Lógica não monotônica com prioridade às exceções

Marcelino C. Pequeno, Rodrigo de M. S. Veras, Wladimir A. Tavares

Departamento de Computação - Universidade Federal do Ceará
Bloco 910, CEP: 60.455-760, Campus do Pici, Fortaleza - Ceará - Brasil

{marcel,rveras,wladimir}@lia.ufc.br

Resumo. *Introduzimos um princípio regulador para o raciocínio baseado em evidências, o Princípio de Prioridade às Exceções. Argumentamos que este princípio explica a fonte da incorreção da formalização do raciocínio do senso comum em IA no que tange à manipulação de exceções para algumas inferências. Apresentamos uma nova formulação para a Lógica Default de Reiter e construímos uma variante da Lógica Default incorporando este princípio.*

Abstract. *It is introduced a guiding principle for evidential reasoning, named Exceptions-First Principle. We argue that this principle works as diagnosis and solution to some problems in the formalization of common sense reasoning in AI involving the handling of exceptions to nonmonotonic inference rules. A new formalization of Reiter's Default Logic is proposed and a variant for the default logic that implements this principle is presented.*

1. Introdução

A pesquisa em raciocínio não monotônico foi inaugurada com a edição especial da *Journal of Artificial Intelligence* em 1980. Passados 27 anos, a área cresceu consideravelmente, amadureceu e alguns até acham que hoje recrudesce por falta de aplicações no mundo real para a pluralidade de formalismos desenvolvidos na área. Não pretendemos entrar nesta disputa, porém, queremos mostrar uma faceta do raciocínio não monotônico ainda em aberto apesar do monumental esforço de pesquisa na área.

Referimo-nos à interação entre os padrões inferenciais baseados em evidências e as circunstâncias excepcionais que podem coibir estas inferências. Isto precisa ficar muito bem entendido, pois o que é mais peculiar ao raciocínio não monotônico senão a inferência de conclusões que podem, posteriormente, serem retiradas em virtude de circunstâncias excepcionais?

Argumentamos que perdemos a clareza sobre o que inferir quando a circunstância restringindo a aplicação de um padrão inferencial foi ela mesma – a exceção – inferida através da aplicação de algumas outras inferências evidenciais. Há uma incompatibilidade de inferências aqui. Ambos os conjuntos de inferências não podem ser simultaneamente mantidos já que um leva a uma exceção para o outro (mas não vice-versa, que fique bem claro).

À primeira vista se poderia argumentar: "Qual a razão da confusão? Estamos simplesmente na presença de informação conflitante tão comum quando se trata de inferências que ficam aquém da certeza e apenas dão evidências para sua conclusão. As inferências em conflito são simplesmente separadas em dois fluxos de raciocínio independentes". Podemos ter duas posições em relação às inferências a serem feitas, se adotamos uma postura *crédula*, levamos em conta as conclusões em cada um dos possíveis fluxos; se somos *céticos*, somente conclusões presentes em todos os fluxos alternativos são consideradas. Por exemplo, na situação acima, um fluxo faria a inferência inicial e o outro a inferência que leva à exceção.

Este é o cerne da questão! Discordamos da abordagem usual. Em nossa visão, na situação epistêmica em tela, somente um dos fluxos de raciocínio é correto! Aquele que deriva a exceção, e, por conseguinte, descarta a outra inferência. Por que esta é a única opção correta? Certamente assumimos como nosso o ônus de apresentar uma sólida argumentação para basear este principio que chamamos de *Princípio de Prioridade às Exceções.* Este é o objetivo deste artigo que está assim organizado. Iniciamos a seção 2 com uma pequena revisão sobre inferências não monotônicas e apresentamos a formalização da mais popular das lógicas não monotônicas, a *Lógica Default* de Reiter (1980). Apresentamos, em seguida, nossa argumentação para o *Princípio de Prioridade às Exceções.* Esperando que o leitor nesta altura já esteja convencido da necessidade do princípio, apresentamos, então, uma formulação para a lógica de Reiter através de algumas propriedades que as *extensões*[1] devem satisfazer. Provamos que esta formulação é de fato equivalente à de Reiter, e finalizamos o artigo construindo uma variante da Lógica Default que incorpora o *Princípio de Prioridade às Exceções.*

