Redes Complexas
Aula 17

Aula passada

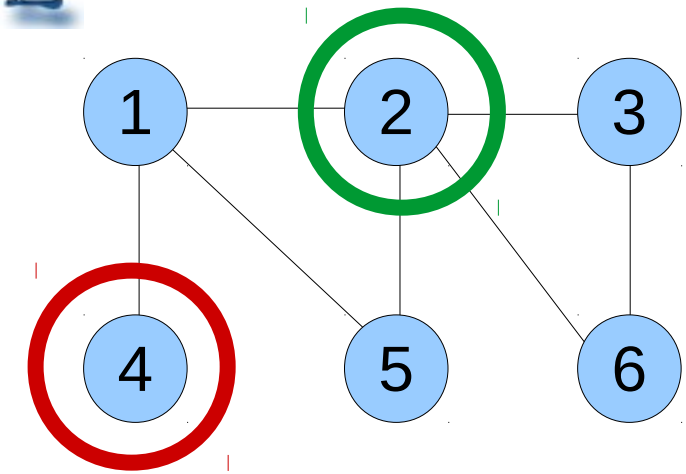
- Epidemias
- Modelos epidemiológicos
- Epidemia em redes
- Criticalidade em função da estrutura

Aula de hoje

- Iniciando uma epidemia
- Identificando a origem de uma epidemia
- Efeitos da proteção local na epidemia

Pergunta 1

- Como iniciar uma epidemia em rede?



- Quais vértices infectar no tempo zero para maximizar total de infectados pela epidemia?

- Aplicações em marketing viral, influência de opinião, etc
- Restrição: orçamento para infecção (em vértices)

Problema de otimização combinatória, possivelmente estocástica

Problema Fácil ?

- **Ideia:** avaliar todos subconjuntos de vértices dentro da restrição; escolher o melhor
- **Problemas**

  1) número de subconjuntos pode ser muito grande (exponencial)

  2) avaliar *qualidade* do subconjunto pode não ser trivial (modelo aleatório)
- **Solução:** aproximar o ótimo global com heurísticas (com possíveis garantias)
- Escolher em ordem decrescente de grau
- Escolher o próximo melhor, dado conjunto atual (*estado da arte*)

Custos Variáveis

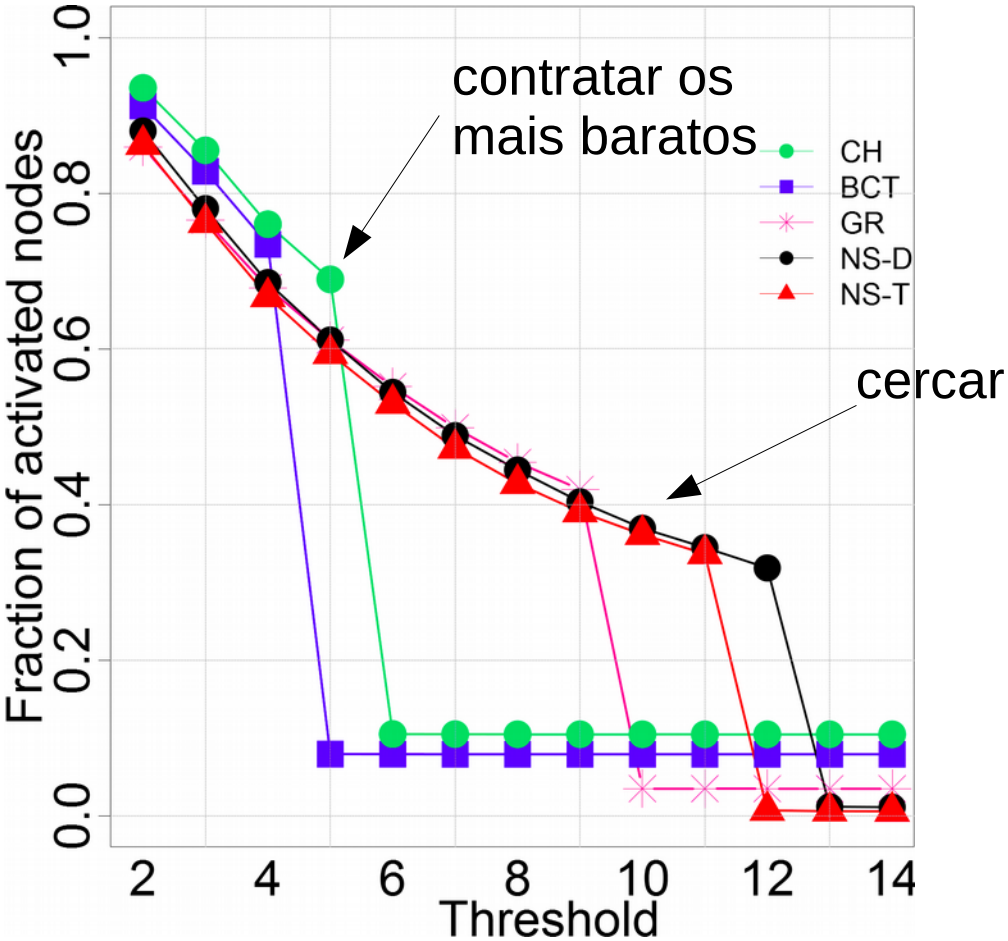
IMAGE	RANK	NAME	LOCATION	NICHE	FOLLOWERS	COST PER POST
	1	Dwayne Johnson therock	USA	Celebrity	187,300,000	$1,015,000
	2	Kylie Jenner kyliejenner	USA	Celebrity	181,500,000	$986,000
	3	Cristiano Ronaldo cristiano	Europe	Sport	224,800,000	$889,000
	4	Kim Kardashian kimkardashian	USA	Celebrity	175,700,000	$858,000
...						
	103	Gracyenne Barbosa graoficial	South America	Fitness	8,700,000	$18,500
	104	Lauren Conrad laurenconrad	USA	Fashion	6,100,000	$18,000
	105	Mariano Di Vaio marianodivaio	Europe	Fashion	6,100,000	$17,900
	106	Simone Biles simonebiles	USA	Sport	3,900,000	$17,800

