDADE

FORMAS PEGAR TRÊS CARTAS
DE UM BARALHO

52 CARTAS

DADOS

POKER

21



CARTAS

DADOS

ARRANJOS

NATURAIS

$= \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N}$



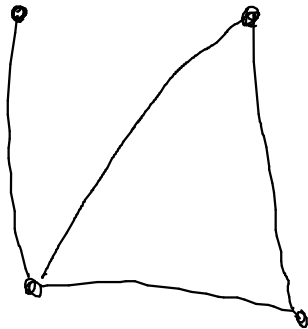
OBJETOS DISCRETOS

ESTRUTURAS DE DADOS

REDES

DEF: Um **GRAFO** G é um PAR

(V, E) EM QUE $E \subseteq \{ \underbrace{a, v}_{\text{VÉRTICES}} : \underbrace{a, v}_{\text{ARESTAS}} \in V(G) \}$



"A COMBINATÓRIA ESTÁ PARA A COMPUTAÇÃO
ASSIM COMO O CÁLCULO ESTÁ PARA A ENGENHARIA"

Sulamita Klein

DEF: Um **GRAFO** G é um PAR (V, E) EM QUE $E \subseteq \left\{ \{u, v\} : u, v \in V(G) \right\}$

↖ VERTICES OU NÓS

↘ ARESTAS / ARCOS

↘ $[1, \dots, n]$

→ QUAIS SÃO AS CIDADES DO BRASIL QUE DEVEMOS ESCOLHER PARA SEREM CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO?

→ CUSTOS NAS ARESTAS

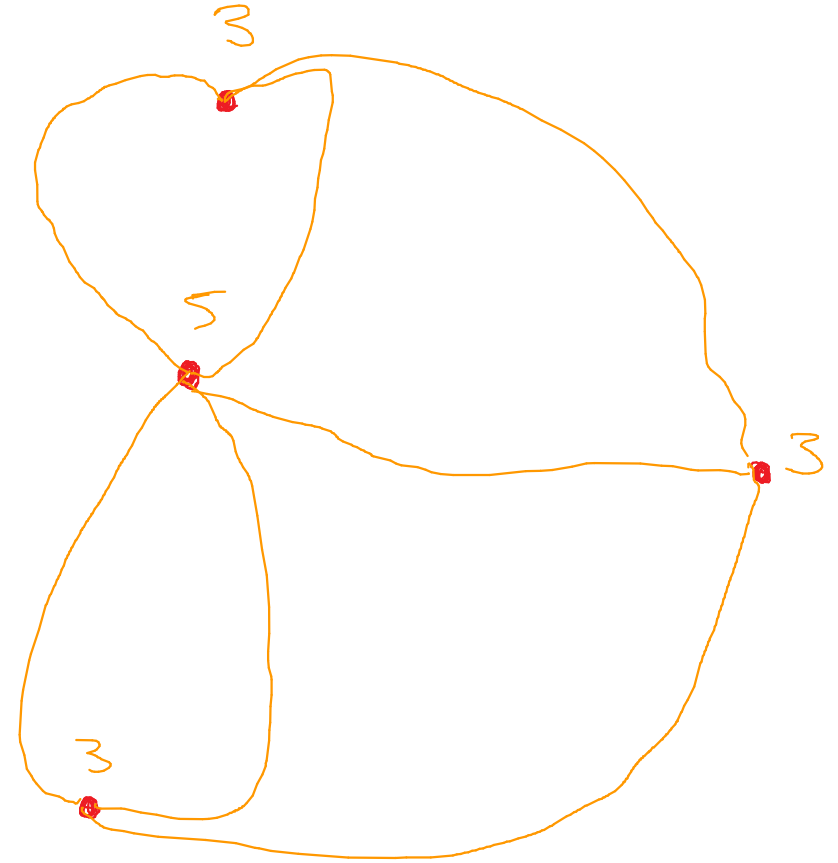
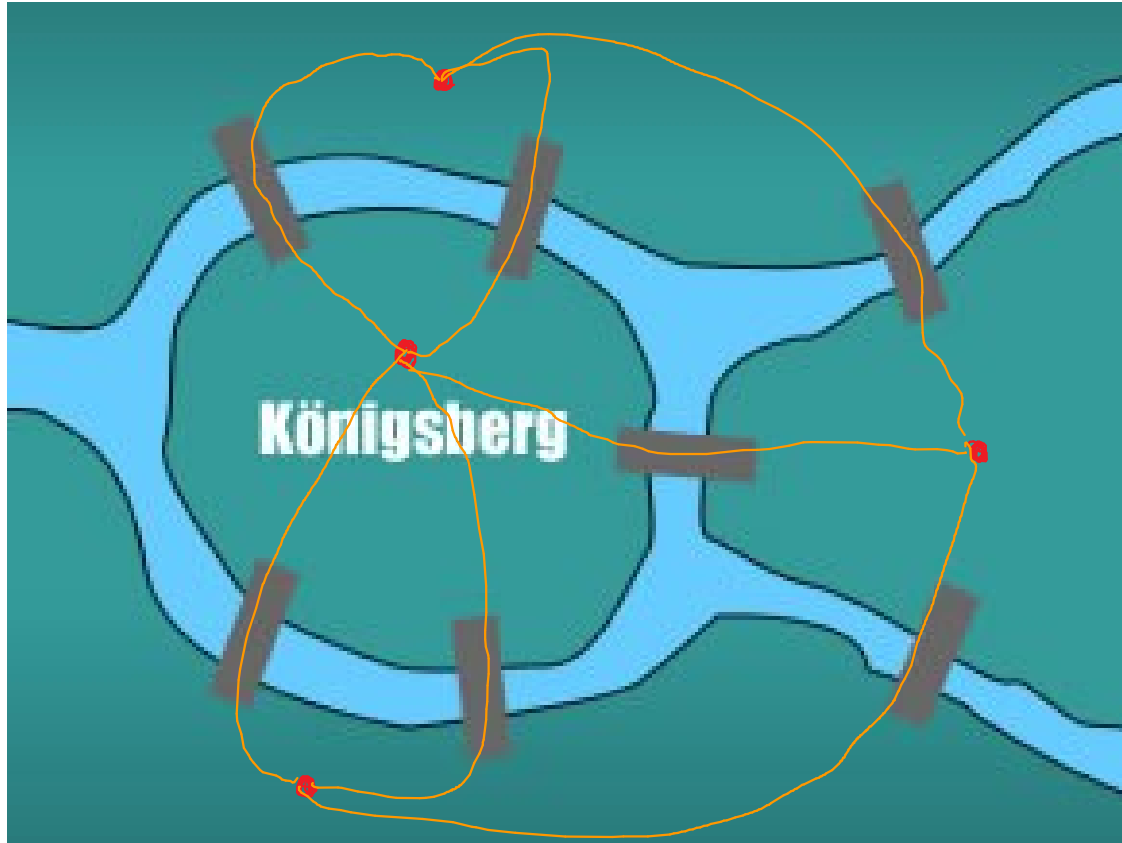
→ QUAIS LUGARES EM UMA CIDADE QUE DEVEMOS ESCOLHER PARA ABRIR AS FILIAIS DA MINHA LOJA?