2. Prioridade às Exceções

Uma regra de inferência (monotônica) permite que a partir de suas premissas seja derivada sua conclusão. Por isto dizemos que suas premissas são *positivas.* Já uma regra de inferência não monotônica é uma em que além das premissas positivas possui, também, o que chamamos de *premissas negativas.* Isto é, a ausência e não a presença destas premissas permite a inferência da conclusão[2]. A intenção é que as premissas negativas representem as *exceções* para a aplicação da regra. No caso normal, as exceções estão ausentes, e a regra é aplicada.

O uso de regras de inferência não monotônicas foi a maneira encontrada, em Inteligência Artificial, para representar o que chamamos *padrões evidenciais de inferência:* embora não garantam a certeza da conclusão, há uma grande evidência de que esta é o caso. Melhor dizendo, esta só não será verdadeira, caso alguma exceção esteja presente.

O exemplo canônico em IA é a inferência de que *pássaros voam.* Embora, haja uma miríade de possíveis exceções – ser um pingüim a mais notória delas – em geral associamos pássaros com a propriedade de voar, justificando que esta inferência seja

---

[1] Termo técnico usado por Reiter (1980) para designar o conjunto das inferências autorizadas por uma base de conhecimento envolvendo inferências evidenciais.

[2] Em lógica, um sistema dedutivo composto de axiomas e regras de inferência formam um sistema formal. Um sistema formal gera *teoremas*: os axiomas são teoremas e as regras de inferência permitem a derivação de novos teoremas a partir dos teoremas já obtidos. Uma regra de inferência não monotônica seria uma *meta regra,* e sua inclusão implica que não mais temos um sistema formal. Um ótimo estudo de sistemas formais e seu uso em lógica em matemática encontra-se em Smullyan (1961) .

feita, a menos, é claro, que algo nos informe que estamos diante de um pássaro excepcional.

Padrões evidenciais de inferência são mais ubíquos em nosso dia a dia do que normalmente imaginamos. De fato eles são a regra, e a certeza a exceção, se nos permitem o trocadilho. Em 1980 ficou claro em IA que se quiséssemos formalizar o *raciocínio do senso comum,* precisaríamos recorrer aos padrões evidenciais de inferência e deixar o uso exclusivo de padrões de inferência conclusivos para a lógica e a matemática, talvez os únicos campos do conhecimento onde haja lugar para a certeza.

Desta forma, em IA trabalhamos com bases de conhecimento contendo dois tipos de proposições: *proposições conclusivas* que lidamos como certas e formam a base do que será inferido; e *proposições inconclusivas* representando padrões evidenciais de inferência, que são utilizados para completar, através de evidências, os conhecimentos considerados certos. As proposições conclusivas são representadas através de fórmulas da lógica clássica e as inconclusivas representaremos – segundo a notação da Lógica Default de Reiter (1980) – através de *defaults* da forma: $\frac{\alpha : \beta}{\omega}$; onde α, β e ω são fórmulas da lógica clássica; α é chamado de pré-requisito do default, β de justificativa e ω de conclusão. Pretende-se a seguinte leitura para o default: *De α e da ausência de ¬β, conclua-se ω*[3].

Por todo esta artigo vamos assumir uma linguagem da lógica $\mathcal{L}$ e todas as fórmulas serão fórmulas nesta linguagem[4].

Definição 1. Uma base de conhecimentos Δ é um par $<W, D>$ onde W é um conjunto de fórmulas e D é um conjunto de defaults.

