

Equivalência Estrutural

Jefferson Elbert Simões

Baseado nos artigos:

Structural Equivalence of Individuals in Social Networks
(Lorrain & White, 1971)

Structural Equivalence: Meaning and Definition, Computation
and Application (Sailer, 1978)

Redes Sociais

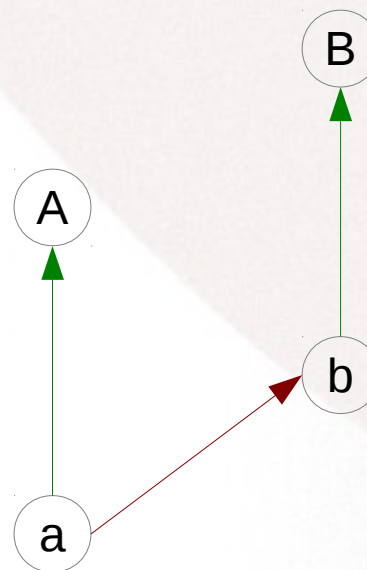
- Indivíduos interligados aos pares
 - Natureza da ligação é dependente do contexto e do problema a ser analisado
 - A princípio, ligações são direcionadas
- Relação social = conjunto de ligações de mesma natureza
- Sociologia: compreensão dos padrões de relação existentes na rede
- Papel de um indivíduo é definido a partir de seu posicionamento com relação a estes padrões
- Equivalência estrutural = similaridade de posicionamento com relação a esses padrões

Proposta de Lorrain & White

- Múltiplas relações sociais co-existem de maneira não-independente
 - Muitas deles podem nem ser efetivamente notadas pelos próprios indivíduos
 - Foco agora é a interdependência destas relações
- Podemos realizar operações sobre estas relações
 - Inversão: “é chefe de” → “é empregado de”
 - **Composição: “os amigos dos meus filhos”**
- Relação é identificada com o seu grafo
 - Mesmo grafo =: mesma relação

Categoria

- Estrutura algébrica
 - Indivíduos (objetos)
 - Relações (morfismos)
 - Composição de relações)
- Conjunto de relações é fechado por composição

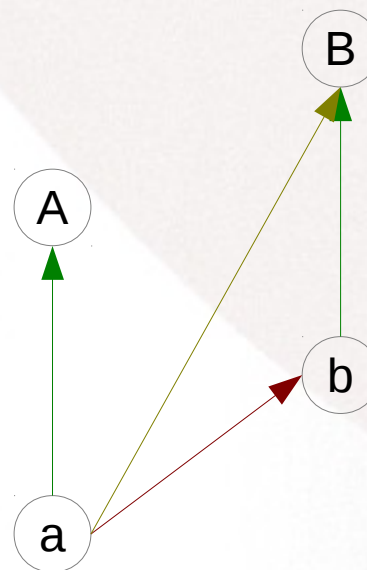


é orientando de

é calouro de

Categoria

- Estrutura algébrica
 - Indivíduos (objetos)
 - Relações (morfismos)
 - Composição de relações)
- Conjunto de relações é fechado por composição



é orientando de

é calouro de

é calouro do orientando de

Categoria

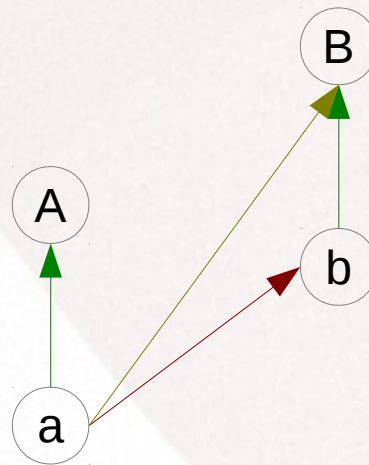
- Dois indivíduos são estruturalmente equivalentes se possuem relações iguais (em ambas as direções) com os mesmos vizinhos
 - Semelhante à definição para grafos
- Para redes grandes, pode ser uma definição muito restritiva
 - Não há indivíduos equivalentes, todos são únicos

Construção de categorias

- Estratégia mais simples: iniciar com um conjunto de relações base sobre os indivíduos conhecidos
 - Tomar fecho por composições até exaurir os grafos possíveis (quantidade exponencial)
- Quantidade de relações pode ser excessiva
- Alternativa: truncar o processo em uma quantidade máxima de composições aninhadas
- Relações vazias são ignoradas
- Adição conveniente: relação identidade