Instagram Rich List 2020 – Hopper HQ Social Media

- Custos para postar no Instagram
- Custo depende da estrutura (ex. grau)
- Dado orçamento, quem contratar?
- Como balancear custo e influência?
  - contratar mais vértices menos influentes ou menos vértices mais influentes?

Balanced Influence Max

- Modelo de Threshold para contágio
- **Ideia:** “cercar” vértices mais influentes com vértices que tenham grau baixo
  - influcenciar o influenciador!

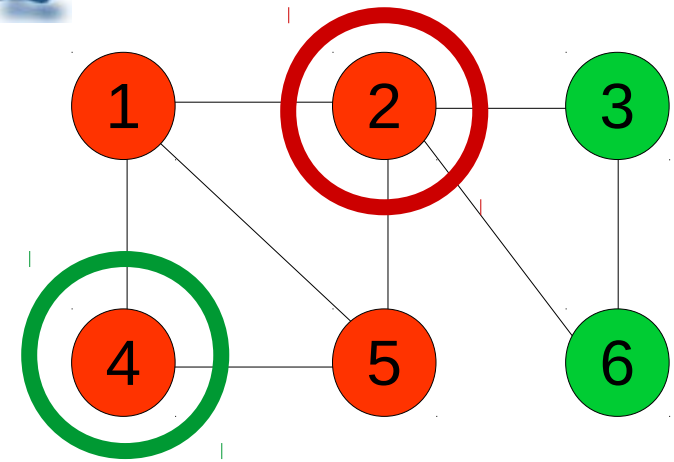


- Cercar gera epidemias maiores para mais thresholds
- Tese de mestrado – Ronald Souza (UFF)

R Souza, D Figueiredo, A Rocha, A Ziviani, “Efficient network seeding under variable node cost and limited budget for social networks” *Information Sciences*, 514 2020

Pergunta 2

- Como detectar o início de uma epidemia em rede?



- Observa vértices infectados, qual deles iniciou epidemia?