Que inferências são feitas a partir de uma base de conhecimento $<W, D>$? Para isto precisamos do importante conceito de *extensão.* Uma extensão para $\Delta = <W, D>$ é um completamento das informações em W através dos padrões evidenciais de inferência contidos em D. Apresentaremos a definição de extensão conforme aparece em Reiter (1980).

Definição 2. Seja $\Delta = <W, D>$uma base de conhecimento onde todo default de D tem a forma: $\frac{\alpha : \beta}{\omega}$. Para qualquer conjunto S de fórmulas, seja $\Gamma(S)$ o menor conjunto satisfazendo as três propriedades:

D1. $W \subseteq \Gamma(S)$;

D2. $\mathbf{Th}(\Gamma(S)) = \Gamma(S)$[5];

D3. Se $\frac{\alpha : \beta}{\omega} \in D$ e $\alpha \in \Gamma(S)$, e $\neg\beta \notin S$ então $\omega \in \Gamma(S)$.

[3] Reiter sugere a leitura equivalente: *Se α é derivado e β é consistente, conclua ω.*
[4] Para efeito de simplificação da exposição utilizaremos apenas a linguagem da lógica proposicional, mas o formalismo apresentado aqui pode ser facilmente generalizado para a linguagem da lógica de predicados.
[5] Se S é um conjunto de fórmulas, $\mathbf{Th}(S)$ é o fecho dedutivo de S em lógica clássica, isto é, $\mathbf{Th}(S) = \{\sigma \in \mathcal{L} \mid S \vdash \sigma\}$.

Definição 3. Um conjunto de fórmulas E é uma extensão para Δ sse $\Gamma(E) = E$, isto é, E é um ponto fixo do operador Γ.

Das Definições 2 e 3 podemos tirar algumas características das extensões:

- W está contido em todas as extensões;
- Uma extensão é dedutivamente fechada com respeito à lógica clássica;
- Uma extensão é consistente desde que W seja;
- Uma extensão possui a conclusão de tantos defaults quantos possíveis, desde que os pré-requisitos estejam presentes e sejam respeitadas as consistências de suas justificativas.

O leitor atento já observou que não são todas as conclusões de defaults que pertencem a uma extensão. Além de ser necessário que o pré-requisito do default esteja na extensão, a condição **D3** na Def. 2 é um teste de compatibilidade – é necessário que a justificativa seja consistente com a extensão. Isto traz à tona a discussão sobre *informação conflitante* na base de conhecimento $<W, D>$. O que causa a exclusão de default de uma extensão?

Para maior clareza de nossa exposição vamos trabalhar com bases de conhecimentos incluindo somente defaults *semi-normais sem pré-requisitos*. Um default é *semi-normal* se ele é da forma $\frac{\alpha : \omega \wedge \gamma}{\omega}$; isto é, sua justificativa engloba sua conclusão, portanto um default semi-normal sem pré-requisito é da forma $\frac{: \omega \wedge \gamma}{\omega}$. Se γ é a constante lógica *verdade* ($\top$), dizemos que o default é *normal.* Lembrando nossa terminologia de regra de inferência não monotônica, em um default semi-normal $\frac{\alpha : \omega \wedge \gamma}{\omega}$, α é a premissa positiva, $\neg\gamma$ é a premissa negativa e ω é a conclusão. Ao nos restringirmos apenas a defaults semi-normais sem pré-requisitos não estamos particularizando nossa análise, uma vez que, conforme mostrado em Janhunen (2003), defaults semi-normais têm o mesmo poder expressivo que defaults arbitrários[6].

Voltando a questão sobre informação conflitante, o que desafia o padrão de inferência representado pelo default? Um default $\frac{: \omega \wedge \gamma}{\omega}$ pode ser conflitado de duas maneiras:

1. Pela presença da negação de sua conclusão, $\neg w$;
2. Pela presença de sua exceção, $\neg\gamma$.

Argumentaremos abaixo que estes dois casos devem ser tratados diferentemente.