Redução functorial

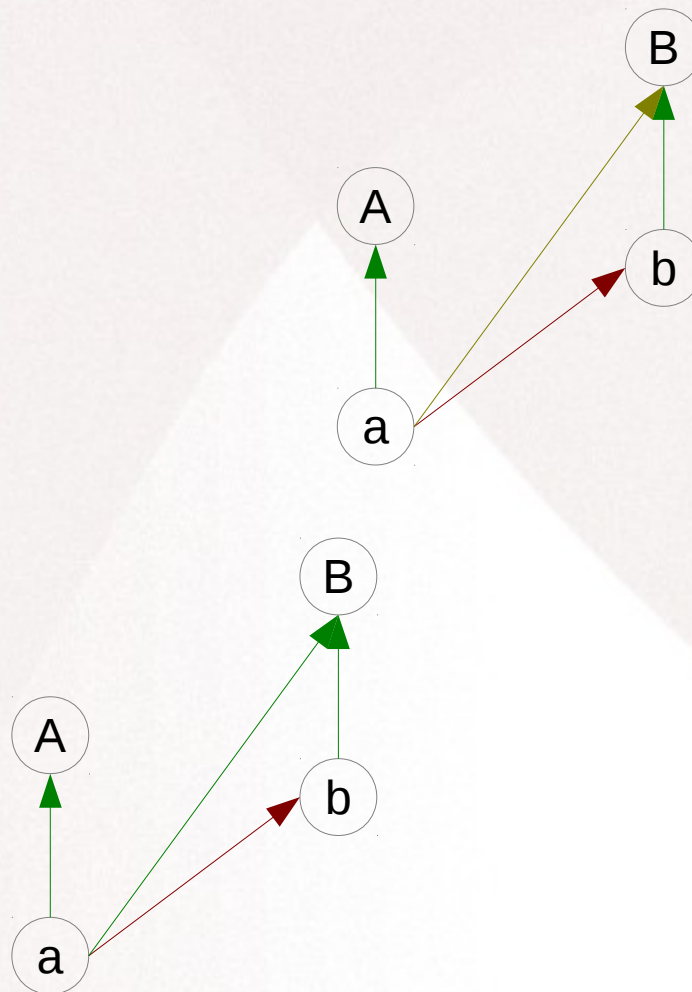
- Mapeamento de uma categoria em outra menor que mantém as composições



