

### Lista 3 de Complexidade de Algoritmos - 2023/3 (COS841/MAB704)

Professores: Celina Miraglia, Fábio Botler e Franklin Marquezino

Monitores: Diego Amaro, Guilherme Bridi e Oscar Martins

Data de entrega: 15/12/2023

**Observação.** A resolução de cada questão deve ser iniciada em uma nova folha de papel. Além disso, antes do início de cada questão, deve-se incluir o número da questão e o nome completo do aluno.

**Questão 1.** Dê um algoritmo 2-aproximativo  $A$  para o problema de cobertura de vértices em grafos simples. Existe uma instância  $I$  tal que  $val(A(I)) < 2opt(I)$ ? Justifique.

**Questão 2.** Considere dois algoritmos aproximativos  $A$  e  $B$  para um mesmo problema de otimização. Digamos que a razão de aproximação do algoritmo  $A$  é  $\frac{8}{5}$  e a razão de aproximação do algoritmo  $B$  é 2.

- (i) Se, para uma instância  $I$ , o algoritmo  $A$  retorna uma solução viável  $A(I) = S$ , satisfazendo  $val(S) = 160$ , quais os limitantes inferior e superior mais justos que podemos inferir para  $opt(I)$ ?
- (ii) É possível que o algoritmo  $B$  retorne, para a mesma instância  $I$  do item (i), uma solução viável  $B(I) = T$ , satisfazendo  $val(T) = 80$ ? E uma solução viável  $X$ , satisfazendo  $val(X) = 320$ , é possível?
- (iii) Sabendo agora que o algoritmo  $B$  retornou uma solução viável  $B(I) = Y$ , satisfazendo  $val(Y) = 120$ , para a mesma instância  $I$  do item (i), para a qual obtivemos  $A(I) = S$  satisfazendo  $val(S) = 160$ , o que podemos afirmar sobre  $opt(I)$ ?

**Questão 3.** Considere o problema abaixo.

**Problema:**  $k$ -VERTEXCOVER

**Dados:** um grafo  $G$  e um inteiro  $k$

**Parâmetro:**  $k$

**Objetivo:** decidir se há cobertura por vértices  $S \subseteq V(G)$  tal que  $|S| \leq k$ .

- Exiba um kernel para  $k$ -VERTEXCOVER com  $k^2$  arestas.