Em qualquer dos casos se o conflito vem da informação em *W,* não há o que discutir. A informação tida como certa se sobrepõe à informação evidencial e o default é descartado de qualquer extensão.

[6] O pré-requisito aparecerá como o antecedente de uma implicação para a conclusão.

A situação é mais interessante se o conflito vem da informação contida em outros defaults em *D.* Se o conflito é do tipo 1, com a negação da conclusão, então há um consenso que deve haver uma separação da informação conflitante em diferentes extensões. Mas, e se o conflito é do tipo 2, com a presença da exceção $\neg\gamma$? Aqui chegamos à questão levantada na introdução do artigo. A maioria dos autores em IA vão argumentar que a situação é análoga à primeira e deve simplesmente haver uma separação em extensões. Nós contrapomos que não, que a situação não é simétrica como no caso 1, e a derivação da exceção deve se sobrepor, que esta deve entrar na extensão, descartando a outra, não havendo necessidade de uma divisão de extensões.

Vamos ilustrar os conflitos de tipos 1 e 2 em teorias formalizadas em Lógica Default. Para simplificar vamos colocar os conflitos diretamente entre dois defaults.

Exemplo 1. Seja $\Delta = \langle W, D\rangle$ onde $W = \emptyset$ e $D = \left\{\frac{:A}{A}, \frac{:\neg A}{\neg A}\right\}$.

Aqui há um conflito direto entre as conclusões dos defaults, a situação é simétrica e devemos ter a separação em duas extensões como de fato a Lógica Default faz.

Obtemos a extensão E_1 = **Th** $\{A\}$ e a extensão E_2 = **Th** $\{\neg A\}$.

Exemplo 2. Seja $\Delta = \langle W, D\rangle$ onde $W = \emptyset$ e $D = \left\{d_1 = \frac{:A \wedge \neg B}{A}, d_2 = \frac{:B \wedge \neg C}{B}\right\}$.

Aqui temos um conflito do tipo 2, entre o defaults d_1 e d_2, que deriva a exceção do primeiro default. Muitos autores vêem uma analogia entre os dois exemplos e argumentam que também aqui deveria haver uma divisão em extensões. Alguns autores chamam a capacidade de dividir este conflito em duas extensões de *comprometimento com as suposições* e chegam a propor variantes da Lógica Default que fazem exatamente isto. Este é o caso das lógicas de Lukaszewicz (1988) e de Delgrande, Schaub e Jackson (1994). Formalmente estes autores argumentam que aqui deveríamos gerar duas extensões: E_1 = **Th** $\{B\}$ e a extensão E_2 = **Th** $\{A\}$.

Nosso argumento é que não há simetria nas condições de aplicação entre os defaults d_1 e d_2. Enquanto d_2 representa um desafio de tipo 2 para o default d_1, o default *d1* permanece inquestionado. Que tipo de desafio d_1 impõe para d_2? Nem sua conclusão *B* é questionada nem tampouco sua exceção *C.* Por que então não aplicar d_2 em alguma extensão? Simplesmente porque d_1 estaria nela e d_1 e d_2 são incompatíveis. Esta é a essência do *Princípio de Prioridade às Exceções,* não reconhecemos a legitimidade deste segundo fluxo de raciocínio. A aplicação de uma regra não pode ocasionar a não aplicação de uma regra que deriva sua própria exceção em nenhuma extensão. Assim, segundo o *Princípio de Prioridade às Exceções*, no Exemplo 2, E_1 deveria ser a única extensão.

Vemos melhor o absurdo do segundo raciocínio em uma situação real. Considere a seguinte base de conhecimento:

- Animais não voam a não ser que sejam pássaros;
- Pássaros voam a não ser que sejam pingüins;

- Animais de bicos são pássaros a não ser que sejam ornitorrincos (ou algo estranho assim);
- Animais de bico são animais.

A questão é: dado que temos um animal de bico, o que esperamos deste animal, que ele voe ou não?