→ Qual a MELHOR ROTA PARA PASSARMOS EM TODAS AS CIDADES DO BRASIL?

CAXEIRO VIAJANTE

NP-COMPLETO ou NP-DIFÍCIL

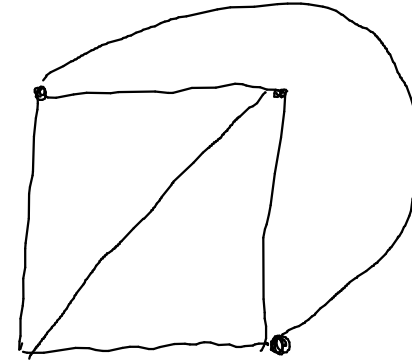
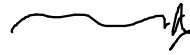
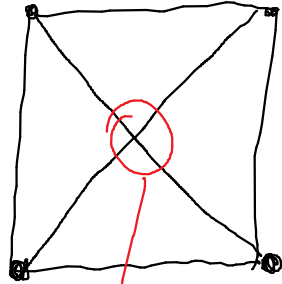
→ É POSSÍVEL PASSEAR PELA CIDADE PASSANDO EXATAMENTE UMA VEZ POR CADA PONTE?



TRILHA EULERIANA POSSUI DOIS VÉRTICES COM GRAU ÍMPAR.