- Aplicações em mídias sociais, epidemiologia, etc
- Restrição: informação parcial sobre epidemia, modelo de contágio aleatório

Problema de inferência estatística, otimização combinatória

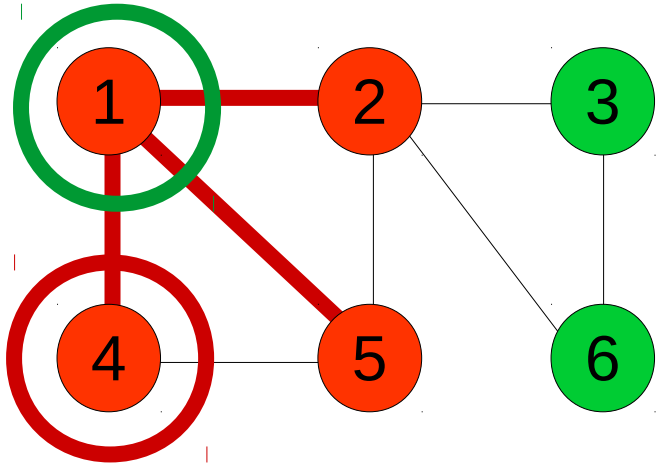
Problema Fácil ?

- **Ideia:** avaliar cada vértice infectado; escolher o mais provável de ter iniciado a epidema (abordagem MLE)
- **Problemas**

  1) mais provável (MLE) nem sempre é o vértice inicial

  2) avaliar prob. do vértice pode não ser trivial (exponencial no número de infectados)
- **Solução:** algoritmos eficientes para classes de redes; identificar conjunto de vértices iniciais; heurísticas para casos gerais

Observando Árvores



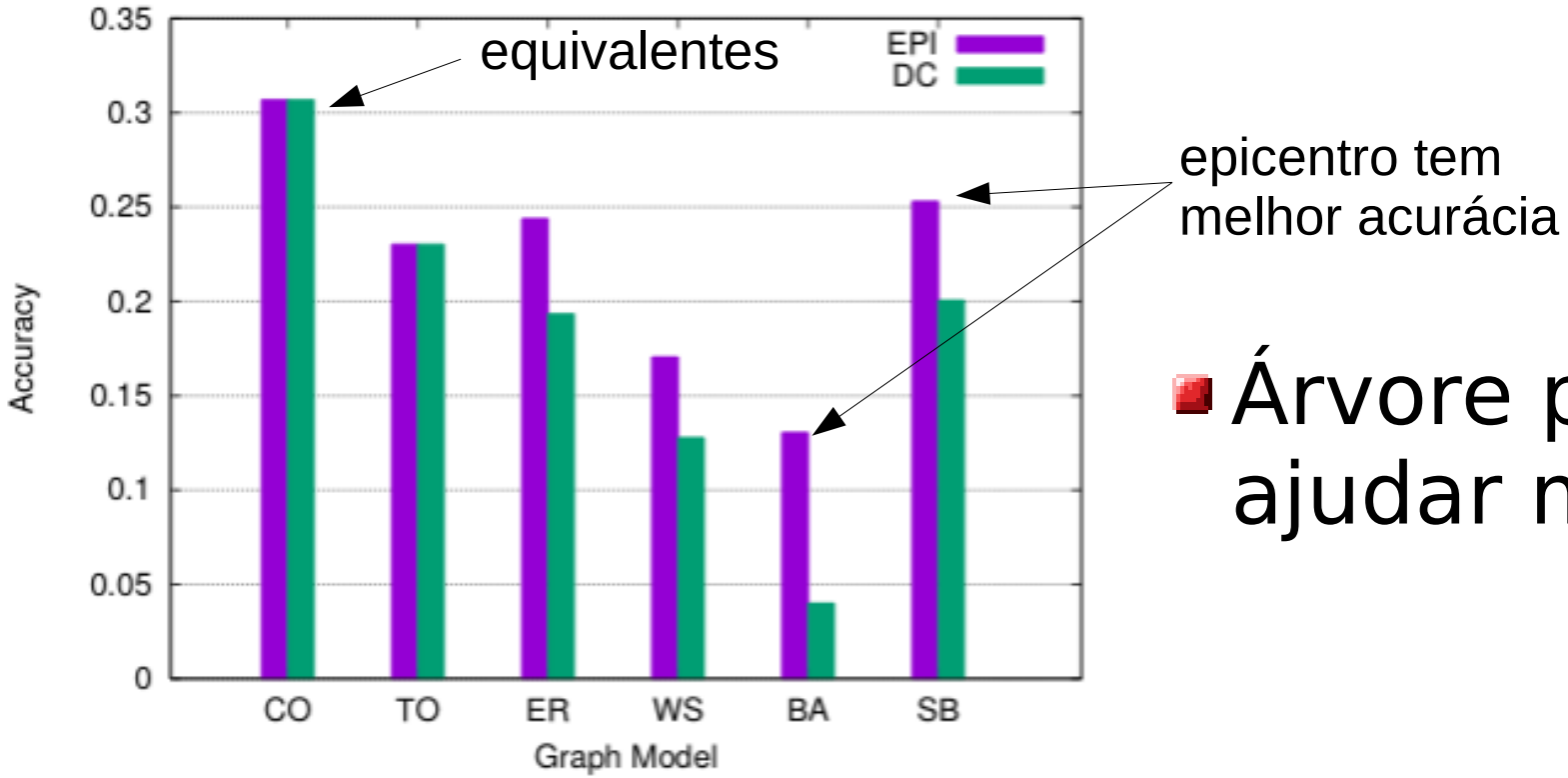
- Dada a árvore de infeção, qual vértice iniciou a epidemia?