Defendemos que só há uma alternativa correta de raciocínio neste caso, aquela que é obtida pelo *Princípio de Prioridade às Exceções*. Ou seja, como sabemos que o animal é de bico (e nada a respeito dele ser um ornitorrinco), concluímos que ele é um pássaro, portanto a regra sobre animais que não voam não se aplica a pássaros, e como não sabemos nada a respeito dele ser um pingüim, concluímos que ele voa.

A alternativa seria: sendo um animal de bico ele é um animal e como tal não voa a não ser que seja um pássaro. Por que não é um pássaro? Porque se fosse pássaro voaria, contrariando a inferência de que animais não voam. Ora, mas voar é justamente o que se espera de um pássaro! A regra de que animais não voam não traz nenhuma evidência sobre algo ser ou não um pássaro.

Formalmente este exemplo é representado abaixo.

Exemplo 3. Formamos a base de conhecimento $\Delta = <W, D>$. Esperamos que o significado pretendido para cada letra proposicional seja claro para o leitor.

$$W = \{B,\ B \to A\} \text{ e } D = \left\{ \frac{:(A \to \neg V) \wedge \neg P}{(A \to \neg V)}, \frac{:(P \to V) \wedge \neg G}{(P \to V)}, \frac{:(B \to P) \wedge \neg O}{(B \to P)} \right\}.$$

A extensão correta seria $E_1 = \mathbf{Th}\ (W \cup \{B \to P,\ P \to V\})$.

A extensão anômala seria $E_2 = \mathbf{Th}\ (W \cup \{A \to \neg V,\ P \to V\})$.

Como se comporta a Lógica Default de Reiter nestes dois exemplos? No Exemplo 2, ela funciona corretamente e calcula somente a extensão E_1. No Exemplo 3, porém, ela calcula ambas as extensões E_1 e E_2. As variantes da Lógica Default – *Justified* de Lukaszewicz (1988) e *Constrained* de Delgrande, Schaub e Jackson (1994) – "corrigem" a Lógica de Reiter com o efeito de que nos Exemplos 2 e 3, elas calculam as extensões anômalas.

Mas qual a fundamentação teórica para o *Princípio de Prioridade às Exceções*? Em uma visão instrumentalista de ciência o simples fato de ele produzir as soluções corretas evitando as extensões anômalas já seria justificação suficiente. Mas vamos mais além, acreditamos que ele aponta para a razão de surgirem extensões anômalas em lógicas não monotônicas. A origem está na maneira como as exceções de uma regra de inferência são manipuladas dentro da lógica. Exceções ou premissas negativas são meta condições regulando a aplicação da inferência. Note que a introdução de premissas negativas faz com que a lógica deixe até mesmo de ser um sistema formal[7]. O que o *Princípio de Prioridade às Exceções* afirma é que uma regra de inferência não monotônica não deve interferir na derivação de sua própria exceção. Primeiro deve-se

[7] Alguns autores, como em Israel (1980), argumentavam que, por não serem sistemas formais, lógicas não monotônicas não deveriam serem consideradas lógicas.

verificar se a exceção é derivada ou não, só então, a regra de inferência é chamada a intervir no raciocínio, sendo descartada caso tenha se dado a derivação da exceção, ou aplicada, caso a exceção não tenha sido derivada. A melhor analogia que conhecemos está na teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel, Enderton (1997). Um conjunto só pode ser formado a partir de conjuntos já existentes, evitando-se assim que conjuntos sejam elementos de si mesmos (por exemplo, a coleção de todos os conjuntos não é um conjunto mas uma classe) ou que um conjunto seja elemento de um outro e vice-versa. O mesmo ocorre com as regras de inferências em relação a suas exceções. Uma regra só pode ter como exceção proposições cujas derivações já estejam decididas. Ou melhor, uma regra só intervém no curso do raciocínio após a derivação de sua exceção ter sido estabelecida. A analogia vai mais além, esta visão permite que tenhamos um critério sobre a má formação de teorias: uma teoria não poderá ser *cíclica,* isto é, conter regras relevantes para a derivação de sua própria exceção (análogo a um conjunto ser elemento de si mesmo), nem conter regras em que uma seja relevante para a derivação da exceção da outra e vice-versa (análogo a um conjunto ser elemento do outro reciprocamente). Um estudo sobre teorias cíclicas é encontrado em Martins, Pequeno e Pequeno (1996). Neste estudo, mostrou-se que teorias acíclicas sempre possuem extensão.