é orientando de
é calouro de
é calouro do orientando de

Redução functorial

- Mapeamento de uma categoria em outra menor que mantém as composições

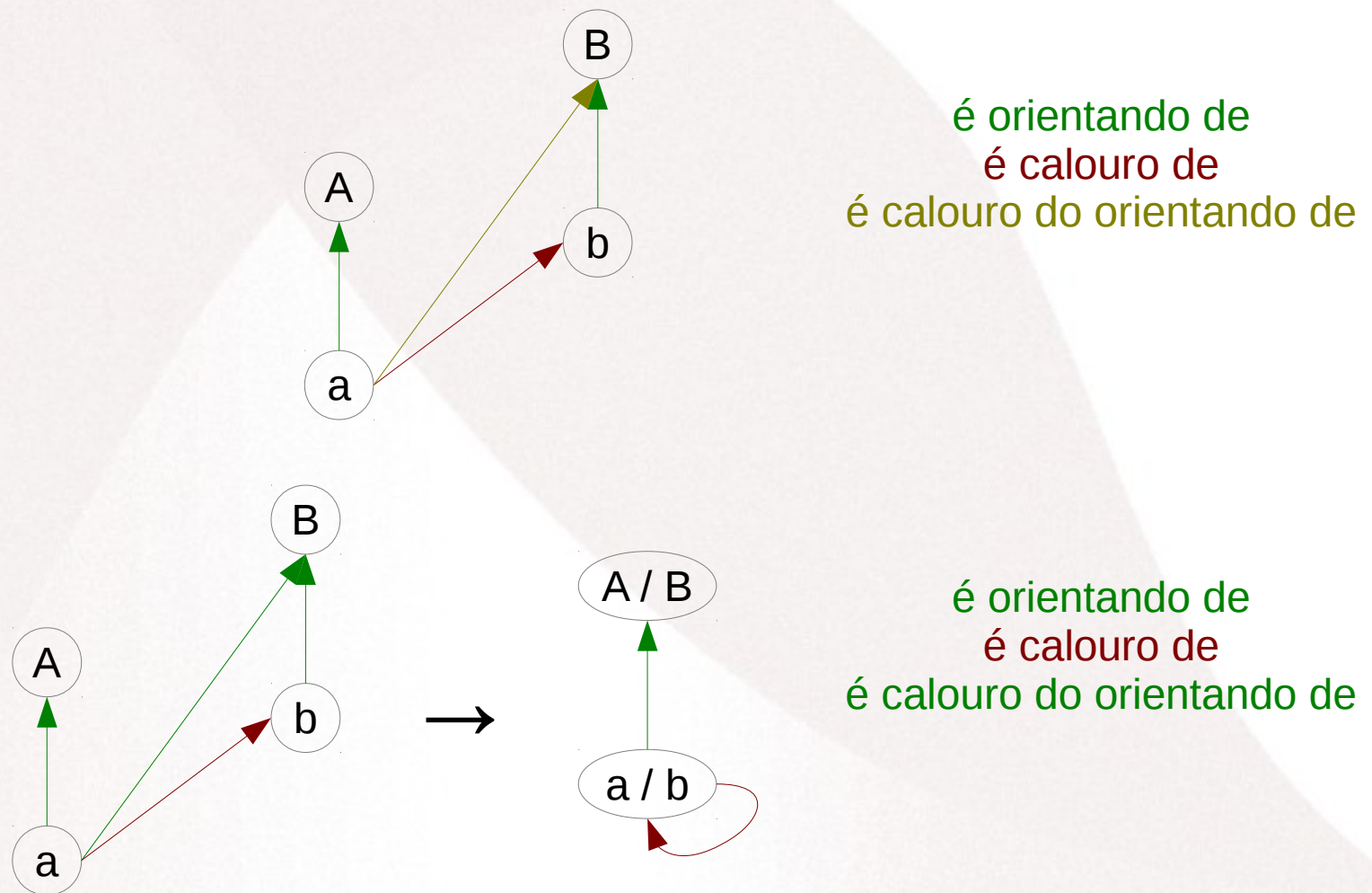


é orientando de
é calouro de
é calouro do orientando de

é orientando de
é calouro de
é calouro do orientando de

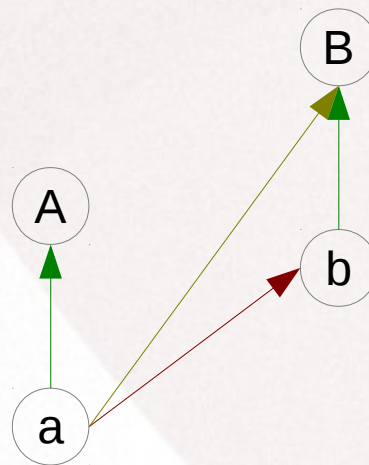
Redução functorial

- Mapeamento de uma categoria em outra menor que mantém as composições

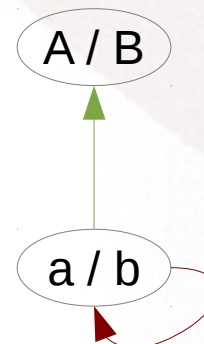


Redução functorial

- Mapeamento de uma categoria em outra menor que mantém as composições



é orientando de
é calouro de
é calouro do orientando de



é orientando de
é calouro de
é calouro do orientando de

Critérios para redução

- Critério *cultural*: procurar reduções com base no conteúdo/significado das relações
- Exige conhecimento do domínio do problema
- Critério *sociométrico*: procurar reduções com base na similaridade entre os grafos
- Busca é um problema combinatório

Proposta de Sailer

- Em vez de combinar relações, combinar indivíduos
- Critério: função “grau de relação estrutural”
 - Entrada: par ordenado de vértices
 - Saída: quantidade de relacionamentos 'equivalentes'
 - Função recursiva: depende do grau de relação estrutural de outros pares de indivíduos
- Cálculo iterativo

$$B_{ij}^{t+1} = \frac{\sum_{k=1}^n \max_{m=1}^n [\min(B_{km}^t, R_{ki}, R_{mj})]}{\sum_{k=1}^n R_{ki}}$$

R = relação / B = “grau de relação estrutural”

Proposta de Sailer

- Processo converge para cada par
 - Valor máximo da função é 1
 - Função não pode diminuir
- Qual o critério para interromper a iteração?
 - Sugestão: método *ad hoc* para detectar grandes diferenças entre as entradas da matriz
 - Justificativa: para vértices mais parecidos, a função irá convergir a 1 mais rápido
- O que fazer com a matriz B resultante?
 - Agrupar indivíduos de maior similaridade

Generalizações

- Matriz inicial pode considerar similaridades por atributos externos
- Cálculo de similaridade pode utilizar arestas de saída, de entrada ou ambas
- Cálculo de similaridade pode considerar mais de uma relação simultaneamente