- Árvore tem mais informação!
- Modelo de contágio exponencial
- Algoritmo linear para econtrar MLE em grafos completos
  - taxa de acerto converge para 30%
  - MLE não é tão bom assim
- Tese de mestrado de Danielle Silva *

* trabalho em conjunto com Giulio Iacobelli, IM/UFRJ

Epidemic Epicenter *

- **Ideia:** epidemia se espalha por caminhos mais curtos
  - comparar distâncias na árvore e na rede
  - epicentro: vértice que minimiza soma da diferenças



- Árvore pode ajudar muito!

* trabalho em conjunto com Giulio Iacobelli, IM/UFRJ

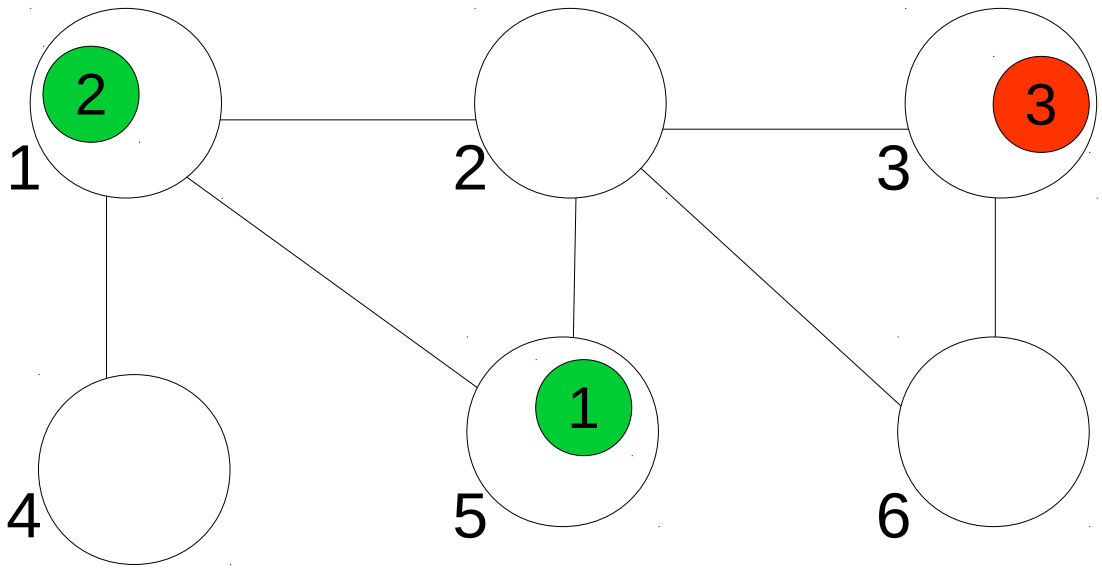
Pergunta 3

- Quais os efeitos de proteção local na duração de uma epidemia em rede?

Outro modelo de epidemia em redes!

- Agentes se movimentam pela rede
  - ex. passeios aleatórios
- Agentes possuem estado epidêmico (S, I, R)
- Infecção ocorre quando agentes se encontram
- Rede oferece estrutura de movimentação para os agentes

