

Prova 2 de Teoria da Computação 2021.1

Questão 1. Seja $\Sigma = \{0, 1\}$ e considere as linguagens abaixo:

$$\begin{aligned}L_1 &= \{w\#w^R : w \in \Sigma^*\} \\L_2 &= \{w\#w : w \in \Sigma^*\}\end{aligned}$$

Em que w^R é a palavra w revertida, i.e., se $w = 001$, então $w^R = 100$.

Decida se L_1 e L_2 são linguagens livre de contexto ou não. Apresente uma justificativa adequada para cada caso.

Questão 2. Considere a função $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por: $f(n)$ é o maior $m \in \mathbb{N}$ para o qual existe uma máquina de Turing com alfabeto de fita $\{\triangleright, \sqcup, 0, 1\}$ e no máximo $n + 1$ estados (sendo exatamente um deles o estado de parada) que, ao ser executada com a fita vazia e cabeçote na primeira posição à direita de \triangleright , chega ao estado de parada com apenas a palavra 1^m na fita.

a. Justifique por que a função f está bem definida, i.e., por que o valor de m mencionado na definição sempre existe.

b. Mostre que a função f não é computável.

Questão 3. Mostre que a linguagem abaixo é indecidível

$$\{\langle M \rangle \in \Sigma_U^* ; M \text{ aceita apenas uma quantidade finita de palavras}\},$$

sendo Σ_U o alfabeto da máquina de Turing universal e " M " a codificação de uma máquina de Turing M qualquer usando o alfabeto Σ_U , ambos conforme vistos em aula.

Questão 4. Considere o alfabeto $\Gamma = \{0, 1, \dots, n\}$, e sobre Γ^* considere a ordem total \sqsubset dada por $w \sqsubset v$ sse

- $|w| < |v|$; ou
- $|w| = |v|$, $w \neq v$ e, na primeira posição em que discordam, o símbolo em w é menor do que o símbolo em v .

Portanto $\varepsilon \sqsubset 0 \sqsubset 1 \sqsubset \dots \sqsubset n \sqsubset 00 \sqsubset 01 \sqsubset \dots \sqsubset 0n \sqsubset 10 \sqsubset \dots$

a. Mostre que a linguagem

$$\{w\#v \in \Gamma^*\#\Gamma^* ; w \sqsubset v\}$$

é decidível.

b. Dizemos que uma linguagem $L \subseteq \Gamma^*$ é recursivamente enumerável em ordem crescente se existe uma máquina de Turing M , com alfabeto de fita $\{\triangleright, \sqcup\} \cup \Gamma$ e um estado especial q_e (chamado estado de enumeração), tal que

1. para quaisquer $w, v \in \Gamma^*$, se ao executarmos M com fita inicialmente vazia

- após n_w passos a máquina está no estado de enumeração com w na fita; e
- após n_v passos a máquina está no estado de enumeração com v na fita,

então $n_w < n_v$ sse $w \sqsubset v$.

2. $L = \{w \in \Gamma^* ; \text{ ao executarmos } M \text{ com fita inicialmente vazia, em algum momento a máquina fica no estado de enumeração com } w \text{ na fita}\}$

Mostre que uma linguagem $L \subseteq \Gamma^*$ é decidível se, e somente se, L é finita ou recursivamente enumerável em ordem crescente.

Questão 5. Um quadrado latino é uma matriz quadrada de tamanho $n \times n$, onde em cada linha e cada coluna, cada um dos algarismos de 1 a n aparece exatamente uma vez. Mostre que o seguinte problema está na classe NP: dados n e uma matriz quadrada $n \times n$ parcialmente preenchida com números de 1 a n , decidir se esta matriz pode ser completada a um quadrado latino.