Uma vez convencidos da necessidade e justeza do *Princípio de Prioridade às Exceções*, o desafio é como especificá-lo formalmente. Fazemos isto na próxima seção[8].

3. Lógica Default com o *Princípio de Prioridade às Exceções*

A Lógica Default conforme originalmente proposta por Reiter (1980) utilizou-se de uma formulação usando o ponto fixo de um operador sobre conjuntos de fórmulas para definir a extensão de uma base de conhecimento (Def. 2 e Def. 3). Nós mostramos uma formulação equivalente da definição de extensão através da satisfação de propriedades. Esta formulação é estendida para se obter uma variante da Lógica Default que satisfaça o *Princípio de Prioridade às Exceções*.

Algumas definições preliminares se fazem necessárias. Em todas definições estaremos considerando uma base de conhecimentos $\Delta = <W, D>$. Lembramos que, por motivos de simplificação da exposição, trabalhamos com uma linguagem proposicional, e com bases de conhecimentos com um número finito de defaults semi-normais sem pré-requisitos. Ressaltando, entretanto, que todos os nossos resultados são generalizáveis para bases de conhecimento arbitrárias em uma linguagem de primeira ordem.

Definição 4. Seja um default d da forma $\frac{: \omega \wedge \gamma}{\omega}$, definimos:

- **CONS**(d) $\equiv \omega$, o *consequente* ou a *conclusão* de d;
- **JUST**(d) $\equiv \omega \wedge \gamma$, a *justificativa* de d;
- **EXC**(d) $\equiv \neg\gamma$, a *exceção* de d.

---

[8] O *Princípio de Prioridade às Exceções* foi enunciado pela primeira vez em Pequeno (1994), entretanto sua especificação não foi feita em propriedades como aqui. Lá introduziu-se uma ordenação parcial entre os defaults de uma base de conhecimentos.

Calcularemos as extensões da base de conhecimentos Δ, através de subconjuntos de defaults em D, que designamos como *candidatos,* e quando um candidato satisfaz as propriedades que correspondem a uma extensão, dizemos que ele forma uma *expansão* em Δ.

Definição 5. Um *candidato* Ω em Δ é um subconjunto de defaults em D ($\Omega \subseteq D$).

Definição 6. Seja Ω um candidato em Δ, definimos:

- $\mathbf{CONS}(\Omega) \equiv \{\mathbf{CONS}(d) \,/\, d \in \Omega\}$;
- $\mathbf{JUST}(\Omega) \equiv \{\mathbf{JUST}(d) \,/\, d \in \Omega\}$;
- $\mathbf{EXC}(\Omega) \equiv \{\mathbf{EXC}(d) \,/\, d \in \Omega\}$.

Definição 7. Seja $S = \{\alpha_1, ..., \alpha_n\}$ um conjunto finito de fórmulas, então:

- $\bigwedge S = \alpha_1 \wedge ... \wedge \alpha_n$;
- $\bigvee S = \alpha_1 \vee ... \vee \alpha_n$.

Definição 8. O conjunto de *teoremas* ou *teoria* de um candidato Ω em Δ é definido como $\mathbf{Th}_\Delta = \mathbf{Th}(W \cup \mathbf{CONS}(\Omega))$.

Definição 9. Um candidato Ω em Δ é *consistente em Δ* sse $\mathbf{Th}_\Delta(\Omega)$ é consistente.