Epidemia com Agentes

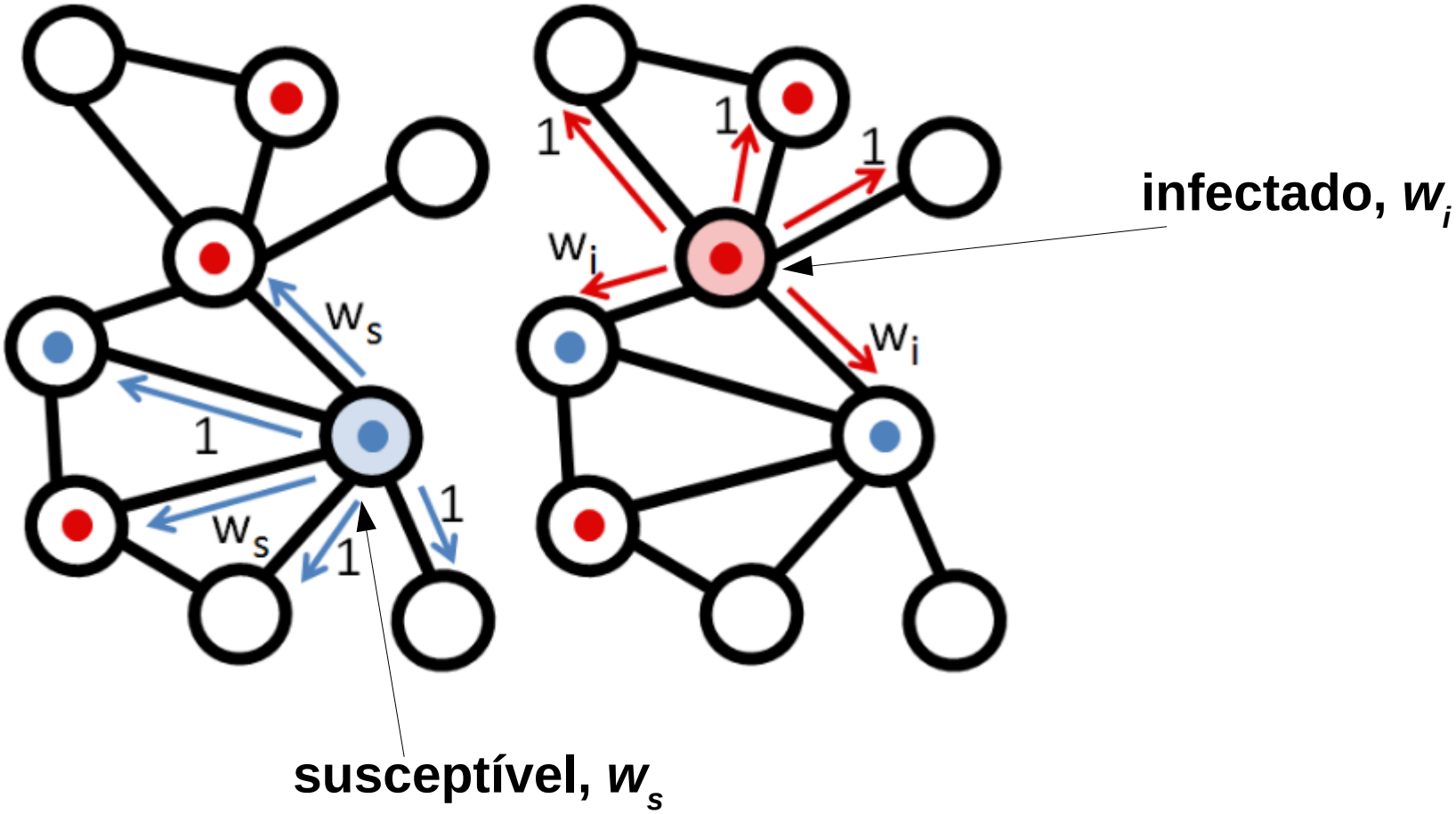


- Duas dinâmicas
  - movimentação dos agentes, evolução da epidemia

- Modelo captura dinâmica de contatos
  - ex. pessoas transitando por um cidade
- Tema de tese de mestrado
  - Pedro Younes (MAp): equações diferenciais para aproximar modelo SIS
  - João Tavares: simulação de larga escala e caracterização de transição de fase

Proteção Local

- Agentes evitam locais vizinhos com agentes infectados (ou susceptíveis)
  - parâmetro *w* (<=1, tendência em evitar)
- Efeito puramente local



Modelo EDO

- Grafo completo, baixa densidade (poucos agentes)
- Modelo clássico

$$\frac{dI}{dt} = \alpha\sigma - \gamma I$$

prob. de infecção

Taxa de encontro SI

Taxa de recuperação

- Modelo adaptado para capturar proteção local

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\tau\lambda}{2\lambda+\tau}\left(\frac{w_s}{I(w_s-1)+n} + \frac{w_i}{S(w_i-1)+n}\right)SI - \gamma I$$

