

Lista 3 de Combinatória Extremal e Probabilística - 2021.02

Data de entrega: 03/11/2021

Theorem 1. Para todo grafo G , temos

$$\alpha(G) \geq \sum_{v \in V(G)} \frac{1}{1 + d(v)}$$

Exercício 1. Use o Teorema 1 para provar o Teorema de Turán: se o grafo G com n vértices é livre de K_r , então

$$e(G) \leq \left(1 - \frac{1}{r-1}\right) \frac{n^2}{2}$$

Exercício 2. (Shearer). Seja G um grafo livre de triângulos. Mostre que

$$\alpha(G) \geq \sum_{v \in V(G)} \frac{d(v)}{1 + d(v) + d_2(v)},$$

em que $d_2(v)$ denota o número de vértices a distância 2 de v .

Exercício 3. prove que

$$R(4, k) \geq \left(\frac{ck}{\log k}\right)^2$$

para alguma constante $c > 0$

Exercício 4. Seja $s \geq 2$ e $\epsilon > 0$. Prove que existe t tal que

$$ex(n, K_{s,t}) \geq n^{2 - \frac{1}{s} - \epsilon}$$

para todo $n \in \mathbb{N}$ suficientemente grande.

Exercício 5. Mostre que se $p \ll \frac{1}{n}$, então $G(n, p)$ é acíclico com alta probabilidade.