Precisamos definir as importantes noções de *rejeição* e *exclusão* entre candidatos. Rejeição significa que o candidato prova alguma exceção do outro candidato. Exclusão implica que as teorias dos dois candidatos são inconsistentes.

Definição 10. Sejam Ω e Ω' candidatos em Δ, definimos:

1. Ω' *rejeita* Ω em Δ sse $\bigvee \mathbf{EXC}(\Omega) \in \mathbf{Th}_\Delta(\Omega')$;
2. Ω' *exclui* Ω em Δ sse $\Omega \cup \Omega'$ é inconsistente em Δ;
3. Ω *rejeita* um default d em Δ sse Ω rejeita $\{d\}$ em Δ;
4. Um default d *rejeita* Ω em Δ sse $\{d\}$ rejeita Ω em Δ;
5. Ω *exclui* um default d em Δ sse Ω exclui $\{d\}$ em Δ.

Mostraremos agora as propriedades que os candidatos precisam satisfazer para serem considerados uma *expansão*. Após a Def. 3, listamos quatro propriedades que uma extensão, de acordo com a definição de Reiter, satisfaz. A teoria de qualquer candidato satisfaz as duas primeiras, e as duas últimas motivam as propriedades que especificarão uma expansão.

Definição 11. Um candidato Ω é *correto em Δ* sse para todo $d \in \Omega$, $\mathbf{EXC}(d) \notin \mathbf{Th}_\Delta(\Omega)$.

A Def. 11 garante que um candidato correto não prova a exceção de nenhum de seus próprios defaults, isto implica que o candidato é *consistente.* Um candidato correto acumula defaults que podem ser simultaneamente aplicados: não são violadas as exceções de nenhum de seus membros e a consistência de seus teoremas é preservada.

Definição 12. Um candidato Ω é *completo em Δ* sse se $d \notin \Omega$ então Ω rejeita ou exclui d em Δ.

Completude significa que, se um default não pertence a um candidato é porque ele é incompatível com o candidato.

Definição 13. Um candidato Ω é uma *expansão em* Δ sse Ω é correto e completo.

Corretude e completude combinadas exigem que uma expansão acumule o máximo de defaults possível respeitando as exceções e preservando a consistência. O teorema abaixo mostra que os teoremas de uma expansão formam, de fato, uma extensão em Δ.

Teorema 1. Se Ω é uma expansão em Δ então $\mathbf{Th}_{\Delta}(\Omega)$ é uma extensão para Δ, conforme a Def. 3. [9]

De fato a inversa do teorema também vale, a toda extensão corresponde uma expansão que é formada pelos defaults geradores da extensão.

Definição 14. Seja E uma extensão para $\Delta = \langle W, D \rangle$. O conjunto dos *defaults geradores* de E com respeito a Δ é definido como:

$$\mathrm{DG}(E, \Delta) = \left\{ \frac{\alpha : \beta}{\omega} \in d \,/\, \alpha \in E, \neg\beta \notin E \right\}$$

Reiter (1980) mostra que se E é uma extensão, $E = \mathbf{Th}_{\Delta}(\mathbf{CONS}(\mathrm{DG}(E, \Delta)))$. Nós mostramos que $\mathrm{DG}(E, \Delta)$ é uma expansão, estabelecendo a correspondência entre os conceitos de expansão e extensão.

Teorema 2. Seja E uma extensão para $\Delta = \langle W, D \rangle$. O conjunto dos *defaults geradores* de E com respeito a Δ é uma expansão em Δ.

Para especificar o *Princípio de Prioridade às Exceções* acrescentamos mais uma propriedade para os requerimentos de uma expansão.

Definição 15. Um candidato Ω *atende ao Princípio de Prioridade às Exceções em* Δ sse se d rejeita Ω em Δ então Ω rejeita d em Δ.

Podemos agora definir expansão em uma lógica default que atende ao *Princípio de Prioridade às Exceções*.