Pode ser resolvido analiticamente

Impacto de *w*

- R_0 : número básico de reprodução
  - $R_0 > 1$: endemia; $R_0 < 1$: epidemia é curta
- **Thm:** se *w* é pequeno o suficiente, epidemia sempre é curta

$$\boxed{R_0 < 1 \iff w < \gamma/2C} \qquad C = \frac{\tau k \lambda}{(2\lambda + \tau)n}$$

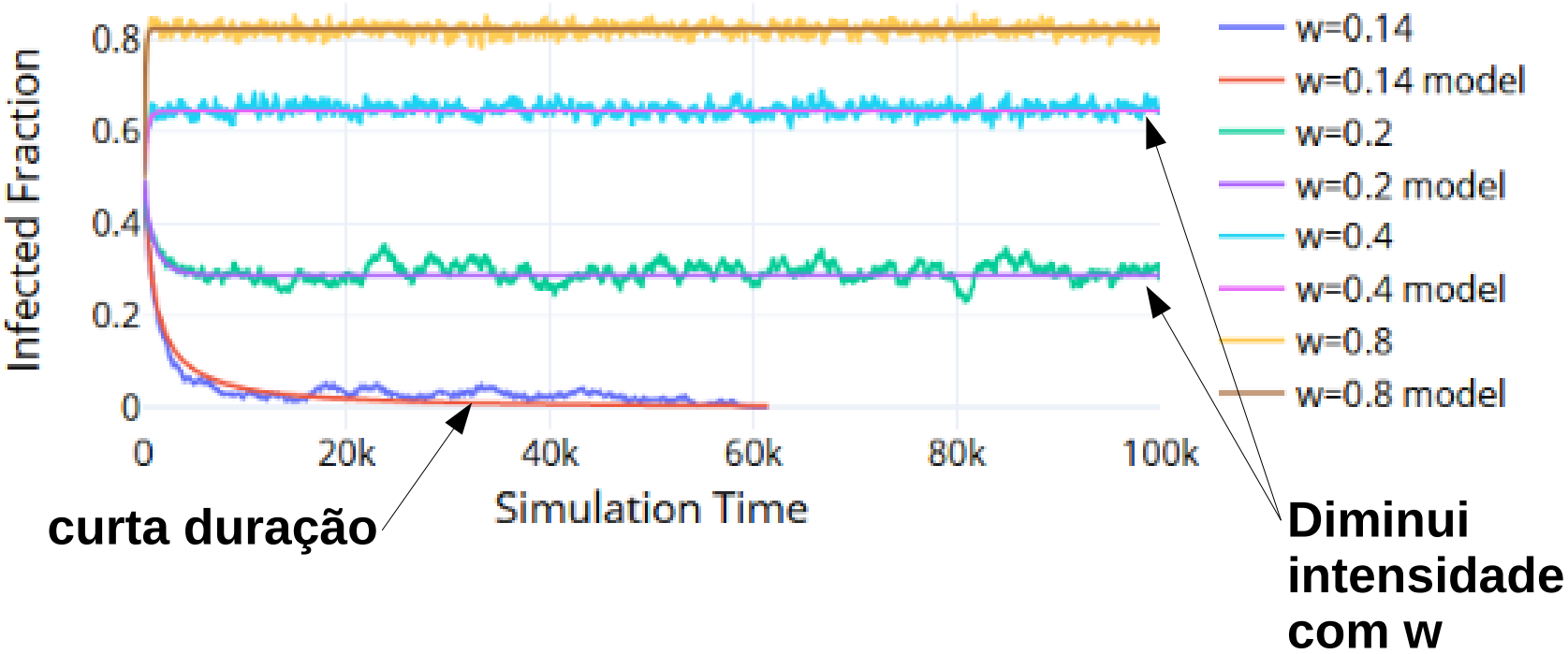
- E se taxa de caminhar é arbitrariamente alta?

$$\boxed{R_0 < 1 \iff w < \frac{\gamma n}{\tau k}}$$

Independente de λ !

Impacto de *w*

- Simulação exata da epidemia
  - agentes se movendo na rede, etc



- Trabalho de doutorado de Ronald Souza

R Souza, D Figueiredo, “Characterizing Protection Effects on Network Epidemics driven by Random Walks” *WPerformance* 2020