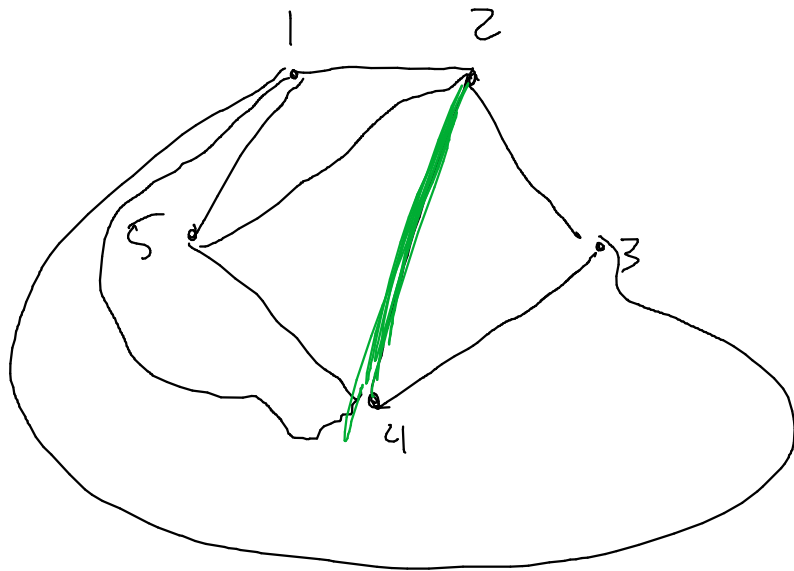
↳ O NÚMERO DE ARESTAS INCIDENTES A $v \in E$

→ É POSSÍVEL DESENHAR UM GRAFO NO PAPEL SEM QUE AS LINHAS SE CRUZEM?



→ NÃO PODE

→ É POSSÍVEL LIGAR 5 PONTOS NO PLANO DOIS-A-DOIS SEM CRUZAR LINHAS?



Fórmula DE EULER

$$n + f - e = 2 \quad \leadsto \quad 5 + f - 10 = 2$$

$$f = 7$$

$$2e = \sum_{x \in F} E(x) \geq 3 \cdot f$$

$$20 \geq 3 \cdot 7 = 21$$

POLIEDRO

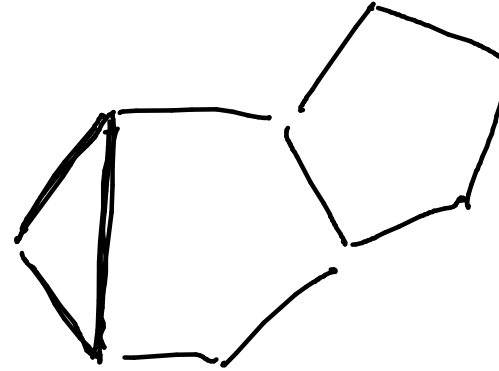
ARESTAS

$$n + f - e = 2$$

VÉRTICES

FACES

Fórmula
DE
Euler



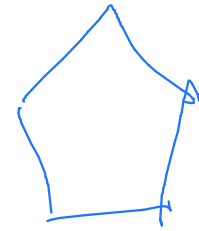
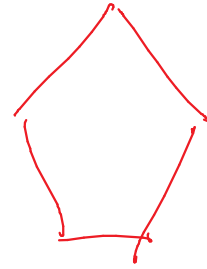
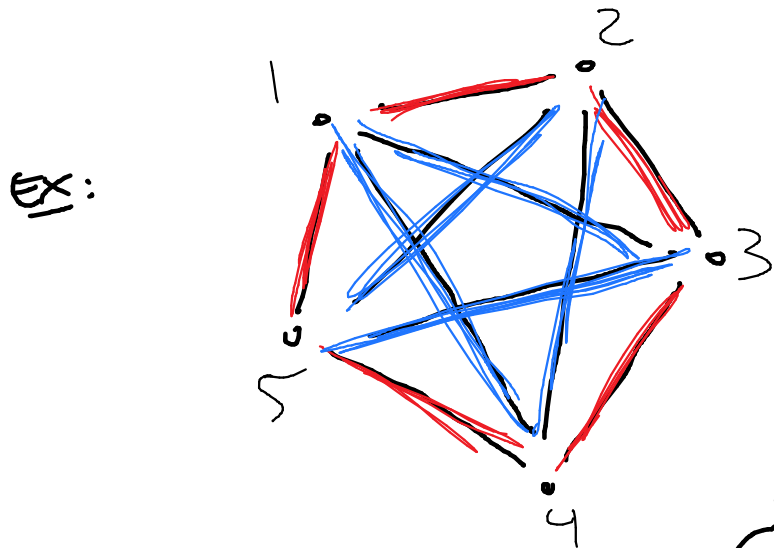
$$5 + f - 10 = 2$$

$$\underline{f = 7}$$

$a(F)$ = ARESTAS EM UMA
FACE

$$21 = 3f \leq \sum_{\substack{F \text{ é uma} \\ \text{FACE}}} a(F) = \underline{2e} = 20$$

DEF: O GRAFO COMPLETO K_n É O GRAFO COM n VÉRTICES,
E TODAS AS ARESTAS.