Definição 16. Um candidato Ω é uma *expansão que atende ao Princípio de Prioridade às Exceções em* Δ sse Ω é correto, completo e atende ao *Princípio de Prioridade às Exceções* em Δ. Se Ω é uma expansão que atende ao *Princípio de Prioridade às Exceções em* Δ então $\mathbf{Th}_{\Delta}(\Omega)$ é a extensão para Δ correspondente.

O leitor poderá verificar, a título de ilustração, que nos Exemplos 1, 2 e 3 acima, as extensões que atendem ao *Princípio de Prioridade às Exceções* correspondem às extensões desejadas, evitando-se as anômalas, conforme discutido.

4. Conclusão e Observações Finais

Devido ao grande sucesso da abordagem original de Reiter como paradigma de lógica default seus conceitos foram repetidamente reproduzidos na área. Nós ousamos tomar

[9] Por questão de espaço a prova dos teoremas é omitida, é um desafio para o leitor tentar reproduzi-la, mas ela consta em uma versão estendida do artigo, em preparação.

um caminho diferente modificando alguns desses conceitos e investigando mais profundamente a relação entre os padrões inferências e suas exceções. Encontramos um importante princípio, o *Princípio de Prioridade às Exceções.*

Porém ainda existe muito trabalho a ser feito. As implicações e as aplicações do *Princípio de Prioridade às Exceções* devem ser investigadas, nós não o consideramos como um princípio heurístico que deva ser usado somente em situações particulares. Na realidade, pensamos nele como um princípio geral que regula o raciocínio não monotônico.

Deseja-se realizar um estudo do relacionamento entre a lógica aqui apresentada e outras lógicas para raciocínio complexo que também concordam com o *Princípio de Prioridade às Exceções* como a Logic of Plausibe Reasoning em Buchsbaum, Pequeno e Pequeno (2007). Além disso, estamos estudando o relacionamento de lógica não monotônica com prioridade às exceções com Prolog com negação por falha, que é um tipo de negação não monotônica. Investigaremos se a teoria construída utilizando o *Princípio de Prioridade às Exceções* é equivalente aos diversos formalismos já existentes em logic program com negação por falha. Em particular, estamos analisando Advanced Elementary Formal Systems (AEFS) que foi definido Lange, Grieser e Jantke (2003).

Referências

Buchsbaum, A.; Pequeno, T.; Pequeno, M. (2007) "A Logical Expression of Reasoning". Synthese, v. 154, p. 431-466.

Delgrande, James P., Schaub, T. and Jackson W. Ken (1994) "Alternative Aproaches to Default Logic". Artificial Intelligence, v. 70, p. 167-237.

Enderton B. Hebert (1997) "Elements of Set Theory". Academic Press.

Israel, D. (1980) "What's wrong with non-monotonic logic". Proceedings of the Second American Association for Artificial Intelligence Conference (AAAI-1980), Stanford, CA, p. 99-101.

Janhunen, T. (2003) "Evaluating the effect of semi-normality on the expressiveness of defaults". Artificial Intelligence, v. 144, p. 233-250.

Lukaszewicz, Witold (1988) "Considerations on Default Logic - An Alternative Approach". Computacional Intelligence, v. 4, p.1-16.

Martins, A.T.C., Pequeno, M., Pequeno, (1996) T. "Well-Behaved IDL Theories" Lecture Notes in Artificial Intelligence, 1159:11-20, Springer-Verlag.

Pequeno, Marcelino C. (1994) "Defeasible Logic with Exception-First". PhD Thesis, Department of Computing Imperial College of Science, Technology and Medicine.

Reiter, Raymond. (1980) "A Logic of Default Reasoning". Artificial Intelligence, v. 13, p. 81-132.

Steffen Lange, Gunter Grieser, Klaus P. Jantke (2003) "Advanced elementary formal systems". Theor. Comput. Sci. 1(298): 51-70

Smullyan, R.M. (1961) "Theory of Formal Systems". Annals of Mathematics Studies no.47, Princeton.