

Lista 1 de Combinatória Extremal e Probabilística - 2021.02

Data de entrega: 03/09/2021

Exercício 1. *Mostre que, para todo $n, k \in \mathbb{N}$,*

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{n^2}{2} - n \leq t_k(n) \leq \left(1 - \frac{1}{k}\right) \frac{n^2}{2}$$

Exercício 2. *Mostre que se T é uma árvore com k vértices e G é um grafo com $4k - 1$ vértices, então ou $T \subset G$ ou o complemento de G contém um triângulo.*

Exercício 3. *Seja G um grafo com n vértices. Prove o seguinte teorema da supersaturação fraca: se*

$$e(G) \geq 2 \cdot ex(n, H),$$

então G contém pelo menos $ex(n, H)$ cópias de H .

Exercício 4. *Mostre que*

$$ex(n, C_5) \leq \frac{n^2}{4}$$

para todo $n \in \mathbb{N}$ grande o suficiente.