CPS740 Algoritmos e Grafos
COS242 Teoria de Grafos
Prova P1

Professores: F. Marquezino, C. Figueiredo
Universidade Federal do Rio de Janeiro

11 de Agosto de 2020

Enviar as soluções para Franklin, com cópia para Celina, até 17 de Agosto de 2020.

1. [3 pontos] Diga se cada afirmação abaixo é verdadeira ou falsa e dê uma justificativa.
   (Cada resposta correta e com justificativa correta soma 0.5 ponto; cada resposta incorreta ou com justificativa incorreta desconta 0.3 ponto; itens deixados em branco não somam nem descontam pontos.)

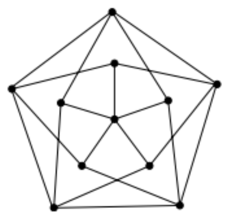
   (1.1) ____ Se G é 3-colorível, então G possui um ciclo ímpar.

   (1.2) ____ Seja $G(V_1 \cup V_2, E)$ um grafo bipartido conexo. Então o grafo complementar G^c também é conexo.

   (1.3) ____ Se retirarmos uma aresta qualquer do grafo $K_{3,3}$, o grafo resultante é planar.

   (1.4) ____ Seja f um isomorfismo de um grafo G para um grafo H, e seja w um vértice em G. O grau de w em G é igual ao grau de $f(w)$ em H.

   (1.5) ____ O grafo abaixo é planar:



   (1.6) ____ Todo hipercubo de dimensão n, $n \geq 1$, possui ciclo Hamiltoniano. Nota: um hipercubo de dimensão n é um grafo $G(V, E)$ em que $V = \{0, 1, \ldots, 2^n - 1\}$, e em que $(v, w) \in E$ se e somente se as representações binárias dos vértices v e w diferem em exatamente um bit.

2. [3½ pontos] Sejam $G_1(V_1, E_1)$ e $G_2(V_2, E_2)$ dois grafos conexos e seja $G(V, E)$ o grafo obtido a partir de G_1 e G_2 a partir da identificação de um vértice qualquer em V_1 com um vértice qualquer em V_2. Prove que $\chi(G) = \max\{\chi(G_1), \chi(G_2)\}$, ou apresente um contraexemplo.

3. [3½ pontos] Escreva um algoritmo que, dados N pontos no plano, encontre o par de pontos mais próximos. Seu algoritmo deve ter complexidade de tempo $O(N(\log N)^2)$. Utilize uma das técnicas estudadas nas aulas. Se necessário, podem utilizar o seguinte resultado sem demonstrar: Um retângulo de comprimento d e altura $2d$ pode conter no máximo seis pontos tais que quaisquer dois pontos estejam a distância pelo menos d entre si.