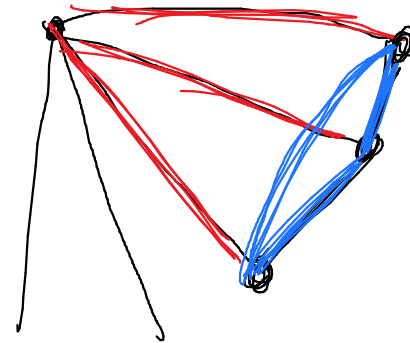
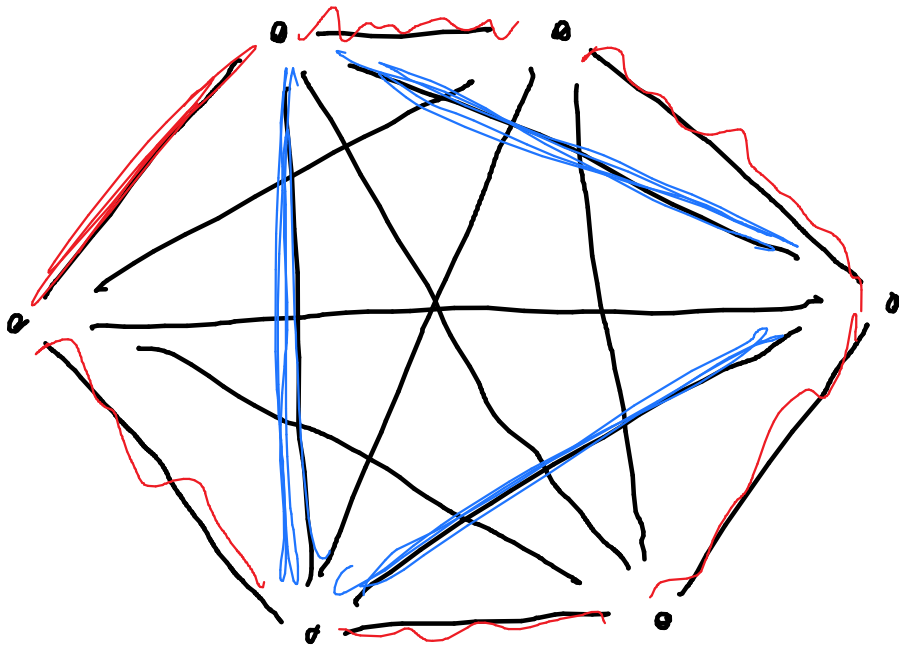


VERMELHO
E
AZUL

→ É POSSÍVEL COLORIR AS ARESTAS DO K_5 SEM TRIÂNGULOS VERMELHOS E SEM TRIÂNGULOS AZUIS.

VERMELHO
&
AZUL

→ É POSSÍVEL COLORIR AS ARESTAS DO K_6 SEM TRIÂNGULOS VERMELHOS E SEM TRIÂNGULOS AZUIS?



TEOREMA DE RAMSEY: SE n É SUFICIENTEMENTE GRANDE,
ENTÃO TODA \mathbb{C}_r COLORAÇÃO DAS ARESTAS DO K_n
↳ r CORES

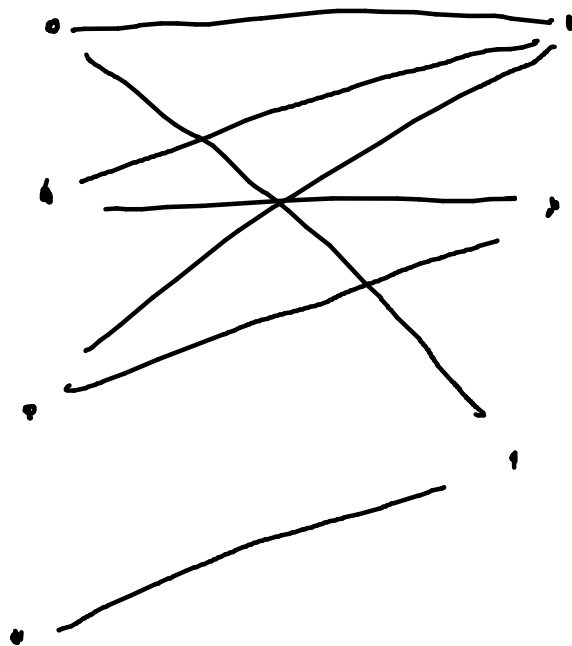
POSSUI UM K_r MONOCROMÁTICO.

→ EXISTE ORDEM NO CAOS.

CASAMENOS

→ O GRAFO PODE REPRESENTAR TRABALHADORES X TAREFAS

TRABALHADORES TAREFAS



PROBLEMA DE
EMPREGAMENTO

BIPARTIDO